DAFTAR ISI

Halaman

BUKU AJAR 3 : STATISTIKA

BUKU AJAR 4 : GEOMETRI

BUKU AJAR 6 : ALJABAR

BAHAN AJAR 7 : PEMBELAJARAN INOVATIF

BAHAN AJAR 10 : PENELITIAN TINDAKAN KELAS

BUKU AJAR 11 : PENULISAN KARYA ILMIAH

REKTOR
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

SAMBUTAN REKTOR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh
Salam sejahtera untuk kita semua.

Puji syukur tidak putus selalu kami panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa, dzat yang maha tinggi, atas rakhmat dan ilmuNya yang diturunkan kepada umat manusia.

Sertifikasi guru sebagai upaya peningkatan mutu guru yang diikuti dengan peningkatan kesejahteraan guru, diharapkan dapat meningkatkan mutu pembelajaran yang pada akhirnya meningkatkan mutu pendidikan di Indonesia secara berkelanjutan. Sesuai dengan Peraturan Menteri Pendidikan Nasional No. 18 Tahun 2007, pelaksanaan uji sertifikasi bagi guru dalam jabatan dilaksanakan melalui portofolio.

Berdasarkan prosedur pelaksanaan portofolio, bagi peserta yang belum dinyatakan lulus, LPTK Rayon merekomendasikan alternatif : (1) melakukan kegiatan mandiri untuk melengkapi kekurangan dokumen portofolio atau (2) mengikuti Pendidikan dan Pelatihan Profesi Guru (PLPG) yang diakhiri dengan ujian.

Penyelenggaraan PLPG telah distandardisasikan oleh Konsorsium Sertifikasi Guru (KSG) Jakarta dalam bentuk pedoman PLPG secara Nasional. Berbagai upaya telah dilakukan oleh Panitia Sertifikasi Guru (PSG) Rayon 12 dalam rangka standardisasi penyelenggaraan PLPG mulai penyediaan tempat, ruang kelas, jumlah jam, sistem penilaian, kualitas instruktur dan ketersediaan bahan ajar. Bahan ajar yang ada di tangan Saudara ini salah satu upaya PSG Rayon 12 dalam memenuhi

standard pelaksanaan PLPG secara nasional untuk itu saya menyambut dengan baik atas terbitnya Bahan Ajar PLPG ini.

Sukses PLPG tidak hanya tergantung ketersediaan buku, kualitas instruktur, sarana prasarana yang disediakan namun lebih daripada itu adalah kesiapan peserta baik mental maupun fisik, untuk itu harapan saya para peserta PLPG telah menyiapkannya dengan baik sejak keberangkatannya dari rumah masing-masing.

Pada kesempatan ini ijinkan saya, memberikan penghargaan yang tinggi kepada Dosen/Instruktur yang telah berkontribusi dan berusaha menyusun buku ini, agar dapat membantu guru menempuh program PLPG dalam rangka sertifikasi guru. Buku ini menggunakan pilihan bahasa yang sederhana dan mudah dipahami sehingga pembaca dapat menikmatinya dengan seksama.

Akhirnya kepada khalayak pembaca saya ucapkan selamat menikmati buku ini, semoga dapat memperoleh manfaat yang sebanyak-banyaknya.

Rektor Universitas Negeri Semarang

Sudijono Sastroatmodjo

PENDAHULUAN

Fakta tentang kualitas guru menunjukkan bahwa sedikitnya 50 persen guru di Indonesia tidak memiliki kualitas sesuai standardisasi pendidikan nasional (SPN). Berdasarkan catatan *Human Development Index (HDI),* fakta ini menunjukkan bahwa mutu guru di Indonesia belum memadai untuk melakukan perubahan yang sifatnya mendasar pada pelaksanaan kurikulum berbasis kompetensi (KBK). Dari data statistik HDI terdapat 60% guru SD, 40% SMP, 43% SMA, 34% SMK dianggap belum layak untuk mengajar di jenjang masing-masing. Selain itu, 17,2% guru atau setara dengan 69.477 guru mengajar bukan pada bidang studinya. Dengan demikian, kualitas SDM guru kita adalah urutan 109 dari 179 negara di dunia. Untuk itu, perlu dibangun landasan kuat untuk meningkatkan kualitas guru dengan standardisasi rata-rata bukan standardisasi minimal (Toharudin 2006:1). Pernyataan ini juga diperkuat oleh Rektor UNJ sebagai berikut.

"Saat ini baru 50 persen dari guru se-Indonesia yang memiliki standardisasi dan kompetensi. Kondisi seperti ini masih dirasa kurang. Sehingga kualitas pendidikan kita belum menunjukkan peningkatan yang signifikan," (Sutjipto dalam *Jurnalnet, 16/10/2005*).

Fakta lain yang diungkap oleh Ditjen Peningkatan Mutu Pendidik dan Tenaga Kependidikan, Dr. Fasli Djalal, bahwa sejumlah guru mendapatkan nilai nol untuk materi mata pelajaran yang sesungguhnya mereka ajarkan kepada murid-muridnya. Fakta itu terungkap berdasarkan ujian kompetensi yang dilakukan terhadap tenaga kependidikan tahun 2004 lalu. Secara nasional, penguasaan materi pelajaran oleh guru ternyata tidak mencapai 50 persen dari seluruh materi keilmuan yang harus menjadi kompetensi guru. Beliau juga mengatakan skor mentah yang diperoleh guru untuk semua jenis pelajaran juga memprihatinkan. Guru PPKN, sejarah, bahasa Indonesia, bahasa Inggris, matematika, fisika, biologi, kimia, ekonomi, sosiologi, geografi, dan pendidikan seni

hanya mendapatkan skor sekitar 20-an dengan rentang antara 13 hingga 23 dari 40 soal. "Artinya, rata-rata nilai yang diperoleh adalah 30 hingga 46 untuk skor nilai tertinggi 100," (Tempo Interaktif, 5 Januari 2006).

Mengacu pada data kasar kondisi guru saat ini tentulah kita sangat prihatin dengan buruknya kompetensi guru itu. Padahal, memasuki tahun 2006 tuntutan minimal kepada siswa untuk memenuhi syarat kelulusan harus menguasai 42,5 persen. Untuk itu, layak kiranya pada tulisan ini dicari format bagaimanakah seharusnya mengembangkan guru yang profesional?

A. Guru sebagai Profesi

Djojonegoro (1998:350) menyatakan bahwa profesionalisme dalam suatu pekerjaan atau jabatan ditentukan oleh tiga faktor penting, yaitu: (1) memiliki keahlian khusus yang dipersiapkan oleh program pendidikan keahlian atau spesilaisasi, (2) kemampuan untuk memperbaiki kemampuan (keterampilan dan keahlian khusus) yang dimiliki, (3) penghasilan yang memadai sebagai imbalan terhadap keahlian yang dimiliki itu. Menurut Vollmer & Mills (1991:4) profesi adalah sebuah pekerjaan/jabatan yang memerlukan kemampuan intelektual khusus, yang diperoleh melalui kegiatan belajar dan pelatihan untuk menguasai keterampilan atau keahlian dalam melayani atau memberikan advis pada orang lain dengan memperoleh upah atau gaji dalam jumlah tertentu.

Usman (1990:4) mengatakan bahwa guru merupakan suatu profesi yang artinya suatu jabatan atau pekerjaan yang memerlukan keahlian khusus sebagai guru. Suatu profesi memiliki persyaratan tertentu, yaitu: (1) menuntut adanya keterampilan yang mendasarkan pada konsep dan teori ilmu pengetahuan yang mendasar, (2) menekankan pada suatu keahlian dalam bidang tertentu sesuai dengan profesinya, (3) menuntut tingkat pendidikan yang memadai, (4) menuntut adanya kepekaan terhadap dampak kemasyarakatan dari

pekerjaan yang dilaksanakan, (5) memungkinkan perkembangan sejalan dengan dinamika kehidupan, (6) memiliki kode etik sebagai acuan dalam melaksanakan tugas dan fungsinya, (7) memiliki obyek tetap seperti dokter dengan pasiennya, guru dengan siswanya, dan (8) diakui di masyarakat karena memang diperlukan jasanya di masyarakat.

Pengertian di atas menunjukkan bahwa unsur-unsur terpenting dalam sebuah profesi adalah penguasaan sejumlah kompetensi sebagai keahlian khusus, yang diperoleh melalui pendidikan dan pelatihan khusus, untuk melaksanakan pembelajaran secara efektif dan efisien. Kompetensi guru berkaitan dengan profesionalisme adalah guru yang kompeten (memiliki kemampuan) di bidangnya. Karena itu kompetensi profesionalisme guru dapat diartikan sebagai kemampuan memiliki keahlian dan kewenangan dalam menjalankan profesi keguruan.

B. Kompetensi Guru

Sejalan dengan uraian pengertian kompetensi guru di atas, Sahertian (1990:4) mengatakan kompetensi adalah pemilikan, penguasaan, keterampilan dan kemampuan yang dituntut jabatan seseorang. Oleh sebab itu seorang calon guru agar menguasai kompetensi guru dengan mengikuti pendidikan khusus yang diselenggarakan oleh LPTK. Kompetensi guru untuk melaksanakan kewenangan profesionalnya, mencakup tiga komponen sebagai berikut: (1) kemampuan kognitif, yakni kemampuan guru menguasai pengetahuan serta keterampilan/keahlian kependidikan dan pengatahuan materi bidang studi yang diajarkan, (2) kemampuan afektif, yakni kemampuan yang meliputi seluruh fenomena perasaan dan emosi serta sikap-sikap tertentu terhadap diri sendiri dan orang lain, (3) kemampuan psikomotor, yakni kemampuan yang berkaitan dengan keterampilan atau kecakapan yang bersifat jasmaniah yang

pelaksanaannya berhubungan dengan tugas-tugasnya sebagai pengajar.

Dalam UU Guru dan Dosen disebutkan bahwa kompetensi guru mencakup kompetensi pedagogik, kepribadian, profesional dan sosial sesuai dengan Standar Nasional Pendidikan yang diperoleh melalui pendidikan profesi guru setelah program sarjana atau D4. Kompetensi pribadi meliputi: (1) pengembangan kepribadian, (2) berinteraksi dan berkomunikasi, (3) melaksanakan bimbingan dan penyuluhan, (4) melaksanakan administrasi sekolah, (5) melaksanakan tulisan sederhana untuk keperluan pengajaran.

1. Kompetensi Profesional

Profesi adalah suatu jabatan atau pekerjaan yang menuntut keahlian (*expertise*) para anggotanya. Artinya pekerjaan itu tidak bisa dilakukan oleh sembarang orang yang tidak terlatih dan tidak disiapkan secara khusus untuk melakukan pekerjaan itu. Profesional menunjuk pada dua hal, yaitu (1) orang yang menyandang profesi, (2) penampilan seseorang dalam melakukan pekerjaan sesuai dengan profesinya (seperti misalnya dokter).

Makmum (1996: 82) menyatakan bahwa *teacher performance* diartikan kinerja guru atau hasil kerja atau penampilan kerja. Secara konseptual dan umum penampilan kerja guru itu mencakup aspek-aspek; (1) kemampuan profesional, (2) kemampuan sosial, dan (3) kemampuan personal.

Johnson (dalam Sanusi, 1991:36) menyatakan bahwa standar umum itu sering dijabarkan sebagai berikut; (1) kemampuan profesional mencakup, (a) penguasaan materi pelajaran, (b) penguasaan penghayatan atas landasan dan wawasan kependidikan dan keguruan, dan (c) penguasaan proses-proses pendidikan. (2) kemampuan sosial mencakup kemampuan untuk menyesuaikan diri kepada tuntutan kerja dan lingkungan sekitar pada waktu

membawakan tugasnya sebagai guru. (3) kemampuan personal (pribadi) yang beraspek afektif mencakup, (a) penampilan sikap positif terhadap keseluruhan tugas sebagai guru, (b) pemahaman, penghayatan, dan penampilan nilai-nilai yang seyogyanya dianut oleh seorang guru, dan (c) penampilan untuk menjadikan dirinya sebagai panutan dan keteladanan bagi peserta didik.

2. Kompetensi Kepribadian

Kompetensi kepribadian menurut Suparno (2002:47) adalah mencakup kepribadian yang utuh, berbudi luhur, jujur, dewasa, beriman, bermoral; kemampuan mengaktualisasikan diri seperti disiplin, tanggung jawab, peka, objekti, luwes, berwawasan luas, dapat berkomunikasi dengan orang lain; kemampuan mengembangkan profesi seperti berpikir kreatif, kritis, reflektif, mau belajar sepanjang hayat, dapat ambil keputusan dll. (Depdiknas,2001). Kemampuan kepribadian lebih menyangkut jati diri seorang guru sebagai pribadi yang baik, tanggung jawab, terbuka, dan terus mau belajar untuk maju.

Yang pertama ditekankan adalah guru itu *bermoral dan beriman.* Hal ini jelas merupakan kompetensi yang sangat penting karena salah satu tugas guru adalah membantu anak didik yang bertaqwa dan beriman serta menjadi anak yang baik. Bila guru sendiri tidak beriman kepada Tuhan dan tidak bermoral, maka menjadi sulit untuk dapat membantu anak didik beriman dan bermoral. Bila guru tidak percaya akan Allah, maka proses membantu anak didik percaya akan lebih sulit. Disini guru perlu menjadi teladan dalam beriman dan bertaqwa. Pernah terjadi seorang guru beragama berbuat skandal sex dengan muridnya, sehingga para murid yang lain tidak percaya kepadanya lagi. Para murid tidak dapat mengerti bahwa seorang guru yang mengajarkan moral, justru ia sendiri tidak bermoral. Syukurlah guru itu akhirnya dipecat dari sekolah.

Yang kedua, guru harus mempunyai aktualisasi diri yang tinggi. Aktualisasi diri yang sangat penting adalah *sikap bertanggungjawab*. Seluruh tugas pendidikan dan bantuan kepada anak didik memerlukan tanggungjawab yang besar. Pendidikan yang menyangkut perkembangan anak didik tidak dapat dilakukan seenaknya, tetapi perlu direncanakan, perlu dikembangkan dan perlu dilakukan dengan tanggungjawab. Meskipun tugas guru lebih sebagai fasilitator, tetapi tetap bertanggung jawab penuh terhadap perkembangan siswa. Dari pengalaman lapangan pendidikan anak menjadi rusak karena beberapa guru tidak bertanggungjawab. Misalnya, terjadi pelecehan seksual guru terhadap anak didik, guru meninggalkan kelas seenaknya, guru tidak mempersiapkan pelajaran dengan baik, guru tidak berani mengarahkan anak didik, dll.

Kemampuan untuk *berkomunikasi* dengan orang lain sangat penting bagi seorang guru karena tugasnya memang selalu berkaitan dengan orang lain seperti anak didik, guru lain, karyawan, orang tua murid, kepala sekolah dll. Kemampuan ini sangat penting untuk dikembangkan karena dalam pengalaman, sering terjadi guru yang sungguh pandai, tetapi karena kemampuan komunikasi dengan siswa tidak baik, ia sulit membantu anak didik maju. Komunikasi yang baik akan membantu proses pembelajaran dan pendidikan terutama pada pendidikan tingkat dasar sampai menengah.

Kedisiplinan juga menjadi unsur penting bagi seorang guru. Kedisiplinan ini memang menjadi kelemahan bangsa Indonesia, yang perlu diberantas sejak bangku sekolah dasar. Untuk itu guru sendiri harus hidup dalam kedisiplinan sehingga anak didik dapat meneladannya. Di lapangan sering terlihat beberapa guru tidak disiplin mengatur waktu, seenaknya bolos; tidak disiplin dalam mengoreksi pekerjaan siswa sehingga siswa tidak mendapat masukan dari pekerjaan mereka. Ketidakdisiplinan guru tersebut membuat siswa ikut-ikutan suka bolos dan tidak tepat mengumpulkan perkerjaan

rumah. Yang perlu diperhatikan di sini adalah, meski guru sangat disiplin, ia harus tetap membangun komunikasi dan hubungan yang baik dengan siswa. Pendidikan dan perkembangan pengetahuan di Indonesia kurang cepat salah satunya karena disiplin yang kurang tinggi termasuk disiplin dalam mengembangkan ilmu pengetahuan dan dalam belajar.

Yang ketiga adalah sikap mau mengembangkan pengetahuan. Guru bila tidak ingin ketinggalan jaman dan juga dapat membantu anak didik terus terbuka terhadap kemajuan pengetahuan, mau tidak mau harus mengembangkan sikap ingin terus maju dengan terus belajar. Di jaman kemajuan ilmu pengetahuan sangat cepat seperti sekarang ini, guru dituntut untuk terus belajar agar pengetahuannya tetap segar. Guru tidak boleh berhenti belajar karena merasa sudah lulus sarjana.

3. Kompetensi Paedagogik

Selanjutnya kemampuan paedagogik menurut Suparno (2002:52) disebut juga kemampuan dalam pembelajaran atau pendidikan yang memuat pemahaman akan sifat, ciri anak didik dan perkembangannya, mengerti beberapa konsep pendidikan yang berguna untuk membantu siswa, menguasai beberapa metodologi mengajar yang sesuai dengan bahan dan perkambangan siswa, serta menguasai sistem evaluasi yang tepat dan baik yang pada gilirannya semakin meningkatkan kemampuan siswa.

Pertama, sangat jelas bahwa guru perlu mengenal anak didik yang mau dibantunya. Guru diharapkan memahami sifat-sifat, karakter, tingkat pemikiran, perkembangan fisik dan psikis anak didik. Dengan mengerti hal-hal itu guru akan mudah mengerti kesulitan dan kemudahan anak didik dalam belajar dan mengembangkan diri. Dengan demikian guru akan lebih mudah membantu siswa berkembang. Untuk itu diperlukan pendekatan yang baik, tahu ilmu

psikologi anak dan perkembangan anak dan tahu bagaimana perkembangan pengetahuan anak. Biasanya selama kuliah di FKIP guru mendalami teori-teori psikologi tersebut. Namun yang sangat penting adalah memahami anak secara tepat di sekolah yang nyata.

Kedua, guru perlu juga menguasai beberapa teori tentang pendidikan terlebih pendidikan di jaman modern ini. Oleh karena sistem pendidikan di Indonesia lebih dikembangkan kearah pendidikan yang demokratis, maka teori dan filsafat pendidikan yang lebih bersifat demokratis perlu didalami dan dikuasai. Dengan mengerti bermacam-macam teori pendidikan, diharapkan guru dapat memilih mana yang paling baik untuk membantu perkembangan anak didik. Oleh karena guru kelaslah yang sungguh mengerti situasi kongrit siswa mereka, diharapkan guru dapat meramu teori-teori itu sehingga cocok dengan situasi anak didik yang diasuhnya. Untuk itu guru diharapkan memiliki kreatifititas untuk selalu menyesuaikan teori yang digunakan dengan situasi belajar siswa secara nyata.

Ketiga, guru juga diharapkan memahami bermacam-macam model pembelajaran. Dengan semakin mengerti banyak model pembelajaran, maka dia akan lebih mudah mengajar pada anak sesuai dengan situasi anak didiknya. Dan yang tidak kalah penting dalam pembelajaran adalah guru dapat membuat evaluasi yang tepat sehingga dapat sungguh memantau dan mengerti apakah siswa sungguh berkembang seperti yang direncanakan sebelumnya. Apakah proses pendidikan sudah dilaksanakan dengan baik dan membantu anak berkembang secara efisien dan efektif.

Kompetensi profesional meliputi: (1) menguasai landasan pendidikan, (2) menguasai bahan pembelajaran, (3) menyusun program pembelajaran, (4) melaksanakan program pembelajaran, dan (5) menilai proses serta hasil pembelajaran.

4. Kompetensi Sosial

Kompetensi sosial meliputi: (1) memiliki empati pada orang lain, (2) memiliki toleransi pada orang lain, (3) memiliki sikap dan kepribadian yang positif serta melekat pada setiap kopetensi yang lain, dan (4) mampu bekerja sama dengan orang lain.

Menurut Gadner (1983) dalam Sumardi (Kompas, 18 Maret 2006) kompetensi sosial itu sebagai *social intellegence* atau kecerdasan sosial. Kecerdasan sosial merupakan salah satu dari sembilan kecerdasan (logika, bahasa, musik, raga, ruang, pribadi, alam, dan kuliner) yang berhasil diidentifikasi oleh Gardner.

Semua kecerdasan itu dimiliki oleh seseorang. Hanya saja, mungkin beberapa di antaranya menonjol, sedangkan yang lain biasa atau bahkan kurang. Uniknya lagi, beberapa kecerdasan itu bekerja secara padu dan simultan ketika seseorang berpikir dan atau mengerjakan sesuatu (Amstrong, 1994).

Sehubungan dengan apa yang dikatakan oleh Amstrong itu ialah bahwa walau kita membahas dan berusaha mengembangkan kecerdasan sosial, kita tidak boleh melepaskannya dengan kecerdasan-kecerdasan yang lain. Hal ini sejalan dengan kenyataan bahwa dewasa ini banyak muncul berbagai masalah sosial kemasyarakatan yang hanya dapat dipahami dan dipecahkan melalui pendekatan holistik, pendekatan komperehensif, atau pendekatan multidisiplin.

Kecerdasan lain yang terkait erat dengan kecerdasan sosial adalah kecerdasan pribadi (*personal intellegence*), lebih khusus lagi kecerdasan emosi atau *emotial intellegence* (Goleman, 1995). Kecerdasan sosial juga berkaitan erat dengan kecerdasan keuangan (Kiyosaki, 1998). Banyak orang yang terkerdilkan kecerdasan sosialnya karena impitan kesulitan ekonomi.

Dewasa ini mulai disadari betapa pentingnya peran kecerdasan sosial dan kecerdasan emosi bagi seseorang dalam usahanya meniti

karier di masyarakat, lembaga, atau perusahaan. Banyak orang sukses yang kalau kita cermati ternyata mereka memiliki kemampuan bekerja sama, berempati, dan pengendalian diri yang menonjol.

Dari uraian dan contoh-contoh di atas dapat kita singkatkan bahwa kompetensi sosial adalah kemampuan seseorang berkomunikasi, bergaul, bekerja sama, dan memberi kepada orang lain. Inilah kompetensi sosial yang harus dimiliki oleh seorang pendidik yang diamanatkan oleh UU Guru dan Dosen, yang pada gilirannya harus dapat ditularkan kepada anak-anak didiknya.

Untuk mengembangkan kompetensi sosial seseorang pendidik, kita perlu tahu target atau dimensi-dimensi kompetensi ini. Beberapa dimensi ini, misalnya, dapat kita saring dari konsep *life skills* (www.lifeskills4kids.com). Dari 35 *life skills* atau kecerdasan hidup itu, ada 15 yang dapat dimasukkan kedalam dimensi kompetensi sosial, yaitu: (1) kerja tim, (2) melihat peluang, (3) peran dalam kegiatan kelompok, (4) tanggung jawab sebagai warga, (5) kepemimpinan, (6) relawan sosial, (7) kedewasaan dalam bekreasi, (8) berbagi, (9) berempati, (10) kepedulian kepada sesama, (11) toleransi, (12) solusi konflik, (13) menerima perbedaan, (14) kerja sama, dan (15) komunikasi.

Kelima belas kecerdasan hidup ini dapat dijadikan topik silabus dalam pembelajaran dan pengembangan kompetensi sosial bagi para pendidik dan calon pendidik. Topik-topik ini dapat dikembangkan menjadi materi ajar yang dikaitkan dengan kasus-kasus yang aktual dan relevan atau kontekstual dengan kehidupan masyarakat kita.

Dari uraian tentang profesi dan kompetensi guru, menjadi jelas bahwa pekerjaan/jabatan guru adalah sebagai profesi yang layak mendapatkan penghargaan, baik finansial maupun non finansial.

C. Memimpikan Guru yang Profesional

Untuk memperbaiki kualitas pendidikan, pemerintah telah memberikan perhatian khusus dengan merumuskan sebuah Undang-Undang yang mengatur profesi guru dan dosen. Dalam pembahasan rancangan Undang-Undang ini (hingga disahkan pada 6 Desember 2005) tersirat keinginan Pemerintah untuk memperbaiki wajah suram nasib guru dari sisi kesejahteraan dan profesionalisme. Jumlah guru di Indonesia saat ini 2,2 juta orang, dan hanya sebagian kecil guru dari sekolah negeri dan sekolah elit yang hidup berkecukupan. Mengandalkan penghasilan dan profesi guru, jauh dari cukup sehingga tidak sedikit guru yang mencari tambahan untuk memenuhi kebutuhan hidup.

Sertifikasi kompetensi guru sebagai tindak lanjut dari Undang-Undang ini menyisakan persoalan sebagaimana disampaikan Mendiknas pada media masa pada saat pengesahan Undang-Undang ini, antara lain kesepahaman akan ukuran uji kompetensi guru. Sejak awal gagasan pembuatan RUU Guru dan Dosen dilatarbelakangi oleh komitmen bersama untuk mengangkat martabat guru dalam memajukan pendidikan nasional, dan menjadikan profesi ini menjadi pilihan utama bagi generasi guru berikutnya (Situmorang dan Budyanto 2005:1).

Guru, peserta didik, dan kurikulum merupakan tiga komponen utama pendidikan. Ketiga komponen ini saling terkait dan saling mempengaruhi, serta tidak dapat dipisahkan antara satu komponen dengan komponen yang lainnya. Dari ketiga komponen tersebut, faktor gurulah yang dinilai sebagai satu faktor yang paling penting dan strategis, karena di tangan para gurulah proses belajar dan mengajar dilaksanakan, baik di dalam dan di luar sekolah dengan menggunakan bahan ajar, baik yang terdapat di dalam kurikulum nasional maupun kurikulum lokal.

Untuk melaksanakan proses belajar dan mengajar secara efektif, guru harus memiliki kemampuan profesionalisme yang dapat dihandalkan. Kemampuan profesionalisme yang handal tersebut tidak dibawa sejak lahir oleh calon guru, tetapi harus dibangun, dibentuk, dipupuk dan dikembangkan melalui satu proses, strategi, kebijakan dan program yang tepat. Proses, strategi, kebijakan, dan program pembinaan guru di masa lalu perlu dirumuskan kembali (Suparlan 2006:1).

James M. Cooper, dalam tulisannya bertajuk "*The teachers as a Decision Maker*", mengawali dengan satu pertanyaan menggelitik "*what is teacher?*". Cooper menjawab pertanyaan itu dengan menjelaskan tetang guru dari aspek pelaksanaan tugasnya sebagai tenaga profesional. Demikian pula, Dedi Supriadi dalam bukunya yang bertajuk "*Mengangkat Citra dan Martabat Guru*" telah menjelaskan (secara amat jelas) tentang makna profesi, profesional, profesionalisme, dan profesionalitas sebagai berikut ini **Profesi** menunjuk pada suatu pekerjaan atau jabatan yang menuntut keahlian, tanggung jawab, dan kesetiaan terhadap pekerjaan itu. Misalnya, guru sebagai profesi yang amat mulia. **Profesional** menunjuk dua hal, yakni orangnya dan kinerja dalam melaksanakan tugas dan pekerjaannya. Sebagai contoh, seorang profesional muda, atau dia bekerja secara profesional. **Profesionalisme** menunjuk kepada derajat atau tingkat kinerja seseorang sebagai seorang profesional dalam melaksanakan profesi yang mulia itu.

Dalam UU Nomor 20 Tahun 2003 dinyatakan bahwa "*Pendidik merupakan tenaga profesional yang bertugas merencanakan dan melaksanakan proses pembelajaran, menilai hasil pembelajaran, melakukan pembimbingan dan pelatihan, serta melakukan tulisan dan pengabdian kepada masyarakat, terutama bagi pendidik pada perguruan tinggi*".

Sebagai tenaga profesional, guru memang dikenal sebagai salah satu jenis dari sekian banyak pekerjaan (*occupation*) yang memerlukan bidang keahlian khusus, seperti dokter, insinyur, dan bidang pekerjaan lain yang memerlukan bidang keahlian yang lebih spesifik. Dalam dunia yang sedemikian maju, semua bidang pekerjaan memerlukan adanya spesialisasi, yang ditandai dengan adanya standar kompetensi tertentu, termasuk guru.

Guru merupakan tenaga profesional dalam bidang pendidikan dan pengajaran. Westby-Gybson (1965), Soerjadi (2001:1-2) menyebutkan beberapa persyaratan suatu pekerjaan disebut sebagai profesi. **Pertama**, adanya pengakuan oleh masyarakat dan pemerintah mengenai bidang layanan tertentu yang hanya dapat dilakukan karena keahlian tertentu dengan kualifikasi tertentu yang berbeda dengan profesi lain. **Kedua**, bidang ilmu yang menjadi landasan teknik dan prosedur kerja yang unik. **Ketiga**, memerlukan persiapan yang sengaja dan sistematis sebelum orang mengerjakan pekerjaan profesional tersebut. **Keempat**, memiliki mekanisme yang diperlukan untuk melakukan seleksi secara efektif, sehingga yang dianggap kompetitiflah yang diperbolehkan dalam melaksanakan bidang pekerjaan tersebut. **Kelima**, memiliki organisasi profesi yang, di samping melindungi kepentingan anggotanya, juga berfungsi untuk meyakinkan agar para anggotannya menyelenggarakan layanan keahlian yang terbaik yang dapat diberikan (Suparlan, 2004:2).

Profesionalisme guru didukung oleh tiga hal, yakni (1) keahlian, (2) komitmen, dan (3) keterampilan (Supriadi 1998:96). Untuk dapat melaksanakan tugas profesionalnya dengan baik, pemerintah sejak lama telah berupaya untuk merumuskan perangkat standar komptensi guru. Dapat dianalogikan dengan pentingnya hakim dan Undang-Undang, yang menyatakan bahwa, ‘berilah aku hakim dan jaksa yang baik, yang dengan undang-undang yang kurang baik sekalipun akan dapat dihasilkan keputusan yang baik’, maka kaidah itu dapat

dianalogikan dengan pentingnya guru, yakni dengan ungkapan bijak ‘berilah aku guru yang baik, dan dengan kurikulum yang kurang baik sekali pun aku akan dapat menghasilkan peserta didik yang baik’. Artinya, bahwa aspek kualitas hakim dan jaksa masih jauh lebih penting dibandingkan dengan aspek undang-undangnya. Hal yang sama, aspek guru masih lebih penting dibandingkan aspek kurikulum. Sama dengan manusia dengan senjatanya, yang terpenting adalah manusianya, ‘*man behind the gun*’.

Untuk menggambarkan guru profesional, Supriadi mengutip laporan dari Jurnal *Educational Leadership* edisi Maret 1993, bahwa guru profesional dituntut memiliki lima hal. *Pertama*, guru mempunyai komitmen pada siswa dan proses belajarnya. Ini berarti bahwa komitmen tertinggi guru adalah kepada kepentingan siswa. *Kedua*, guru menguasai secara mendalam bahan/materi pelajaran yang diajarkannya serta cara mengajarkannya kepada para siswa. Bagi guru hal ini merupakan dua hal yang tidak dapat dipisahkan. *Ketiga*, guru bertanggung jawab memantau hasil belajar siswa melalui berbagai teknik evaluasi, mulai cara pengamatan dalam perilaku siswa sampai tes hasil belajar. *Keempat*, guru mampu berpikir sistematis tentang apa yang dilakukannya, dan belajar dari pengalamannya. *Kelima*, guru seyogyanya merupakan bagian dari masyarakat belajar dalam lingkungan profesinya, misalnya di PGRI dan organisasi profesi lainnya. Apabila kelima hal tersebut dapat dimiliki oleh guru, maka guru tersebut dapat disebut sebagai tenaga dan pendidik yang benar-benar profesional dalam menjalankan tugasnya (Supriadi 2003:14).

D. Standar Pengembangan Karir Guru

Mutu pendidikan amat ditentukan oleh kualitas gurunya. Mendiknas memberikan penegasan bahwa “guru yang utama” (Republika 10 Februari 2003). Belajar dapat dilakukan di mana saja, tetapi guru tidak dapat digantikan sepenuhnya oleh siapa atau alat apa

pun juga. Untuk membangun pendidikan yang bermutu, yang paling penting bukan membangun gedung sekolah atau sarana dan prasarananya, melainkan harus dengan upaya peningkatan proses pengajaran dan pembalajaran yang berkualitas, yakni proses pembelajaran yang menyenangkan, mengasyikkan, dan mencerdaskan. Hal ini hanya dapat dilakukan oleh guru yang bermutu.

Sebagai salah satu komponen utama pendidikan, guru harus memiliki tiga kualifikasi dasar: (1) menguasai materi atau bahan ajar, (2) antusiasme, dan (3) penuh kasih sayang (*loving*) dalam mengajar dan mendidik (Mas'ud 2003:194).

Peningkatan mutu guru merupakan upaya yang amat kompleks, karena melibatkan banyak komponen. Pekerjaan besar ini mulai dari proses yang menjadi tugas lembaga pendidikan prajabatan yang dikenal dengan LPTK. Ternyata, LPTK mengalami kesulitan besar ketika dihadapkan kepada masalah kualitas calon mahasiswa kelas dua yang akan dididik menjadi guru. Ketidakmampuan LPTK ternyata memang di luar tanggung jawabnya, karena masalah rendahnya mutu calon guru itu lebih disebabkan oleh rendahnya penghargaan terhadap profesi guru. Pada akhirnya orang mudah menebak, karena pada akhirnya menyangkut duit atau gaji dan penghargaan. Gaji dan penghargaan guru belum dapat disejajarkan dengan profesi lain, karena indikasi adanya mutu profesionalisme guru masih rendah. Terjadilah lingkaran setan yang sudah diketahui sebab akibatnya. Banyak orang menganggap bahwa gaji dan penghargaan terhadap guru menjadi penyebab atau *causa prima*-nya. Namun, ada orang yang berpendapat bahwa antara gaji dan dedikasi tidak dapat dipisahkan. Gaji akan mengikuti dedikasi. Di samping itu, gaji dan dedikasi terkait erat dengan faktor lain yang bernama kompetensi profesional. Jadi, selain memang harus dipikirkan dengan sungguh-sungguh upaya untuk meningkatkan gaji dan penghargaan kepada

guru, namun masih ada pekerjaan besar yang harus segera dilakukan, yakni meningkatkan dedikasi dan kompetensi guru.

Apakah yang dimaksud kompetensi? Istilah kompetensi memang bukan barang baru. Pada tahun 70-an, terkenal wacana akademis tentang apa yang disebut sebagai Pendidikan dan Pelatihan Berbasis Kompetensi atau *Competency-based Training and Education* (CBTE). Pada saat itu Direktorat Pendidikan Guru dan Tenaga Teknis (Dikgutentis) Dikdasmen pernah mengeluarkan “buku saku berwarna biru” tentang “sepuluh kompetensi guru”. Dua dekade kemudian, Direktorat Tenaga Kependidikan (Dit Tendik), nama baru Dikgutentis telah membentuk satu tim Penyusun Kompetensi Guru yang beranggotakan para pakar pendidikan yang tergabung dalam Konsorsium Pendidikan untuk menghasilkan produk kompetensi guru. Setelah sekitar dua tahun berjalan, tim itu telah dapat menghasilkan rendahnya kompetensi guru. Sementara itu, para penyelenggra pendidikan di kabupaten/kota telah menunggu kelahiran kompetensi guru itu. Bahkan mereka mendambakan adanya satu instrumen atau alat ukur yang akan mereka gunakan dalam melaksanakan *skill audit* dengan tujuan untuk menentukan tingkat kompetensi guru di daerah masing-masing.

Untuk menjelaskan pengertian tentang kompetensi itulah maka Gronzi (1997) dan Hager (1995) menjelaskan bahwa “*An integrated view sees competence as a complex combination of knowledge, attitudes, skill, and values displayed in the context of task performance*”. Secara sederhana dapat diartikan bahwa kompetensi guru merupakan kombinasi kompleks dari pengetahuan, sikap, keterampilan, dan nilai-nilai yang ditunjukkan oleh guru dalam konteks kinerja tugas yang diberikan kepadanya. Sejalan dengan definisi tersebut, Direktorat Profesi Pendidik Ditjen PMPTK, menjelaskan bahwa “Kompetensi diartikan sebagai pengetahuan, keterampilan, dan nilai-nilai yang direfleksikan dalam kebiasaan berpikir dan bertindak”.

Berdasarkan pengertian tersebut, standar kompetensi guru diartikan sebagai ‘satu ukuran yang ditetapkan atau dipersyaratkan dalam bentuk penguasaan pengetahuan dan perilaku perbuatan bagi seorang guru agar berkelayakan untuk menduduki jabatan fungsional sesuai bidang tugas, kualifikasi, dan jenjang pendidikan’ (Direktorat Profesi Pendidik, Diten PMPTK, 2005). Standar kompetensi guru terdiri atas tiga komponen yang saling mengait, yakni (1) pengelolaan pembelajaran, (2) pengembangan profesi, dan (3) penguasaan akademik. Ketiga standar kompetensi tersebut dijiwai oleh sikap dan kepribadian yang diperlukan untuk menunjang pelaksanaan tugas guru sebagai tenaga profesi. Ketiga komponen masing-masing terdiri atas dua kemampuan. Oleh karena itu, ketiga komponen tersebut secara keseluruhan meliputi 7 (tujuh) kompetensi, yaitu: (1) penyusunan rencana pembelajaran, (2) pelaksanaan interaksi belajar mengajar, (3) penilaian prestasi belajar peserta didik, (4) pelaksanaan tindak lanjut hasil penilaian prestasi belajar peserta didik, (5) pengembangan profesi, (6) pemahaman wawasan kependidikan, (7) penguasaan bahan kajian akademik.

Standar kompetensi guru SKS memiliki tujuan dan manfaat ganda. Standar kompetensi guru bertujuan ‘untuk memperoleh acuan baku dalam pengukuran kinerja guru untuk mendapatkan jaminan kualitas proses pembelajaran’ (SKG, Direktorat Tendik 2003:5). Di samping itu, Standar Kompetensi Guru bermanfaat untuk: (1) menjadi tolok ukur semua pihak yang berkepentingan di bidang pendidikan dalam rangka pembinaan, peningkatan kualitas dan penjenjangan karir guru, (2) meningkatkan kinerja guru dalam bentuk kreativitas, inovasi, keterampilan, kemandirian, dan tanggung jawab sesuai dengan jabatan profesinya (Direktorat Profesi Pendidik, PMPTK, 2005).

E. Pengembangan Karir Guru

Pada era sentralisasi pendidikan, pembinaan guru diatur secara terpusat oleh pemerintah, dalam hal ini Departemen Pendidikan Nasional melalui PGPS (Peraturan Gaji Pegawai Sipil) dan ketentuan lain tentang kenaikan pangkat dengan sistem kredit. Dalam pelaksanaan di lapangan ketentuan tersebut berjalan dengan berbagai penyimpangan. PGPS sering diplesetkan menjadi ‘pinter goblok penghasilan sama’ atau ‘pandai pandir penghasilan sama’. Pelaksanaan kenaikan pangkat guru dengan sistem kredit pun sama. Kepala sekolah sering terpaksa menandatangani usul kenaikan pangkat guru hanya karena faktor ‘kasihan’. Dengan kondisi seperti itu, ada sebagaian kecil guru yang karena kapasitas pribadinya atau karena faktor lainnya dapat berubah atau meningkat karirnya menjadi kepala desa, anggota legeslatif, dan bahkan menjadi tenaga struktural di dinas pendidikan. Sedang sebagian besar lainnya mengalami nasib yang tidak menentu, antara lain karena belum ada kejelasan tentang standar pengembangan karir mereka.

Mengingat kondisi itulah maka pada tahun 1970-an dan 1980-an telah didirikan beberapa lembaga pendidikan dan pelatihan yang bernama Balai Penataran Guru (BPG), yang sekarang menjadi Lembaga Penjamin Mutu Pendidikan (LPMP) di setiap provinsi, dan Pusat Pengembangan Penataran Guru (PPPG) yang sekarang menjadi Pusat Pengembangan Profesi Pendidik dan Tenaga Kependidikan (P4TK) untuk pelbagai mata pelajaran dan bidang keahlian di beberapa daerah di Indonesia. Pada tahun 1970-an kegiatan ‘*up-grading*’ guru mulai gencar dilaksanakan di BPG dan PPPG. Kegiatan itu pada umumnya dirancang oleh direktorat-direktorat di bawah pembinaan Direktorat Jenderal Pendidikan Dasar dan Menengah sekarang LPMP dan P4TK berada di bawah Ditjen PMPTK. Region-region penataran telah dibentuk di berbagai kawasan di Indonesia, dengan melibatkan antara direktorat terkait dengan

lembaga diklat (*preservice training*) dan lembaga pendidikan tenaga kependidikan (LPTK) sebagai lembaga *preservice training*, serta melibatkan juga peranan lembaga pendidikan sekolah sebagai *on the job training* yang dibina langsung oleh Kantor Wilayah Departemen pendidikan dan Kebudayaan yang ada di regionnya masing-masing.

Salah satu pola pembinaan guru melalui diklat ini adalah mengikuti pola Pembinaan kegiatan Guru (PKG), yang sistem penyelenggaraan diklatnya dinilai melibatkan elemen pendidikan yang lebih luas. Melalui pola PKG ini, para guru dapat diklasifikasikan sebagai berikut: (1) guru biasa, yakni guru baru atau guru yang belum pernah mengikuti penataran, atau baru sebatas ditatar di tingkat kecamatan atau sekolah, (2) guru Inti, guru yang telah ditatar di tingkat provinsi atau nasional dan memperoleh predikat yang sebagai penatar di tingkat kabupaten, kecamatan, dan sekolah, (3) instruktur, guru yang telah mengikuti klegiatan diklat TOT (*training of trainer*) di tingkat pusat atau nasional dan memperoleh predikat sebagai penatar di tingkat provinsi. Sebagian besar instruktur ini juga telah memperoleh pengalaman dalam mengikuti penataran di luar negeri, (4) pengelola sanggar, guru instruktur yang diberi tugas untuk mengelola Sanggar PKG, yakni tempat bertemunya para guru berdiskusi atau mengikuti penataran tingkat kabupaten atau sekolah, (5) kepala sekolah, yakni instruktur yang telah diangkat untuk menduduki jabatan sebagai kepala sekolah, (6) Pengawas sekolah, satu jenjang fungsional bagi guru yang telah menjabat sebagai kepala sekolah. Selain itu, para guru memiliki wadah pembinaan profesional melalui orgabnisasi yang dikenal dengan Musyawarah Guru Mata Pelajaran (MGMP), sementara para kepala sekolah aktif dalam kegiatan Latihan Kerja Kepala Sekolah (LKKS), dan Latihan Kerja Pengawas Sekolah (LKPS) untuk pengawas sekolah. Kegiatan-kegiatan tersebut sebagaian besar dilaksanakan di satu sanggar yang disebut sanggar PKG.

F. PENUTUP

Peningkatan kompetensi dan profesionalisme guru, oleh Depdiknas sekarang dikelola oleh Direktorat Jenderal Peningkatan Mutu Pendidik dan Tenaga Kependidikan. Berbagai program peningkatan kompetensi dan profesionalisme tersebut dilaksanakan dengan melibatkan P4TK (PPPG), LPMP, Dinas Pendidikan, dan LPTK sebagai mitra kerja.

DAFTAR PUSTAKA

Chamidi, Safrudin Ismi. 2004. “Peningkatan Mutu Pendidikan melalui Manajemen Berbasis Sekolah”, dalam ***Isu-isu Pendidikan di Indonesia: Lima Isu Pendidikan Triwulan Kedua***. Pusat Data dan Informasi Pendidikan, Balitbang Depdiknas.

Direktorat Ketenagaan. 2006. ***Rambu-rambu Penyelenggaraan Pendidikan Profesional Guru Sekolah Dasar***. Jakarta: Direktorat Ketenagaan Dirjen Dikti

Dirjen Dikti Dir PPTK Depdiknas. 2002. *Standar Kompetensi Guru Kelas SD-MI Program D-II PGSD.* Jakarta: Depdiknas.

Gunawan, Ary H,1995. ***Kebijakan-Kebijakan Pendidikan****,* Jakarta: Rineka Cipta.

Hamijoyo, Santoso S. 2002. “Status dan Peran Guru, Akibatnya pada Mutu Pendidikan”, dalam Syarif Ikhwanudin dan Dodo Murtadhlo. 2002. ***Pendidikan untuk Masyarakat Indonesia Baru.*** Jakarta: Grasindo**.**

Indra Djati Sidi. 2002. ***Menuju Masyarakat Pembelajar: Menggagas Paradigma Baru Pendidikan.*** Jakarta:Paramadina dan Logos Wacana Ilmu.

Rich, John Martin. 1992. ***Inovation in Education: Reformers and Their Critics****.* New York: Cross Cultural Approach.

Rogers, Everett M. 1995. ***Diffusion of Innovation.*** New York: The Free Press.

Rokhman, Fathur dkk. 2005. Studi Kebijakan Pengelolaan Guru Di Era Otonomi Daerah dalam Rangka Peningkatan mutu pendidikan. Penelitian Balitbang dan Lemlit UNNES.

Suparno, Paul. 2004. ***Guru Demokratis di Era Reformasi Pendidikan.*** Jakarta: Grasindo.

Suryadi, Ace dan Dasim Budimansyah. 2004. ***Pendidikan Nasional Menuju Masyarakat Masa Depan.*** Jakarta: Genesindo.

Undang-Undang No. 14 tahun 2005 tentang Guru dan Dosen.

Undang-undan No. 20 tahun 2003 tentang Sistem Pendidikan Nasional.

Zamroni. 2000. ***Paradigma Pendidikan Masa Depan.*** Yogyakarta: Bigraf Publishing.

BAB 1 PENDAHULUAN

Lingkup buku ajar ini adalah tentang pendalaman materi SMA, fungsi, limit fungsi, turunan fungsi, dan terapannya. Kompetensi awal agar dapat memahami Materi kalkulus merupakan pemahaman secara mendalam tentang materi SMA. Kompetensi yang diharapkan dicapai melalui buku ajar ini adalah pemahamnan tentang kalkulus sehingga dapat menerapkan materi ini pada kalkulus lanjutan dan pada kehidupan sehari-hari.

Strategi yang diterapkan pada proses pembelajaran adalah:

(1) mengidentifikasi masalah esensial, mendiskusikan, dan menemukan pemecahan masalah,
(2) melaporkan hasil diskusi menggunakan algoritma yang benar sehingga alur berpikirnya terlihat dengan jelas, dan
(3) menyelesaikan setiap tugas yang diberikan di akhir Bab.

Indikator tentang penguasaan kompetensi adalah dapat menyelesaikan evaluasi pada akhir kegiatan pelatihan minimal 60%.

BAB II MATERI ESENSIAL MATEMATIKA SMA

A Urutan pada *R*

Terdapat urutan baku pada *R*. Jika pada garis bilangan letak *b* terletak di kanan *a*, dikatakan *b* lebih dari *a* dan ditulis dengan $b > a$.

Tentu saja sama artinya apabila dika-takan *a* kurang dari *b* dan ditulis $a < b$.

Definisi 1

Dipunyai $a, b \in R$.

$$a < b \Leftrightarrow b - a > 0$$

dan

$a < b$, $a = b$ atau $a > b$.

Teorema 2

Jika $x, y, z, c \in R$

maka (i) $x=y$, $x<y$, atau $x>y$,

(ii) $x<y$ dan $y < z \Rightarrow x < z$,

(iii) $x<y \Rightarrow x + c < y + c$,

(iv) $x<y$ dan $c > 0 \Rightarrow x \,.\, c < y \,.\, c$,

(v) $x<y$ dan $c < 0 \Rightarrow x \,.\, c > y \,.\, c$.

Contoh 3

Tentukan himpunan selesaian pertidaksa-maan: (a) $x + 2 < 5$, $x \in R$ dan

(b) $-\frac{3}{2}x \geq 9$, $x \in R$.

Penyelesaian:

(a) Jelas $x + 2 < 5$

$\Leftrightarrow x + 2 + (-2) < 5 + (-2)$

$\Leftrightarrow x < 3$.

Jadi HS = { $x \in R \mid x < 3$}.

(b) Jelas $-\frac{3}{2}x \geq 9$

$\Leftrightarrow \; -\frac{2}{3}.(-\frac{3}{2}).x \leq -\frac{2}{3}.9$

$\Leftrightarrow \; x \leq -6$.

Jadi HS = { $x \in R \mid x \leq -6$}.

Berikut ini disajikan beberapa kesepa-katan untuk menyatakan selang-selang pada R. Apabila a, $b \in R$, didefinisikan:

(1) $(a,b) = \{ x \in R \mid a < x < b\}$,

(2) $[a,b) = \{ x \in R \mid a \leq x < b\}$,

(3) $(a,b] = \{ x \in R \mid a < x \leq b\}$,

(4) $[a,b] = \{ x \in R \mid a \leq x \leq b\}$,

(5) $[a,+\infty) = \{ x \in R \mid x \geq a\}$, dan

(6) $(-\infty, a] = \{ x \in R \mid x \leq a\}$.

Contoh 4

Tentukan himpunan selesaian $x^2 - x - 2 \geq 4$.

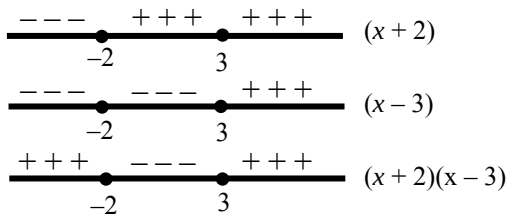
Penyelesaian:

Jelas $x^2 - x - 2 \geq 4 \Leftrightarrow x^2 - x - 6 \geq 0$

$\Leftrightarrow (x + 2)(x - 3) \geq 0$.

Titik-titik pembuat nol ruas kiri adalah –2 dan 3.

Nilai $(x + 2)$, $(x - 3)$, dan $(x + 2)(x - 3)$ pada selang $(-\infty,-2)$,$(-2,3)$, dan $(3, +\infty)$:



Gambar 1: Daerah nilai $(x + 2)$, $(x - 3)$, dan $(x + 2)(x - 3)$.

Jadi HS = $(-\infty, -2] \cup [3, +\infty)$.

Teorema 3

> Dipunyai $a, b \in R$.
>
> (a) $0 < a \le b \Leftrightarrow a^2 \le b^2$,
>
> (b) $0 < a \le b \Leftrightarrow \frac{1}{a} \ge \frac{1}{b}$,
>
> (c) $a \le b < 0 \Leftrightarrow a^2 \ge b^2$, dan

Bukti (a):

Dipunyai $0 < a \le b$.

Jelas a > 0, b > 0, dan a ≤ b.

Jelas a + b > 0 dan a – b ≤ 0.

Jadi $(a + b)(a - b) \le 0 \Leftrightarrow a^2 - b^2 \le 0$

$\Leftrightarrow a^2 \le b^2$.

Jadi $0 < a \le b \Leftrightarrow a^2 \le b^2$.

Bukti (b):

Dipunyai $0 < a \le b$.

Jelas *a* > 0, *b* > 0, dan a ≤ b.

Jelas *a.b* > 0 dan *a* – *b* ≤ 0.

Jadi $\frac{a-b}{ab} \le 0 \Leftrightarrow \frac{1}{b} \le \frac{1}{a} \Leftrightarrow \frac{1}{a} \ge \frac{1}{b}$.

Jadi $0 < a \le b \Leftrightarrow \frac{1}{a} \ge \frac{1}{b}$.

Bukti lainnya diserahkan pembaca sebagai latihan.

B Norm Baku di *R*

Pada garis bilangan berikut ini jarak 2 ke 5 adalah 3, ditulis j(2,5) = 3. Demikian pula jarak 5 ke 2 juga 3, ditulis j(5,2) = 3. Sedangkan 2 – 5 = –3 < 0 dan 5 – 2 = 3.

Berdasarkan fakta ini perlu didefinisikan konsep jarak dua titik di R sebagai berikut:

dipunyai a, b $\in$ R, jarak a ke b didefinisikan sebagai

J(a,b) = $\begin{cases} b-a \text{ apabila } b-a>0 \\ a-b \text{ apabila } a-b>0 \end{cases}$.

Dengan demikian jarak $x \neq 0$ ke 0 sama dengan jarak 0 ke $x \neq 0$, ditulis dengan

J(x,0) = j(0,x) = $\begin{cases} x \text{ apabila } x>0 \\ -x \text{ apabila } x<0 \end{cases}$.

Selanjutnya, jarak x ke x ditulis j(x,x) = 0. sebagai contoh j(7,7) = 0 dan j(0,0) = 0.

Definisi

Contoh 5

Tentukan $|2|$, $\left|-\frac{3}{2}\right|$, dan $|1-\pi|$.

Penyelesaian:

(a) Jelas 2 > 0.

Jadi $|2|$ = 2.

(b) Jelas $-\frac{3}{2}<0$.

Jadi $\left|-\frac{3}{2}\right|$ = $-(-\frac{3}{2})=\frac{3}{2}$.

(c) Dipunyai $\pi \approx 3{,}14$.

> Jika $x \in R$, $J(x,0)$ ditulis dengan $|x|$ yang dibaca "nilai mutlak x" didefinisikan sebagai:
>
> $$|x| = \begin{cases} -x \text{ apabila } x<0 \\ x \text{ apabila } x \geq 0 \end{cases}.$$

Jadi 1 – π $\approx$ 1 – 3,14 = – 2,14 < 0.

Jadi $|1-\pi|$ = –(1 – π) = π – 1.

Berikut ini disajikan beberapa teorema yang penting tentang nilai mutlak.

Teorema

(1) $|a| = |-a| \; \forall\, a \in R.$
(2) $|ab| = |a|.|b| \; \forall\, a, b \in R.$
(3) Jika $c > 0$ maka
$|a| \le c \;\Leftrightarrow\; -c \;\Leftrightarrow\; a \le c.$
(4) $-|a| \le a \le |a| \;\; \forall\, a \in R.$
(5) $|a+b| \le |a| + |b| \;\; \forall a, b \in R.$

Bukti (1):

Ambil sembarang a $\in$ R.

Kasus a < 0:

Tulis a = –m untuk suatu m > 0.

Jelas $|a| = |-m| = -(-m) = m$ dan

$|-a| = |m| = m$.

Jadi $|a| = |-a|$.

Kasus a = 0:

Jelas – a = 0.

Jadi $|a| = |-a|$ = 0.

Kasus a > 0:

Jelas – a < 0.

Jadi $|a| = a$ dan $|-a| = -(-a) = a$.

Jadi $|a| = |-a|$.

Jadi $|a| = |-a| \forall a \in$ R.

Bukti (3):

Dipunyai c > 0.

($\Rightarrow$) Ambil sembarang a $\in$ R.

Dipunyai $|a| \le c$.

Kasus a < 0:

Jelas $|a| \le c$ $\Leftrightarrow$ – a $\le$ c $\Leftrightarrow$ a $\ge$ –c.

Jadi –c $\le$ a $\le$ c.

Kasus a > 0:

Jelas $|a| \le c$ $\Leftrightarrow$ a $\le$ c.

Jelas – a < 0.

Jadi – a < c $\Leftrightarrow$ a > –c.

Jadi –c $\le$ a $\le$ c.

Jadi $|a| \le c$ $\Leftrightarrow$ –c $\le$ a $\le$ c.

($\Leftarrow$) Dipunyai –c $\le$ a $\le$ c.

Ambil sembarang a $\in$ R.

Kasus a < 0:

Jelas –c $\le$ a $\le$ c $\Leftrightarrow$ $-c \le -a \le c$ $\Leftrightarrow$ $-c \le |a| \le c$.

Jadi $|a| \le c$.

Kasus a = 0:

Jelas 0 $\le$ *c* $\Leftrightarrow$ $|a| \le c$.

Kasus *a* > 0:

Jelas –*c* $\le$ *a* $\le$ *c* $\Leftrightarrow$ $-c \le |a| \le c$.

Jadi $|a| \le c$.

Jadi –c $\le$ a $\le$ c $\Leftrightarrow$ $|a| \le c$.

Bukti lainnya diserahkan pembaca sebagai latihan.

Teorema:

Untuk setiap $a, b \in R$ berlaku:
(a) $\big\|\|a\| - \|b\|\big\| \le \|a - b\|$ dan
(b) $\|a - b\| \le \|a\| + \|b\|$.

Bukti:

(a) Ambil sembarang a,b $\in$ R.

Jelas $|a| = |(a-b)+b| \le |a-b| + |b|$ dan

$|b| = |(b-a)+a| \le |b-a| + |a|$.

Jadi $|a| - |b| \le |a-b|$ dan $-(|a| - |b|) \ge |a-b|$.

Jadi $\big\|\|a| - |b|\big\| \le |a-b|$.

(b) Ambil sembarang a,b $\in$ R.

Jelas $|a-b| = |a+(-b)| \le |a| + |-b| = |a| + |b|$.

Jadi $|a-b| \le |a| + |b|$ $\forall\, a, b \in$ R.

Contoh 5

Tentukan HS pertidaksamaan berikut ini:

(a) $|x-5| \le 4$ (c) $\dfrac{x}{x-3} \le 0$

(b) $|x+1| > 2x-7$ (d) $\dfrac{x}{|x-3|} \le 0$

Penyelesaian:

(a) Cara 1:

Ambil sembarang x $\in$ R.

Kasus x – 5 < 0:

Jelas x < 5.

Jelas $|x-5| \le 4$ $\Leftrightarrow$ –(x – 5) $\le$ 4 $\Leftrightarrow$ –x + 5 $\le$ 4 $\Leftrightarrow$ x $\ge$ 1.

Jadi HS1 = [1, 5).

Kasus x – 5 $\geq$ 0:

Jelas x $\geq$ 5.

Jelas $|x-5| \leq 4$ $\Leftrightarrow$ x – 5 $\leq$ 4 $\Leftrightarrow$ x $\leq$ 9.

Jadi HS2 = [5, 9].

Jadi HS = [1, 5) $\cup$ [5, 9] = [1, 9].

Cara 2:

Ambil sembarang x $\in$ R.

Jelas $|x-5| \leq 4$ $\Leftrightarrow$ – 4 $\leq$ x – 5 $\leq$ 4 $\Leftrightarrow$ 1 $\leq$ x $\leq$ 9.

Jadi HS = [1, 9].

(b) Ambil sembarang x $\in$ R.

Kasus x < – 1:

Jelas $|x+1| > 2x-7$ $\Leftrightarrow$ –(x + 1) >2x – 7 $\Leftrightarrow$ –x – 1 > 2x – 7 $\Leftrightarrow$ x < 2.

Jadi HS1 = (–∞,–1).

Kasus x $\geq$ – 1:

Jelas $|x+1| > 2x-7$ $\Leftrightarrow$ x + 1 > 2x – 7 $\Leftrightarrow$ –x > – 8 $\Leftrightarrow$ x < 8.

Jadi HS2 = [– 1, 8).

Jadi HS = (–∞,–1)$\cup$[– 1, 8) = (–∞,8).

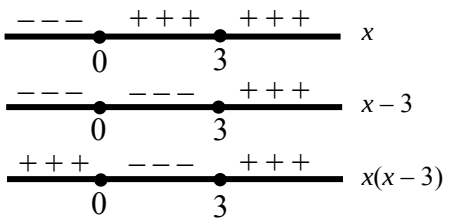
(c) Ambil sembarang x $\in$ R – {3}.

Jelas x $\neq$ 3.

Jadi (x – 3)2 > 0.

Jadi $\frac{x}{x-3} \leq 0$ $\Leftrightarrow$ x(x – 3) $\leq$ 0.

Selanjutnya daerah nilai x, (x – 3), dan x(x – 3) diperlihatkan pada gambar berikut ini.



Gambar 2: Daerah nilai x, $(x-3)$, **dan** $x(x+3)$.

Jadi HS = [0, 3].

(d) Ambil sembarang x $\in$ R – {3}.

Jelas x – 3 $\neq$ 0.

Jadi $|x-3|>0$.

Jadi $\frac{x}{|x-3|}\leq 0$ $\Leftrightarrow$ x $\neq$ 3.

Jadi HP = (–∞ , 0].

C Fungsi

Pengertian fungsi merupakan suatu hal yang mendasar dalam kalkulus. Berikut ini disajikan definisi fungsi.

Definisi 7

Dipunyai himpunan A dan B. Suatu fungsi f dari himpunan A ke B merupakan pasang terurut $f \subset A$ x B sehingga: (1) $\forall x \in A \exists y \in B \ni (x,y) \in f$ dan (2) $(x,y) \in f$ dan $(x,z) \in f \Rightarrow y = z$.

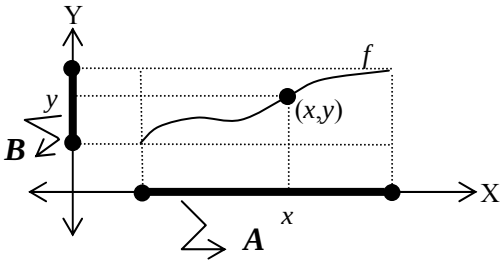
Selanjutnya apabila (x,y) $\in$ f, ditulis

y = f(x)

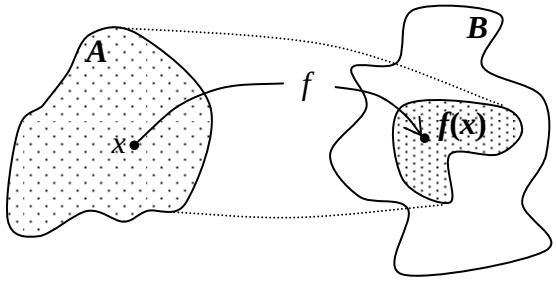
atau

f: x $\mapsto$ y

yang menyatakan y sebagai nilai f di x. Suatu fungsi dari A ke B digambarkan sebagai suatu grafik (Gambar 3), dan sebagai suatu pemetaan (Gambar 4).



Gambar 3: Grafik fungsi *f*: A $\rightarrow$ B.



Gambar 4: Fungsi *g*: *A* $\rightarrow$ *B* sebagai suatu pemetaan.

Himpunan A disebut daerah asal (domain) fungsi f diberi lambang Df, dan

{y $\in$ B | (x,y) $\in$ f}

disebut daerah hasil (range) fungsi f dan di-beri lambing Rf.

Contoh 13

Periksa pengaitan-pengaitan berikut ini merupakan fungsi atau bukan:

f: R $\rightarrow$ R , f(x) = x,

g: R $\rightarrow$ R, g(x) = x3, dan

h: [–5,5] $\rightarrow$ [–5,5], x2 + y2 = 25.

Penyelesaian:

(a) Ambil sembarang x $\in$ R.

Jelas x = f(x).

Pilih y = x.

Jelas y = f(x).

Jadi $\forall x \in R \exists y \in R \ni y \in f(x)$.

Ambil sembarang a, b $\in$ R, a = b.

Jelas f(a) = a = b = f(b).

Jadi $\forall a,b \in$ R, a = b, f(a) = f(b).

Jadi f suatu fungsi.

Berikut ini disajikan beberapa sifat fungsi.

Definisi 9

> Dipunyai fungsi $f: A \rightarrow B$.
> Fungsi f dikatakan satu-satu (*injective*) jika untuk setiap dua unsur beda di A mempunyai peta yang beda. Definisi ini dapat disajikan secara formal sebagai berikut:
> $\forall\ x_1, x_2 \in A, x_1 \neq x_2, f(x_1) \neq f(x_2)$.

Contoh 16

Periksa fungsi-fungsi berikut merupakan fungsi injektif atau bukan.

(a) f: R $\rightarrow$ R, f(x) = x3 dan

(b) g: R $\rightarrow$ R, g(x) = x2 – 1.

Penyelesaian:

(a) Ambil sembarang x1, x2 $\in$ R, x1 $\neq$ x2.

Jelas

$(x_1 - x_2) \neq 0$ dan $(x_1^2 + x_1.x_2 + x_1^2) \neq 0$.

Jelas f(x1) – f(x2) = $x_1^3 - x_2^3$ = $(x_1 - x_2)(x_1^2 + x_1.x_2 + x_1^2)$ $\neq$ 0.

Jadi f(x1) – f(x2) $\neq$ 0.

Jadi $\forall$ x1, x2 $\in$ R, x1 $\neq$ x2, f(x1) $\neq$ f(x2).

Jadi f suatu fungsi injektif.

(b) Pilih x1 = –1 dan x2 = 1.

Jelas g(x1) = g(–1) = 0 = g(1) = g(x2).

Jadi $\exists$ x1, x2 $\in$ R, x1 $\neq$ x2, g(x1) = g(x2).

Jadi g bukan fungsi injektif.

Definisi

> Dipunyai fungsi $f: A \rightarrow B$.
> Fungsi f dikatakan pada (*surjective*) jika $R_f = B$. Definisi ini dapat disajikan secara formal sebagai berikut:
>
> $$\forall\ x \in B,\ \exists\ y \in A \ni f(y) = x.$$

Contoh

Periksa fungsi-fungsi berikut merupakan fungsi surjektif atau bukan.

(a) f: R $\rightarrow$ R, f(x) = 2x – 1 dan

(b) g: R $\rightarrow$ [–1,+∞), g(x) = x2 – 1.

Penyelesaian:

(a) Ambil sembarang x $\in$ R.

Jelas x = $2\left(\frac{x+1}{2}\right)-1$.

Pilih y = $\left(\frac{x+1}{2}\right)\in$ R.

Jelas f(y) = $2\left(\frac{x+1}{2}\right)-1$ = x.

Jadi $\forall$ x $\in$ R, $\exists$ y $\in$ R $\ni$ f(y) = x.

Jadi f merupakan suatu fungsi surjektif.

(b) Ambil sembarang x $\in$ [–1,+∞).

Pilih y $\ni$ g(y) = x.

Jelas g(y) = x $\Leftrightarrow$ y2 – 1 = x

$\Leftrightarrow$ y2 = x + 1

$\Leftrightarrow y = \sqrt{x+1} \vee y = -\sqrt{x+1}$

Jelas y $\in$ R.

Jadi $\forall$ x $\in$[–1,+∞), $\exists$ y$\in$ R, g(y) = x.

Jadi g merupakan suatu fungsi surjek-

tif.

Fungsi f: $I \to R$ dikatakan bijektif apabila fungsi f merupakan fungsi injektif dan sekaligus surjektif.

D Fungsi naik dan Fungsi Turun

Banyak model fenomena alam yang mempunyai solusi sebagai suatu fungsi yang naik atau turun. Sebagai contoh model populasi suatu mahluk hidup, model peluruhan radio aktif, dan sebagainya.

Definisi

Definisi 12

Dipunyai fungnsi f: $A \to B$.
Grafik fungsi f dikatakan naik jika fungsi f <u>melestarikan urutan.</u> Definisi ini dapat disaji-kan secara formal sebagai beri-kut:

$$\forall a, b \in A, a < b,\ f(a) < f(b)$$

.

Definisi

Contoh 17

Dipunyai fungnsi f: $A \to B$. Grafik fungsi f dikatakan turun jika fungsi f <u>tak melestarikan urutan.</u> Definisi ini dapat disaji-kan secara formal sebagai beri-kut:

$$\forall a, b \in A, a < b,\ f(a) > f(b)$$

.

Periksa apakah grafik fungsi berikut naik ataukah turun:

(a) f: R $\to$ R, f(x) = 2x – 1,

(b) f: [0,+ ∞) $\to$ R, f(x) = x2, dan

(c) f: R $\to$ R, f(x) = x2.

Penyelesaian:

(a) Ambil sembarang x1, x2 $\in$ R, x1 < x2.

Jelas x1 – x2 < 0.

Jelas f(x1) – f(x2) = 2x1 – 1 – 2x2 + 1 = 2(x1 – x2)

Jadi f(x1) < f(x2).

Jadi $\forall$ x1, x2 $\in$ R, x1 < x2, f(x1) < f(x2).

Jadi grafik f naik.

(b) Ambil sembarang x1,x2$\in$($-\infty$,0],x1$\leq$ x2.

Jelas x1 $\leq$ 0, x2 $\leq$ 0, dan x1 – x2 $\leq$ 0.

Jadi x1 + x2 $\leq$ 0, dan x1 – x2 $\leq$ 0.

Jelas f(x1) – f(x2) = $x_1^2 - x_2^2$ = (x1 + x2)(x1 – x2) $\geq$ 0.

Jadi $\forall$ x1,x2$\in$($-\infty$,0],x1$\leq$x2, f(x1)$\leq$f(x2).

Jadi grafik f turun pada ($-\infty$,0].

(c) Pilih x1 = –2 dan x2 = 1.

Jelas x1, x2 $\in$ R dan x1 < x2.

Jelas f (x1) = 4 > 1 = f (x1).

Jadi $\exists x_1, x_2 \in R, x_1 < x_2, f(x_1) > f(x_2)$.

Jadi grafik f tidak naik pada R.

E Balikan (*Invers*) Fungsi

Banyak fungsi yang sangat berman-faat dibangun dengan menggunakan fung-si yang telah dikenal. Dimulai dengan fungsi yang memetakan titik ke dirinya

sendiri yang disebut dengan fungsi iden-titas.

Definisi 15

Fungsi i: $A \rightarrow B$ dengan $A \subset B$ disebut fungsi identitas apabila $i(x) = x$ untuk setiap $x \in A$.

Definisi

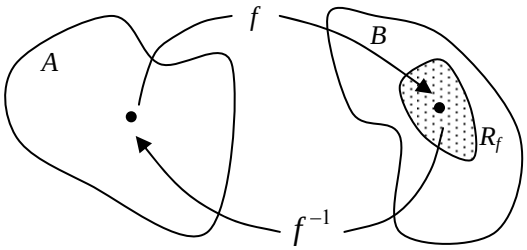
Dipunyai fungsi f: $A \rightarrow B$. Jika terdapat fungsi g: $R_f \rightarrow A$ sehingga

$$g[f(x)] = x \ \forall \ x \in A$$

maka fungsi g disebut invers f dan dituliskan dengan

$$g = f^{-1}.$$

Gambar situasinya:



Gambar 5: Diagram fungsi f dan f^{-1}

Perhatian 1: Tampilan f –1 merupakan invers fungsi f dan f –1 $\neq \frac{1}{f}$.

Perhatian 2: Jika g adalah invers f, maka $D_g = R_f$ sebab g didefinisikan oleh:

$$g(y) = x \Leftrightarrow y = f(x).$$

Contoh 20

Dipunyai fungsi f: R $\rightarrow$ R , f(x) = 2x – 1.

Jelas f fungsi bijektif.

Jadi f –1 ada.

Ambil sembarang x $\in$ R.

Jelas x = $2\left(\frac{2x+1}{2}\right)-1$ = $f(\frac{2x+1}{2})$.

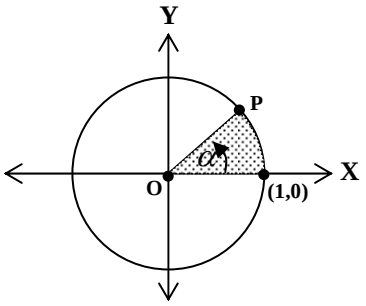
Jadi f –1(x) = f –1[f($\frac{2x+1}{2}$)] = $((f^{-1} \circ f)(\frac{2x+1}{2})$ = $i(\frac{2x+1}{2})$ = $\frac{2x+1}{2}$.

F **Satuan Radian**

Fungsi berkala (periodik) banyak ditemukan dalam matematika terapan, seperti: model matematika ayunan matematika, pegas, aliran panas, dan lain sebagainya.

Pembaca dianggap telah mengenal satuan ukuran sudut dalam derajat dan telah mengenal pula bahwa ukuran sudut suatu lingkaran adalah 300o. Sistem derajat kurang cocok untuk keperluan-keperluan dalam kalkulus. Dengan demikian perlu didefinisikan ukuran sudut yang lain, yaitu ukuran sudut dalam radian.

Perhatikan suatu lingkaran pada bidang koordinat XY yang berpusat di titik pangkal. Dibayangkan sebuah titik yang bergerak se-panjang lingkaran itu yang berlawanan arah dengan gerakan jarum jam dimulai dari titik (1,0).



Gambar 6: Lingkaran satuan berpusat di (0,0)

Ukuran radian untuk sudut α sama dengan ukuran panjang busur yang ditem-puh titik sepanjang gerakannya. Jelas ukur-an keliling lingkaran itu adalah 2α. Jadi 2α radian = 360o.

Contoh 24

(a) Jelas 1 radian = $\frac{180^o}{2\pi}$ $\approx$ 57,296o $\approx$57o 17`45``.

(b) Jelas 1o = $\frac{\pi}{180}$ = 0,017453 (π $\approx$ 3,14159).

(c) Berikut ini hubungan sudut-sudut αd (dalam derajat) dan αr (dalam radian).

αd	0o	30o	45o	60o	90o	120o
αr	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$

αd	135o	180o	210o	270o	315o

α r	$\frac{3\pi}{4}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{4}$

Setiap bilangan real t berpadanan dengan sebuah titik P pada lingkaran satuan dengan ketentuan sebagai berikut:

(a) Jika $t > 0$, dipadankan dengan gerak titik sejauh t berlawanan arah jarum jam sepanjang lingkaran.

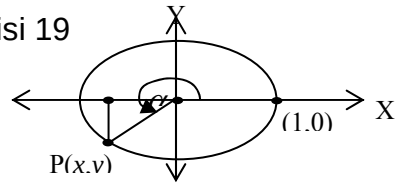
(b) Jika $t < 0$, dipadankan dengan gerak titik sejauh t searah jarum jam sepanjang lingkaran satuan.

G Fungsi Trigonometri

Titik P(x,y) adalah suatu titik pada lingkaran satuan yang berpadanan dengan sudut α. Berikut ini disajikan sinus dan cosinus sudut α.

Gambar situasinya adalah sebagai berikut:

Definisi 19



Gambar 7: Titik P berpadanan

(a) Sinus sudut α, ditulis dengan sin α, dan

$$\sin \alpha = y.$$

(b) Cosinus sudut α, ditulis dengan cos α, dan

$$\cos \alpha = x.$$

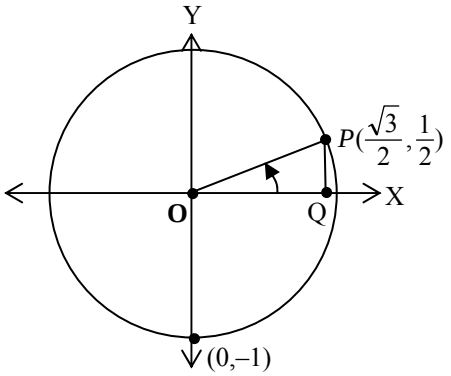
Contoh 25

Tentukan nilai sin α dan cos α apabila:

$\alpha = \frac{\pi}{6}$, $\alpha = \frac{3\pi}{4}$, $\alpha = \frac{4\pi}{3}$, dan $\alpha = \frac{3\pi}{2}$.

Penyelesaian:

(a) Perhatikan Gambar 8.



Gambar 8: $\angle\alpha = \frac{\pi}{6}$

Jelas OP = 1, PQ = $\frac{1}{2}$, dan OQ = $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Jadi $P(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$.

Jadi sin $\frac{\pi}{6}$ = $\frac{1}{2}$ dan cos $\frac{\pi}{6}$ = $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

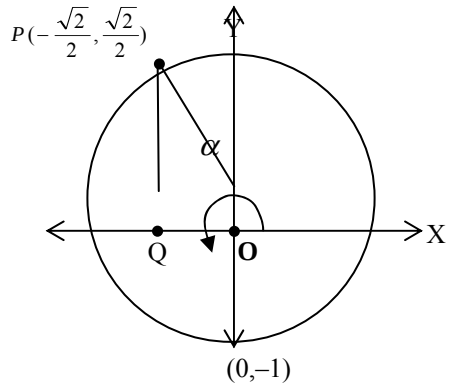
(b) Perhatikan Gambar 9:

Jelas OP = 1, PQ = $\frac{\sqrt{2}}{2}$, dan OQ = $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Jelas x = – $\frac{\sqrt{2}}{2}$ dan y = $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Jadi $P(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$.

Jadi sin $\frac{3\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ dan cos $\frac{3\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.



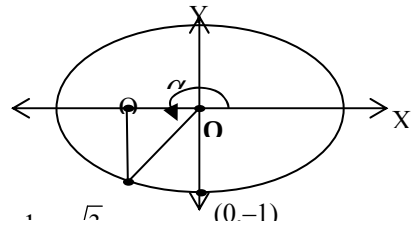
Gambar 9: $\angle\alpha = \frac{3\pi}{4}$

(c) Perhatikan Gambar 10:

Jelas OP = 1, PQ = $\frac{\sqrt{3}}{2}$, dan OQ = $\frac{1}{2}$.

Jelas x = – $\frac{1}{2}$ dan y = – $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Jadi sin $\frac{4\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ dan cos $\frac{4\pi}{3} = -\frac{1}{2}$.

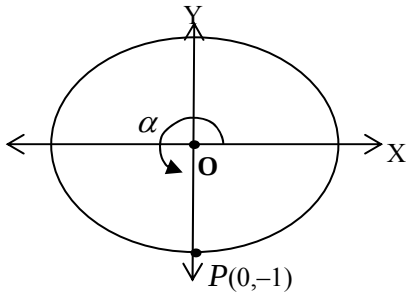


Gambar 10: $\angle\alpha = \frac{4\pi}{3}$

(d) Perhatikan Gambar 11.

Jelas P(0, –1).

Jadi sin $\frac{3\pi}{2} = -1$ dan cos $\frac{3\pi}{2} = 0$.



Gambar 11: $\angle\alpha = \frac{3\pi}{2}$

Berikut ini disajikan fungsi-fungsi trigonometri lainnya.

Definisi 19

(a) $\tan\alpha = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$	(c) $\sec\alpha = \frac{1}{\cos\theta}$
(b) $\cot\alpha = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$	(d) $\csc\alpha = \frac{1}{\cos\theta}$

Contoh 26

Buatlah sket grafik fungsi-fungsi berikut:

(a) f: $[-2\pi, 2\pi] \in R$, f(x) = sin x,

(b) g: $[-2\pi, 2\pi] \in R$, g(x) = cos x,

(c) h: $[-2\pi, 2\pi] - \{-\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\} \in R$,

h(x) = tan x, j(x) = csc x.

(d) j: $(-2\pi, 2\pi) - \{-\pi, \pi\} \in R$,

j(x) = cot x,

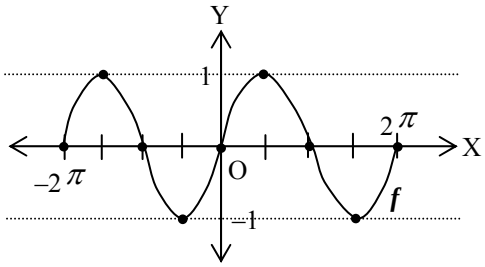
(e) k: $[-2\pi, 2\pi] - \{-\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\} \in R$,

k(x) = sec x, dan

(f) j: $(-2\pi, 2\pi) - \{-\pi, \pi\} \in R$,

Penyelesaian:

(a) Grafik f:



Dapat dilihat bahwa:

Grafik f naik pada selang-selang:

$[-2\pi, -\frac{3\pi}{2}]$, $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$, dan $[\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$.

Grafik f turun pada selang-selang:

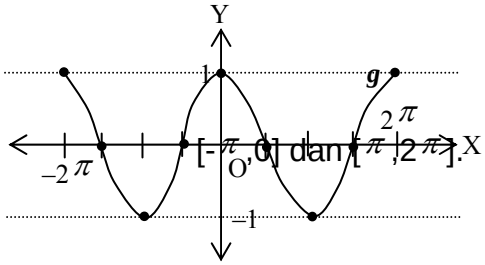
Gambar 12: Grafik $f(x) = \sin x$

$[-\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}]$ dan $[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$.

Nilai $f(-\frac{3\pi}{2}) = f(\frac{\pi}{2}) = 1$ merupakan nilai mak simum.

Nilai $f(-\frac{\pi}{2}) = f(\frac{3\pi}{2}) = -1$ merupakan nilai minimum.

(b) Grafik g:



Gambar 13: Grafik $f(x) = \cos x$

Dapat dilihat bahwa:

Grafik g naik pada selang-selang:

$[-\pi, 0]$ dan $[\pi, 2\pi]$.

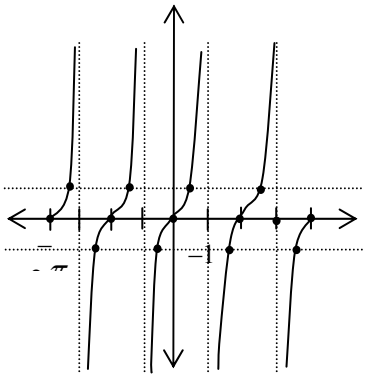
Grafik g turun pada selang-selang:

$[-2\pi, -\pi]$ dan $[0, \pi]$.

Nilai $g(-2\pi) = g(0) = g(2\pi) = 1$ merupakan nilai maksimum.

Nilai $f(-\pi) = f(\pi) = -1$ merupakan nilai minimum.

(c) Grafik h:



Gambar 42: Grafik $h(x)$

Dapat dilihat bahwa:

Grafik h naik pada Dh.

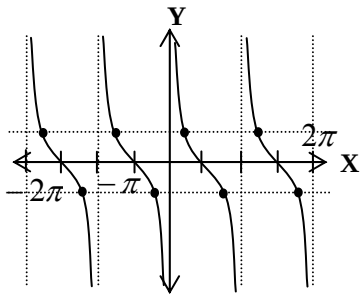
Asimptot tegak:

$x = -\frac{3\pi}{2}$, $x = -\frac{\pi}{2}$, x = $\frac{\pi}{2}$, dan $x = \frac{3\pi}{2}$.

Memotong sumbu X di:

(–2π,0), (π,0), (0,0), (π,0), dan (2π,0).

(d) Grafik j:



Gambar 14: Grafik $j(x) = \cot x$

Dapat dilihat bahwa:

Grafik j turun pada Dj.

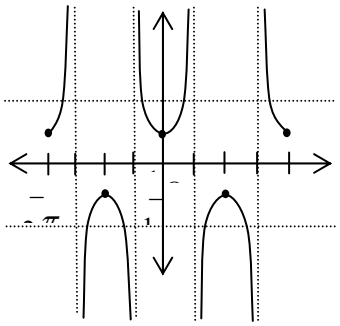
Asimptot tegak:

$x = -2\pi$, $x = -\pi$, x = π, dan $x = 2\pi$.

Memotong sumbu X di:

$(-\frac{3\pi}{2},0)$, $(-\frac{\pi}{2},0)$, $(\frac{\pi}{2},0)$, dan $(\frac{3\pi}{2},0)$.

(e) Grafik k: Dapat dilihat bahwa:



Gambar 15: Grafik $k(x) = \sec x$

Grafik k naik pada:

$(-2\pi,-\frac{3\pi}{2})$, $(-\frac{3\pi}{2},-\pi)$, $(0,\frac{\pi}{2})$, dan $(\frac{\pi}{2},\pi)$.

Grafik k turun pada:

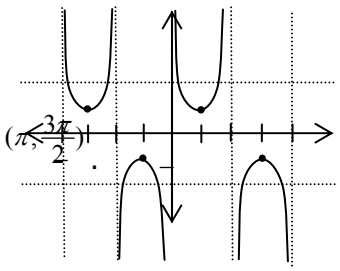
$(-\pi,-\frac{\pi}{2})$, $(-\frac{\pi}{2},0)$, $(\pi,\frac{3\pi}{2})$, dan $(\frac{3\pi}{2},2\pi)$.

Asimptot tegak: $x = -\frac{3\pi}{2}$, $x = -\frac{\pi}{2}$, x = $\frac{\pi}{2}$, dan $x = \frac{3\pi}{2}$.

Grafik k tak memotong sumbu X.

Nilai k(-2π) = k(0) = k(2π) = 1 merupakan nilai minimum relatif.

Nilai k(- π) = k(π) = –1 merupakan nilai maksimum relatif.(f) Grafik l: Dari Gambar 16 dapat dilihat bahwa:



Gambar 16: Grafik $l(x) = \csc x$

Grafik l naik pada:

$(-\frac{3\pi}{2}, -\pi)$, $(-\pi, -\frac{\pi}{2})$, $(\frac{\pi}{2}, \pi)$, dan

Grafik k turun pada:

$(-2\pi, -\frac{3\pi}{2})$, $(-\frac{\pi}{2}, 0)$, $(0, \frac{\pi}{2})$, dan $(\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$.

Asimptot tegak:

$x = -2\pi$, $x = -\pi$, x= 0, $x = \pi$, dan $x = 2\pi$. Grafik l tak memotong sumbu X. Nilai l($-\frac{\pi}{2}$) = l($\frac{3\pi}{2}$)= –1 merupakan nilai maksimum relatif. Nilai l($-\frac{3\pi}{2}$) = l($\frac{\pi}{2}$) = 1 merupakan nilai minimum relatif.

Beberapa contoh bukti teorema:

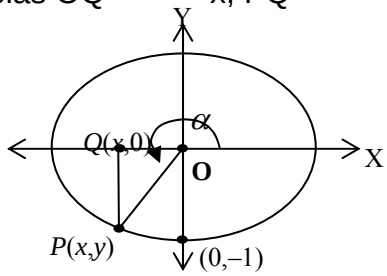
(1) sin2 α + sin2 α = 1

Bukti: Perhatikan Gambar 17:

Ambil sembarang titik P(x,y) pada lingkaran satuan.

Titik Q adalah projeksi P pada sumbu X.

Jelas OQ = $|x|$ = –x, PQ = $|y|$ = –y, danOP = 1.



Gambar 17: *P*(*x*,*y*) sembarang titik pada lingkaran satuan

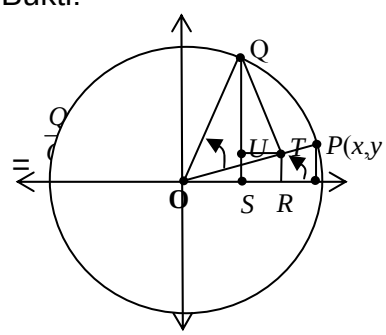
Jelas OQ2 + PQ2 = OP2 $\Leftrightarrow$ x2 + y2 = 1

$\Leftrightarrow$ cos2α +sin2α = 1

$\Leftrightarrow$ sin2α +cos2α = 1.

(2) sin ($\alpha + \beta$) = cos α . sin β + sin α . cos β.

Bukti:



Gambar 18: Titik *Q* berpadanan dengan

Perrhatikan Gambar 18:

Jelas sin ($\alpha + \beta$)

$$= \frac{QU + US}{OQ}$$

$$= \frac{QU}{QT} \bullet \frac{QT}{OQ} + \frac{TR}{OT} \bullet \frac{OT}{OQ}$$

= cos α .sin β +sin α .cos β.

(3) Teorema: sin($\alpha - \beta$) = sinα . cos β – cos α . sin β.

Bukti:

Dipunyai sin ($\alpha + \gamma$) = sinα .cosγ +cosα .sinγ.

Tulis γ = –β.

Jelas sin ($\alpha + \gamma$) = sinα . cosγ + cosα . sinγ

$\Leftrightarrow$ sin ($\alpha - \beta$) = sinα . cos(–β) + cosα . sin(–β)

$\Leftrightarrow$ sin($\alpha - \beta$) = sinα . cos β – cos α . sin β.

H Fungsi Periodik (*periodic*)

Model matematika suatu fenomena alam yang banyak yang mempunyai solusi yang berkala atau periodik. Sebagai contoh ayunan, pegas, gelombang, dan lain-lain.

Fungsi periodik didefinisikan sebagai berikut:

Definisi:

> Dipunyai fungsi f: $R \to R$.
> Jika terdapat bilangan positif T sehingga $f(x + T) = f(x)$ untuk setiap $x \in R$, fungsi f dikatakan periodik. Selanjutnya nilai T terkecil disebut periode f.

Contoh 30

Periksa apakah fungsi-fungsi berikut periodik:

(a) f: R $\to$ R, f(x) = sin x, (b) g: R – $\{\frac{k\pi}{2}\}_{k \in B}$ $\to$ R, f(x) = tan x, dan

(c) h: R – $\{k\pi\}_{k \in B}$ $\to$ R, h(x) = csc x.

Penyelesaian:

(a) Ambil sembarang x $\in$ R.

Jelas f (x + 2π) = sin (x + 2π) = sin x = f (x).

Jadi f(x + 2π) = f(x) $\forall$ x $\in$ R.

Jadi f periodik dengan periode 2π.

(b) Ambil sembarang x $\in$ R– $\{\frac{k\pi}{2}\}_{k \in B}$.

Jelas g(x + π) = tan (x + π) = tan x = g(x).

Jadi g(x + π) = g(x) $\forall$ x $\in$ R.

Jadi g periodik dengan periode π.

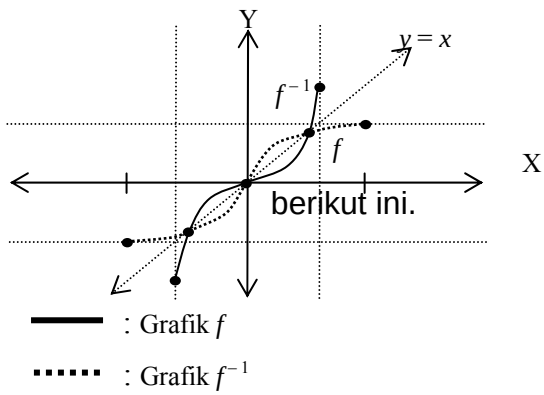
(c) Ambil sembarang x $\in$ R– $\{k\pi\}_{k\in B}$.

Jelas h(x + 2π) = csc (x + 2π) = csc x = h(x).

Jadi h(x+2π) = h(x) $\forall$ x$\in$R– $\{k\pi\}_{k\in B}$.

Jadi h periodik dengan periode 2π.

I Invers Fungsi Trigonometri



Perhatikan fungsi f: $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]\to$ [–1,1] dengan f(x) = sin x pada gambar berikut ini.

Gambar 19: grafik $f(x) = \sin x$ dan $f^{-1}(x) = \sin^{-1}x$

Jelas f fungsi injektif.

Jadi f –1 ada.

Ambil sembarang x [–1,1].

Pilih y $\in \left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ sehingga f(y) = x.

Jelas f(y) = x $\Leftrightarrow$ sin y = x $\Leftrightarrow$ y = sin–1x.

Jadi f –1(x) = f –1[f(y)] = (f –1$\circ$ f)(y) = i(y) = y = sin–1x.

Daftar nilai f:

x	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
Sin x	–1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

Daftar nilai f –1:

x	–1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
sin–1 x	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$

BAB II LIMIT FUNGSI DAN KEKONTINUAN FUNGSI

Pada BAB 2 ini mulai masuk pada materi kalkulus dengan membicarakan konsep tentang limit fungsi. Limit fungsi merupakan suatu konsep yang sangat mendasar dalam kalkulus. Konsep limit hampir selalu muncul pada setiap bidang kalkulus. Masalah yang berkaitan dengan garis singgung pada suatu kurva dan masalah luas daerah yang dibatasi oleh kurva-kurva merupakan masalah yang solusinya membutuhkan pengertian limit.

A. Barisan Bilangan

Sekarang akan dibangun pengertian barisan bilangan dan limit barisan secara singkat sebagai berikut.

Dipunyai fungsi u : N $\rightarrow$ R. Jelas Df ={1,2,3,...} dan Rf = {u(1),u(2),u(3), ...}.

Karena Ru suatu himpunan, urutan di Ru tak diperhatikan. Selanjutnya perhatikan tampilan $\langle u(1), u(2), u(3), \cdots \rangle$. Pada tampilan ini urutan diperhatikan, artinya

$\langle u(1), u(2), u(3), \cdots \rangle \neq \langle u(2), u(1), u(3), \cdots \rangle$.

Tulis $\langle u(1), u(2), u(3), \cdots \rangle = \langle u_1, u_2, u_2, \cdots \rangle$.

Tampilan $\langle u_1, u_2, u_2, \cdots \rangle = \langle u_n \rangle_{n \in N}$ disebut barisan yang dibangun oleh fungsi f.

Contoh

(a) Barisan $\langle 1,2,3, \cdots \rangle$ merupakan barisan barisan bilangan yang dibangun oleh fungsi u : N $\rightarrow$R dengan u(n) = n.

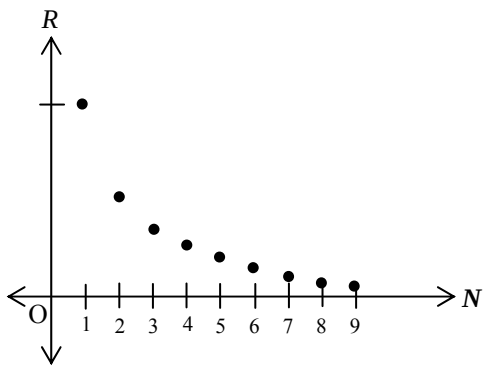
(b) Barisan yang dibangun oleh fungsi u : N $\rightarrow$R dengan u(n) = $\frac{1}{n}$ adalah

$\left\langle 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \cdots \right\rangle$.

(c) Barisan $\left\langle (-1)^n \right\rangle_{n \in N}$ = $\langle -1, 2, -3, 4, \cdots \rangle$.

Grafik suatu barisan bilangan sama dengan grafik suatu fungsi. Sebagai contoh barisan $\left\langle \frac{1}{n} \right\rangle_{n \in N}$.

Grafik barisan $\left\langle \frac{1}{n} \right\rangle_{n \in N}$:



Gambar 1: Grafik barisan $\left\langle \frac{1}{n} \right\rangle_{n \in N}$.

Secara intuitif, barisan ini mempunyaikecenderungan menuju 0.

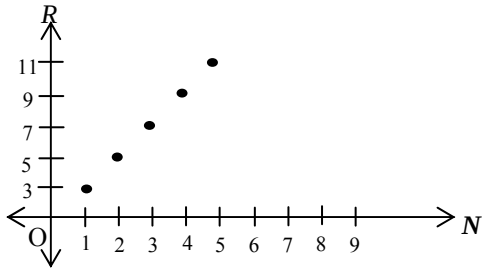
Barisan $\left\langle \frac{1}{n} \right\rangle_{n \in N}$ dikatakan ”mempunyai limit 0” atau ”konvergen ke 0”.

dan ditulis dengan

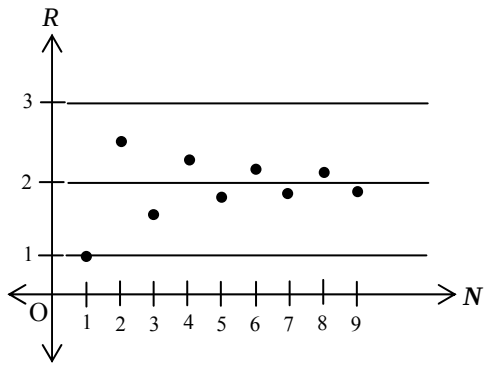
$\left\langle \frac{1}{n} \right\rangle_{n \in N} \to 0$ atau $\lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} = 0$.

Contoh

Grafik barisan $\langle 2n+1 \rangle$ dan $\left\langle 2 + \frac{(-1)^n}{n} \right\rangle$ adalah sebagai berikut:



Gambar 2: Grafik barisan $\langle 2n+1 \rangle$



Gambar 3: Grafik barisan $\left\langle 2+\frac{(-1)^n}{n} \right\rangle$

Grafik $\langle 2n+1 \rangle$ dan $\left\langle 2+\frac{(-1)^n}{n} \right\rangle$ mempunyai perbedaan yang cukup jelas seperti tampak Gambar 2 dan Gambar 3. Grafik $\langle 2n+1 \rangle$ seragam dan tak menghampiri bilangan manapun. Ini menunjukkan bahwa $\langle 2n+1 \rangle \to +\infty$ atau $\lim\limits_{n\to\infty} (2n+1) = +\infty$.

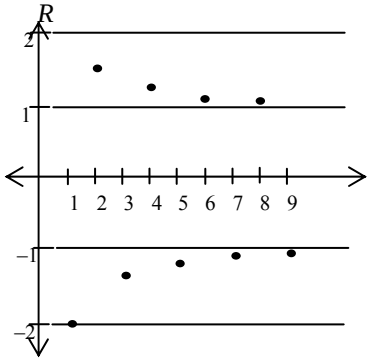
Sedangkan grafik $\left\langle 2+\frac{(-1)^n}{n} \right\rangle$ menghampiri suatu bilangan L = 2 apabila n $\to +\infty$. Jadi $\left\langle 2+\frac{(-1)^n}{n} \right\rangle \to 2$ atau $\lim\limits_{n\to\infty} (2+\frac{(-1)^n}{n})$.

Contoh

Tentukan $\lim\limits_{n\to\infty} (-1)^n . \frac{n+1}{n}$.

Penyelesaian:

Grafik $\lim\limits_{n\to\infty} \left\langle (-1)^n . \frac{n+1}{n} \right\rangle$:



Gambar 4: Grafik barisan $\left\langle (-1)^n + \frac{n+1}{n} \right\rangle$

Kasus n genap:

Jelas $\lim\limits_{n\to\infty} (-1)^n . \frac{n+1}{n} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{n+1}{n}$

$= \lim\limits_{n\to\infty} (1 + \frac{1}{n}) = 1.$

Kasus n gasal:

Jelas $\lim\limits_{n\to\infty} (-1)^n . \frac{n+1}{n} = \lim\limits_{n\to\infty} -\frac{n+1}{n}$

$= \lim\limits_{n\to\infty} (-1 - \frac{1}{n})$

$= -1.$

Dari Gambar 4 terlihat dengan jelas bahwa $\langle u_n \rangle$ menghampiri 1 dari atas dan menghampiri –1 dari bawah. Dikatakan barisan $\left\langle (-1)^n + \frac{n+1}{n} \right\rangle$ tidak mempunyi limit atau tidak konvergen.

Berkut ini disajikan definisi limit barisan secara formal sebagai berikut:

Definisi

Dipunyai barisan $\langle u_n \rangle$. Barisan $\langle u_n \rangle$ dikatakan konvergen ke L, ditulis

$\lim\limits_{n\to\infty} u_n = L \iff \forall \varepsilon > 0 \; \forall \; N_\varepsilon \in \boldsymbol{N}$

sehingga $|u_n - L| < \varepsilon$

apabila $n > N_\varepsilon$.

Contoh

Buktikan $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} = 0$.

Bukti:

Ambil sembarang ε > 0.

Pilih N_ε > $\frac{1}{\varepsilon}$.

Dipunyai n > N_ε.

Jelas $\frac{1}{n} < \frac{1}{N_\varepsilon}$.

Jadi $|u_n - 0|$ = $\left|\frac{1}{n}\right|$ = $\frac{1}{n}$ < $\frac{1}{\mathrm{N}_\varepsilon}$ < ε.

Jadi $\forall \varepsilon > 0 \exists \mathrm{N}_\varepsilon \in N \ni |u_n - 0| < \varepsilon \text{ apabila } n > N_\varepsilon$.

Jadi $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} = 0$.

Contoh

Buktikan $\lim_{n\to\infty} \frac{2n-1}{n+2} = 2$.

Bukti:

Ambil sembarang ε > 0.

Pilih N_ε > $\frac{5}{\varepsilon} - 2$.

Dipunyai n > N_ε.

Jelas n + 2 > N_ε + 2.

Jadi $\frac{1}{n+2} < \frac{1}{\mathrm{N}_\varepsilon + 2}$.

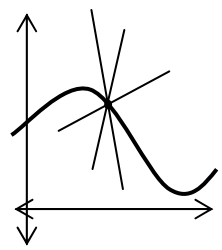
Jelas $|u_n - L|$ = $\left|\frac{2n-1}{n+2} - 2\right|$ = $\frac{5}{|n+2|}$ = $\frac{5}{n+2}$ < $\frac{5}{\mathrm{N}_\varepsilon + 2}$ < $\frac{5}{\frac{5}{\varepsilon} - 2 + 2}$ = ε.

Jadi $\forall \varepsilon > 0 \exists \mathrm{N}_\varepsilon \in N \ni |u_n - 2| < \varepsilon \text{ apabila } n > N_\varepsilon$

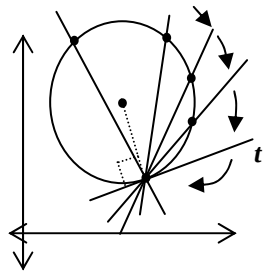
Jadi $\lim_{n\to\infty} \frac{2n-1}{n+2} = 2$.

Garis Singgung Suatu Kurva

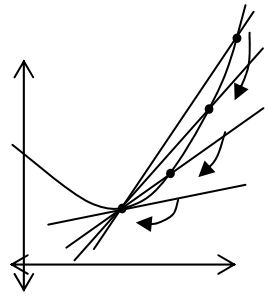
Gambar berikut memperlihatkan bagaimana suatu garis singgung dibangun pada suatu kurva.



Gambar 5: Garis l1, l2, l3 bukangaris garis singgung pada kurva f, wa laupun hanya memo-tong kurva f di satu titik saja.

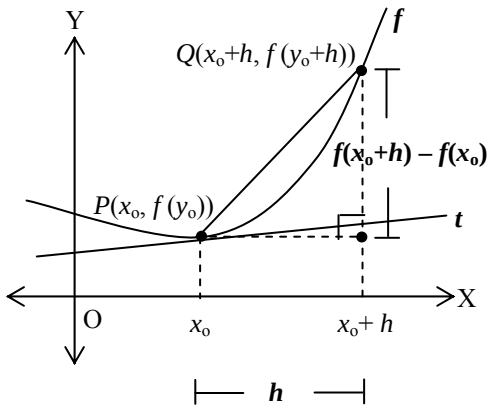


Gambar 6: Garis singgung t me-rupakan hasil rotasi talibusur PQ di ti-tik P.



Gambar 7: Garis singgung t me-rupakan limit posisi talibusur PQ untuk Q $\to$ P.

Perhatikan suatu titik P(xo,yo) dan Q(xo+h,yo+h) terletak pada kurva f berikut.



Tulis mPQ: gradien garis PQ dan mt: gradien garis singgung t.

Jelas $m_{PQ} = \dfrac{f(x_O + h) - f(x_O)}{h}$.

Gambar 8: Gradien garis singgung t merupakan limit gradien taluibusur PQ untuk h $\rightarrow$ 0.

Definisi

Jika $\lim\limits_{h \to 0} m_{PQ} = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x_O + h) - f(x_O)}{h}$ ada, gradient garis singgung *t* di definisikan sebagai

$$m_t = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_O + h) - f(x_O)}{h}.$$

Contoh

Tnetukan gradien garis singgung t pada kurva-kurva berikut ini di titik S:

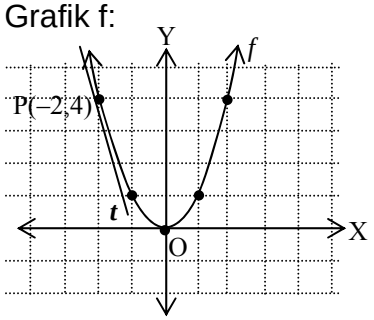
f(x) = x2 dan P(–2,4),

g(x) = x3 dan P(1,1), dan

l(x) = $\frac{1}{x}$ dan P(–1,–1).

Penyelesaian:

(a) Grafik f:



Jelas xo = –2.

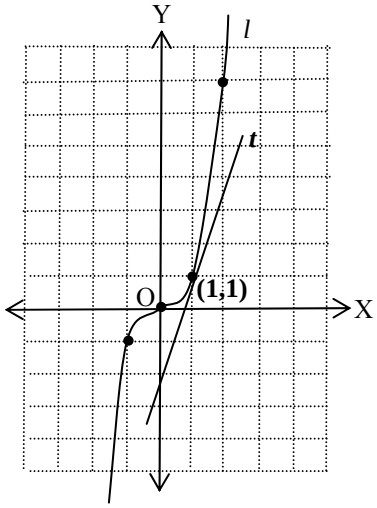
Jadi mt = $\lim_{h\to 0} \frac{f(-2+h)-f(-2)}{h}$

= $\lim_{h\to 0} \frac{(-2+h)^2-(-2)^2}{h}$

= $\lim_{h\to 0} \frac{h.(h-4)}{h}$ = $\lim_{h\to 0} (h-4)$ = –

4. Gambar 9: Garis t menyinggung kurva f di titik P(-2,4).

(b) Grafik g: Jelas xo = 1.



Jadi mt = $\lim_{h\to 0} \frac{f(1+h)-f(1)}{h}$

= $\lim_{h\to 0} \frac{(1+h)^3-(1)^3}{h}$

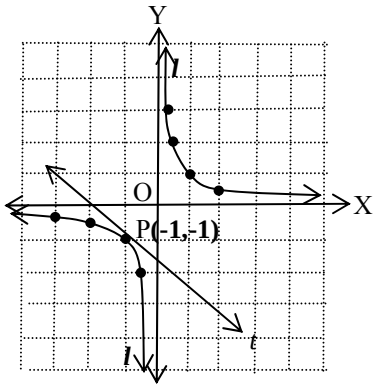
= $\lim_{h\to 0} \frac{h.(h^2+3h+3)}{h}$

= $\lim_{h\to 0} (h^2+3h+3))$

= 3.

Gambar 10: Garis t menyinggung kurva g di titik P(1,1).

(c) Grafik l:



Gambar 11: Garis t menyinggung kurva l di titik P(–1,–1).

Jelas xo = –1.

Jadi mt = $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{l(-1+h) - l(-1)}{h}$

$= \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\dfrac{1}{-1+h} + 1}{h}$

$= \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{1}{-1+h}$

= –1.

B. Limit Fungsi Secara Intuitif

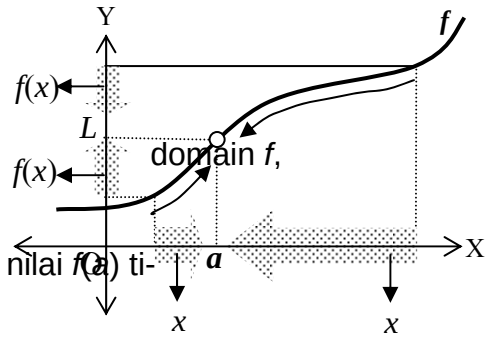
Konsep tentang gradien garis singgung merupakan suatu kasus khusus dalam konsep tentang limit fungsi. Secara umum, limit fungsi ditulis dengan

$$L = \lim_{x \to a} f(x)$$

yang dibaca dengan “Limit fungsi *f* untuk *x* mendekati *a* bernilai *L*”.

Secara intuitif, pengertian $L = \lim\limits_{x \to a} f(x)$ berarti nilai *f*(*x*) dekat dengan *L* apabila nilai *x* dekat dengan *a*.

Konsep ini dapat dijelaskan melalui gambar berikut.



***Perhatian 1*:**

(1) titik *a* tidak perlu berada di domain *f*,

(2) pada kasus *a* di domain *f*, nilai *f*(*a*) tidak perlu ada.

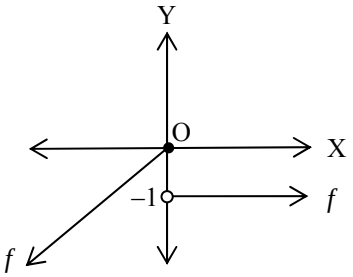
Gambar 12: Secara intuitif, $\lim_{x \to a} f(x)$ bermakna: nilai f(x) dekat dengan L apabila x dekat a.

Contoh

Fungsi f, g, h: R$\rightarrow$ R diberikan oleh

f(x)= $\begin{cases} x, x \le 0 \\ -1, x > 0 \end{cases}$, g(x)= $\begin{cases} -x, x < 1 \\ 0, x = 1 \\ x^2, x > 1 \end{cases}$, dan h(x)= $\begin{cases} x, x < 1 \\ -(x-1)^2 + 1, x > 1 \end{cases}$.

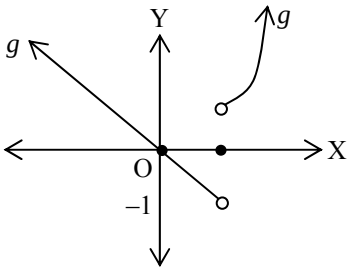
Grafik f:



Gambar 13

Secara intuitif, nilai

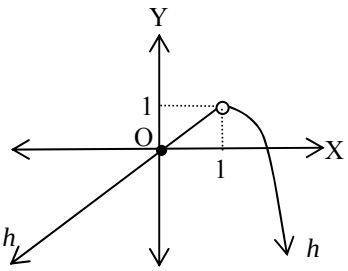
Grafik g:



Gambar 14

Secara intuitif:

Grafik h:



Gambar 15:

Secara intuitif:

f(0) = 0 dan nilai $\lim_{x \to 0} f(x)$ tidak

nilai f(1) = 0 dan nilai $\lim_{x \to 1} f(x)$ tidak ada.

nilai f(1) tidak ada dan nilai $\lim_{x \to 1} f(x)$ ada = 1.

.

C. Limit Fungsi Secara Formal

Berikut ini akan disajikan konsep limit secara formal. Dimulai dengan pengertian

" $x \to a$ ".

Definisi

> Dipunyai x variabel di $\mathbf{R}$ dan a suatu konstanta. Ungkapan $x \to a$ mempunyai arti bahwa sebaran variabel x pada suatu barisan yang konvergen ke a.

Contoh

Berilah contoh sebaran variabel x untuk $x \to 1$.

Penyelesaian:

Pilih suatu barisan yang konvergen ke 1, sebagi contoh $\left\langle 1 + (-\frac{1}{10})^n \right\rangle_{n \in N}$.

Daftar 1: Sebaran variabel x

n	$(-\frac{1}{10})^n$	x = $1+(-\frac{1}{10})^n$
1	– 0,1	0,9
3	– 0,001	0,999

5	– 0,00001	0,99999
7	– 0,0000001	0,9999999
⋮	⋮	⋮
↓ ∞ ↑	↓ 0 ↑	↓ 1 ↑
⋮	⋮	⋮
8	0,00000001	1,00000001
6	0,000001	1,000001
4	0,0001	1,0001
2	0,01	1,01

Sebaran variabel x dapat dilihat pada kolom ke-3: tampak bahwa variabel x menghampiri 1 bergayut dari atas dan bawah.

Perhatian 2:

(1) Terdapat tak hingga barisan bi-langan yang konvergen ke 1.

(2) Dapat dipilih sembarang barisan yang konvergen ke 1 yang dirasa merupakan fasilitas yang paling menguntungkan.

Contoh

Dipunyai $f:[-1,4]\to R$ dengan f(x)=2x–1.

Tentukan $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$.

Penyelesaian:

Pilih suatu barisan yang konvergen ke 1, sebagi contoh $\left\langle 1+(-\frac{1}{10})^n \right\rangle_{n\in N}$.

Daftar 2:

Sebaran f (x) untuk $x\to a$

x	2x	f (x) = 2x – 1
0,9	1,8	0,8
0,999	1,888	0,888
0,99999	1,888 88	0,88888

Sebaran nilai $f(x)$ dapat dilihat pada kolom ke-3: terlihat bahwa nilai $f(x)$ menghampiri 1 bergayut dari atas dan bawah. Secara numerik dapat disimpul-kan bahwa

$$\lim_{x\to 1} f(x) = 1.$$

0,9999999	1,888 8888	0,8888888
⋮	⋮	⋮
↓ 1 ↑	↓ 2 ↑	↓ 1 ↑
⋮	⋮	⋮
1,0000 0001	2,00000 0002	1,000000 002
1,0000 001	2,00000 02	1,000000 2
1,0001	2,0002	1,0002
1,01	2,02	1,02

Sekarang akan didefinisikan konsep limit fungsi secara formal. Di muka telah dikenalkan bahwa

$\lim_{x \to a} f(x)$ = L

diartikan bahwa dapat ditentukan nilai f(x) dekat ke L dengan cara memilih x yang cukup dekat dengan a.

Dalam rangka mendefinisikan limit fungsi secara formal menggunakan bahasa yang akurat perlu dipikirkan beberapa hal sebagai berikut:

(1) pernyataan nilai f(x) dekat dengan nilai L dapat dinyatakan dengan

$$|f(x) - L| < \varepsilon,$$

(2) pernyataan variabel x dekat dengan nilai a dapat dinyatakan dengan

$$0 < |x - a| < \delta$$,

(3) kedua butir (1) dan (2) dapat dirangkai sebagai berikut:

untuk setiap bilangan positif kecil ε dapat dipilih bilangan positif δ sehingga apabila $0 < |x - a| < \delta$ akan berlaku $|f(x) - L| < \varepsilon$.

Berdasarkan ketiga butir tersebut, dapatlah didefinisikan pengertian limit fungsi secara formal sebagai berikut:

Definisi

> Dipunyai fungsi $f : I \to R$, $I \subset R$, dan $a \in I$. Limit fungsi f bernilai L untuk $x \to a$ ditulis
> $$\lim_{x \to a} f(x) = L$$
> jika dan hanya jika untuk setiap ε terdapat bilangan positif δ, sehingga $|f(x) - L| < \varepsilon$ apabila $0 < |x - a| < \delta$.

Pernyataan untuk setiap ε terdapat bilangan positif δ, sehingga $|f(x) - L| < \varepsilon$ apabila $0 < |x - a| < \delta$

dapat disingkat dengan:

$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \ni |f(x) - L| < \varepsilon$ apabila $0 < |x - a| < \delta$.

Contoh

Buktikan $\lim_{x \to 2} [(x-1)^2 + 5]$ = 6.

Bukti:

Tulis x2– 2x + 6 = (x – 1)2 + 5 = f(x).

□ Ambil sembarang $\varepsilon > 0$.

- Pilih $\delta = \min\{1, \frac{\varepsilon}{3}\}$.
- Dipunyai $0 < |x-2| < \delta$.

  Dicari batas $|x|$ pada selang $0 < |x-2| < 1$:

  Jelas $0 < |x-2| < 1 \Leftrightarrow 1 < x < 3 \Leftrightarrow 1 < |x| < 3$.

  Jadi $|f(x) - 6| = |(x-1)^2 - 1| = |x(x-2)| = |x|\,|(x-2)| < 3\delta = \varepsilon$.

Jadi $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \ni |f(x) - 6| < \varepsilon$ apabila $0 < |x-2| < \delta$.

Jadi $\lim_{x \to 2} [(x-1)^2 + 5] = 6$.

Teorema 30

> Nilai limit suatu fungsi adalah tunggal, yaitu
>
> jika $\lim_{x \to a} f(x) = L$ dan $\lim_{x \to a} f(x) = M$
>
> maka $L = M$.

Bukti:

Dipunyai $\lim_{x \to a} f(x) = L$ dan $\lim_{x \to a} f(x) = M$.

Ambil sembarang $\varepsilon > 0$.

Pilih $\delta 1 > 0$ dan $\delta 2 > 0$ sehingga $|f(x) - L| < \frac{\varepsilon}{2}$ apabila $0 < |x-a| < \delta_1$ dan

$|f(x) - M| < \frac{\varepsilon}{3}$ apabila $0 < |x-a| < \delta_2$.

Pilih $\delta = \min\{\delta 1, \delta 2\}$.

Jelas $|L - M| = \|[L - f(x)] + [f(x) - M]\| \leq |L - f(x)| + |f(x) - M| < \frac{\varepsilon}{2} + \frac{\varepsilon}{3} = \frac{5\varepsilon}{6} < \varepsilon$.

Jadi $|L - M| < \varepsilon$ untuk setiap $\varepsilon > 0$.

Jadi L = M.

Teorema (Prinsip Apit)

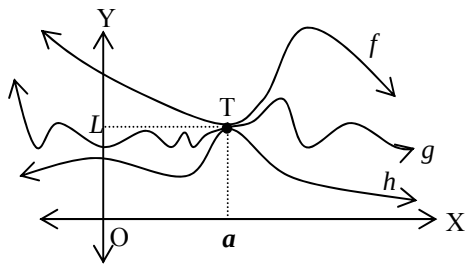
Dipunyai fungsi-fungsi $f,\ g,\ h{:}I \subset R$ terde-finisi pada selang buka I yang memuat a.

Jika $f(x) \le g(x) \le h(x)\ \forall\, x \in I$ dan

$$\lim_{x\to a} f(x) = L = \lim_{x\to a} h(x)$$

maka $\lim_{x\to a} g(x) = L$.

Ilustrasi Prinsip Apit:



Gambar 16: $f(x) \le g(x) \le h(x)$ pada I dan $\lim_{x\to a} f(x) = L = \lim_{x\to a} h(x)$

Bukti:

Dipunyai f(x) $\le$ g(x) $\le$ h(x) $\forall$ x $\in$ I dan

$$\lim_{x\to a} f(x) = L = \lim_{x\to a} h(x)$$

Ambil sembarang ε > 0.

Pilih δ 1 > 0, δ 2 > 0, dan δ 3 > 0 sehingga

$|f(x) - L| < \frac{\varepsilon}{3}$ apabila $0 < |x - a| < \delta_1$,

$|f(x) - M| < \frac{\varepsilon}{4}$ apabila $0 < |x - a| < \delta_2$, dan f(x) $\le$ g(x) $\le$ h(x) apabila $0 < |x - a| < \delta_3$.

Pilih δ = min{δ 1, δ 2, δ 3}.

Ambil sembarang x di $0 < |x - a| < \delta$.

Jelas f(x) $\le$ g(x) $\le$ h(x)

$\Leftrightarrow$ f(x) – L $\le$ g(x) – L $\le$ h(x)) – L.

Jadi $|g(x) - L| \le \text{maks}\ \{|f(x) - L|, |h(x) - L|\}$ < maks { $\frac{\varepsilon}{3}, \frac{\varepsilon}{4}$} = $\frac{\varepsilon}{4}$ < ε.

Jadi $\forall \varepsilon > 0\ \exists \delta > 0 \ni |g(x) - L| < \varepsilon$ apabila $0 < |x - a| < \delta$.

Jadi $\lim_{x\to a} g(x) = L$.

D. Limit Fungsi Trigonometri

Pada teorema berikut ukuran sudut yang digunakan adalah radian.

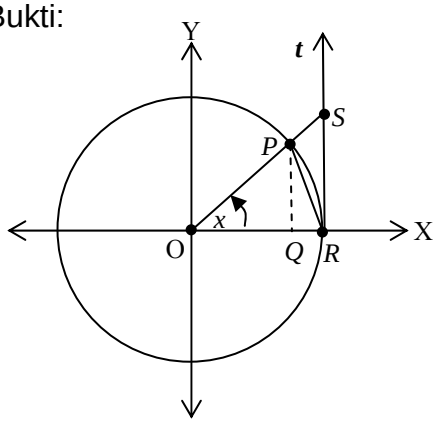
Teorema

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1 .$$

Untuk nilai x yang cukup kecil (dekat dengan 0), nilai sin x dihampiri oleh nilai x sendiri yang ditulis dengan

$$\sin x \approx x.$$

Bukti:



Gambar 17: Titik P pada lingkaran satuan, sudut x cukup kecil, dan t garis singgung di titik R.

Jadi sin x < x.

Kasus $0 < x < \frac{\pi}{2}$:

Tulis A: ukuran luas Δ OPR,
B: ukuran luas sektor OPR, dan
C: ukuran luas Δ OSQ.

Jelas A < B < C

$$\Leftrightarrow \frac{OR.PQ}{2} < \frac{x}{2\pi} x\pi . OR^2 < \frac{OR.SR}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{PQ}{2} < \frac{x}{2} < \frac{SR}{2} \Leftrightarrow \frac{\sin x}{2} < \frac{x}{2} < \frac{\tan x}{2}$$

$$\Leftrightarrow \cos x < \frac{\sin x}{x} < 1 .$$

Ganti x dengan $\frac{x}{2}$.

Jadi $\sin \frac{x}{2} < \frac{x}{2} \Leftrightarrow \sin^2 \frac{x}{2} < \frac{x^2}{4} \Leftrightarrow 2\sin^2 \frac{x}{2} < \frac{x^2}{2} \Leftrightarrow 1 - \cos x < \frac{x^2}{2} \Leftrightarrow \cos x > 1 - \frac{x^2}{2}$.

Jadi $1 - \frac{x^2}{2} < \cos x < \frac{\sin x}{x} < 1$.

Kasus $-\frac{\pi}{2} < x < 0$:

Jelas $-\frac{\pi}{2} < x < 0 \Leftrightarrow \frac{\pi}{2} < -x < 0$.

Jadi $1-\frac{(-x)^2}{2} < \cos(-x) < \frac{\sin(-x)}{-x} < 1 \Leftrightarrow 1-\frac{x^2}{2} < \cos x < \frac{\sin x}{x} < 1$.

Jadi $1-\frac{x^2}{2} < \cos x < \frac{\sin x}{x} < 1$ untuk $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$.

Jelas $\lim_{x\to 0}(1-\frac{x^2}{2}) = 1 = \lim_{x\to 0} 1$.

Jadi $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1$.

Contoh

Tentukan $\lim_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{x}$.

Penyelesaian:

Strategi:

(1) Ingat rumus $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1$

(2) Jika x diganti 2x, diperoleh $\lim_{2x\to 0}\frac{\sin 2x}{2x} = 1$.

Berdasarkan strategi yang dibangun, penyelesaiannya adalah:

Jelas $\lim_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{x}$ = $2.\lim_{2x\to 0}\frac{\sin 2x}{2x}$ = 2.

E. Limit sepihak

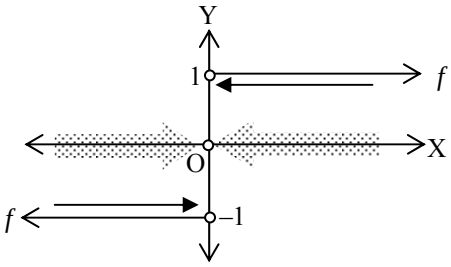
Perhatikan fungsi f: R–{0} $\rightarrow$ R yang didefinisikan sebagai

$$f(x) = \frac{|x|}{x}.$$

Fungsi f dapat dinyatakan tanpa tanda nilai mutlak, yaitu

$$f(x) = \frac{|x|}{x} = \begin{cases} -1, x < 0 \\ 1, x > 0 \end{cases}.$$

Grafik f:



Dapat dilihat bahwa nilai $f(x)$ akan mendekati 1 apabila x mendekati 0 dari sebelah kanan. Dikatakan fungsi f mempunyai limit kanan di 0 yang nilainya 1, situasi ini ditulis

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = 1.$$

Gambar 18: Grafik $f(x) = \frac{|x|}{x}$.

Demikian pula nilai f(x) akan mendekati –1 apabila x mendekati nol dari sebelah kiri. Dikatakan fungsi f mempunyai limit kiri di 0 yang nilainya –1, situasi ini ditulis

$$\lim_{x \to 0^-} f(x) = -1.$$

Perhatian 1:

(1) Dengan menggunakan definisi limit, dapat ditunjukkan bahwa $\lim_{x \to 0} \frac{|x|}{x}$ tidak ada.

(2) Alasan lain yang menyatakan bahwa $\lim_{x \to 0} \frac{|x|}{x}$ tidak ada adalah disebabkan

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = 1 \neq -1 = \lim_{x \to 0^-} f(x).$$

(3) Limit kiri atau limit kanan di suatu titik suatu fungsi dinamakan limit sepihak.

Definisi (Limit kanan)

Dipunyai fungsi f: $(a,b) \to R$, dan c di selang (a,b). Limit fungsi f untuk x mendekati c dari kanan adalah L, ditulis dengan

$$\lim_{x \to c^+} f(x) = L$$

jika dan hanya jika untuk setiap $\varepsilon > 0$ terdapat $\delta > 0$ sehingga $|f(x) - L| < \varepsilon$ apabila $c < x < c + \delta$.

Definisi (Limit kiri)

Dipunyai fungsi f: $(a,b) \to R$, dan c di selang (a,b). Limit fungsi f untuk x mendekati c dari kiri adalah L, ditulis dengan

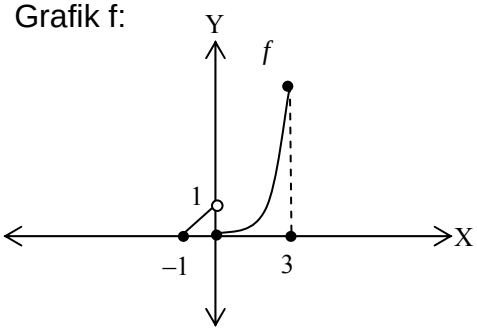
$$\lim_{x \to c^-} f(x) = L$$

jika dan hanya jika untuk setiap $\varepsilon > 0$ terdapat $\delta > 0$ sehingga $|f(x) - L| < \varepsilon$ apabila $c - \delta < x < c$.

Contoh

Dipunyai f: [–1,3] $\to$ R, $f(x) = \begin{cases} x+1, x<0 \\ x^2, x \geq 0 \end{cases}$

Grafik f:



Gambar 19: Grafik fungsi f pada [–1,3].

Secara intuitif, dapat dilihat bahwa:

(i) $f(0) = 0^2 = 0$,

(ii) $\lim_{x \to 0^-} f(x) = 1$, dan

(iii) $\lim_{x \to 0^+} f(x) = 0$.

Berdasarkan intuisi tersebut, disimpulkan teorema berikut ini. Jelas

$$\lim_{x \to 0^-} f(x) = 1 \neq 0 = \lim_{x \to 0^-} f(x) = -1.$$

Kenyataan ini memberikan petunjuk bahwa nilai $\lim_{x \to 0} f(x)$ tidak ada.

Teorema :

Dipunyai f: $I \to R$, $I \subset R$, dan $a \in I$. Nilai $\lim_{x \to a} f(x)$ ada dan bernilai L jika dan hanya jika

$$\lim_{x \to a^-} f(x) = L = \lim_{x \to a^+} f(x).$$

Buktinya fakultatif dan diserahkan pembaca sebagai latihan.

Contoh

Buktikanlah $\lim_{x \to 0^-} f(x) = 1$ apabila f: [–1,3] → R, $f(x) = \begin{cases} x+1, x<0 \\ x^2, x \geq 0 \end{cases}$.

Bukti:

Strategi:

(1) Ambil sembarang ε > 0.

(2) Pilih δ > 0, sehingga $|f(x)-1| < \varepsilon$ apabila – δ < x < 0:

Dipunyai – δ < x < 0.

Jelas 0 < –x < δ ⇔ 0 < $|x|$ < δ.

Jelas f(x) = x + 1.

Jadi $|f(x)-1|$ = $|x|$ < δ.

Dipilih δ = ε.

Berdasarkan strategi yang dikembangkan disusun bukti sebagai berikut:

Ambil sembarang ε > 0.

Pilih δ = ε.

Dipunyai – δ < x < 0.

Jelas 0 < –x < δ ⇔ 0 < $|x|$ < δ.

Jelas $|f(x)-1|$ = $|x|$ < δ = ε.

Jadi untuk setiap ε > 0 terdapat δ > 0 sehingga $|f(x)-1|$ < ε apabila – δ < x < 0.

Jadi $\lim_{x \to 0^-} f(x) = 1$.

F. Kekontinuan Fungsi

Pada pengertian limit fungsi di titik *a*, fungsi *f* terdefinisi pada suatu selang buka *I*, kecuali mungkin di titik *a* sendiri. Sekarang dipunyai fungsi *f* terdefinisi pada selang *I* yang memuat titik *a*. Jikla limit fungsi *f* di titik *a* ada dan nilainya sama dengan nilai fungsi di titik *a*, maka fungsi *f* dikatakan kontinu di titik *a*. Definisi ini dapat dinyatakan sebagai berikut.

Definisi

> Dipunyai fungsi $f: I \to R$ dan $a \in I$. Fungsi f dikatakan kontinu di titik a jika dan hanya jika
>
> $$\lim_{x \to a} f(x) = f(a).$$

Contoh

Dipunyai fungsi $f: R \to R$, $f(x) = x + 1$.

Jelas $\lim_{x \to 1^-} (x+1) = 2$, $\lim_{x \to 1^+} (x+1) = 2$, dan $f(1) = 2$. Jadi $\lim_{x \to 1} (x+1) = 2 = f(1)$.

Jadi *f* kontinu di titik 1.

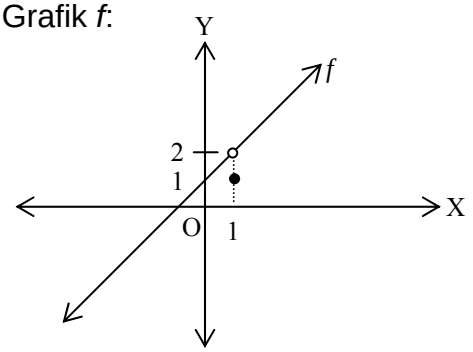
Contoh

Dipunyai fungsi $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 1}{x - 1}, x \neq 1 \\ 1, x = 1 \end{cases}$. Periksa apakah *f* kontinu di titik 1.

Penyelesaian:

Jelas $f(x) = \begin{cases} x + 1, x \neq 1 \\ 1, x = 1 \end{cases}$.

Grafik *f*:



Jelas $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 1} (x+1) = 2$,

$\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 1} (x+1) = 2$, dan

$f(1) = 1$.

Jelas $\lim\limits_{x \to 1} (x+1) = 2 \neq f(1)$.

Jadi fungsi *f* tak kontinu di titik 1.

Gambar 20: Fungsi *f* tak kontinu yang dapat dihilangkan di titik 1.

Konsep kontinunya fungsi *f* di titik *a* dapat disajikan sebagai berikut.

Teorema

> Dipunyai fungsi f: $I \to R$ dan $a \in I$. Fungsi f dikatakan kontinu di titik a jika dan hanya jika untuk setiap $\varepsilon > 0$ terdapat $\varepsilon > 0$ sehingga
> $|f(x) - f(a)| < \varepsilon$ apabila $|x - a| < \delta$.

Contoh

Dipunyai *f*: $R \to R$, $f(x) = x + 1$.

Buktikan *f* kontinu di titik 1.

Bukti:

Ambil sembarang $\varepsilon > 0$.

Pilih $\delta = \varepsilon$.

Dipunyai $|x - 1| < \delta$.

Jelas $|f(x) - 2| = |x - 1| < \varepsilon = \varepsilon$.

Jadi untuk setiap $\varepsilon > 0$ terdapat $\varepsilon > 0$ sehingga $|f(x) - 2| < \varepsilon$ apabila $|x - 1| < \delta$.

Jadi *f* kontinu di titik 1.

Definisi

(i) Fungsi f : (a,b) $\rightarrow R$ dikatakan kontinu pada (a,b) jika dan hanya jika f kontinu di setiap titik pada (a,b)

(ii) Fungsi $f : [a,b] \rightarrow R$ dikatakan kontinu pada $[a,b]$ jika dan hanya jika f kontinu di setiap titik pada (a,b),

$$\lim_{x \to a^+} f(x) = f(a),$$

dan

$$\lim_{x \to a^-} f(x) = f(b).$$

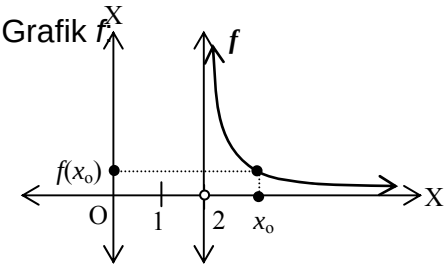
Suatu fungsi *f*: *I* $\rightarrow$ *R* yang kontinu di setiap titik di *I* dikatakan kontinu pada selang *I*.

Contoh

Dipunyai fungsi $f : (2,+\infty) \rightarrow R$ yang disajikan dengan rumus dan $f(x) = \frac{1}{x-2}$. Pe-riksa apakah *f* kontinu pada $(2,+\infty)$.

Pemeriksaan:

Grafik *f*:



Gambar 21: Fungsi $f : (2,+\infty) \rightarrow R$, $f(x) = \frac{1}{x-2}$ kontinu

Ambil sembarang $x_o \in (2,+\infty)$.

Jelas $f(x_o) = \frac{1}{x_o - 2}$

dan

$$\lim_{x \to x_o} f(x) = \lim_{x \to x_o} \frac{1}{x-2} = \frac{1}{x_o - 2}.$$

Jadi $\lim_{x \to x_o} f(x) = f(x_o)$ untuk setiap x_o di selang $(2,+\infty)$.

Jadi fungsi *f* kontinu pada selang $(2,+\infty)$.

Kekontinuan sepihak suatu fungsi didefinisikan sebagai berikut.

Definisi

Dipunyai fungsi $f: I \to R$ dan $a \in I$.

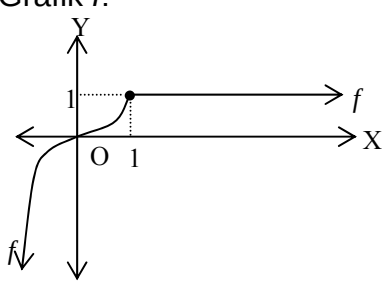
(i) $\lim\limits_{x \to a^+} f(x) = f(a)$ jika dan hanya jika untuk setiap $\varepsilon > 0$ terdapat $\delta > 0$ sehingga $|f(x) - f(a)| < \varepsilon$ apabila $a < x < a + \delta$.

(ii) $\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = f(a)$ jika dan hanya jika untuk setiap $\varepsilon > 0$ terdapat $\delta > 0$ sehingga $|f(x) - f(a)| < \varepsilon$ apabila $a - \delta < x < a$.

Contoh

Dipunyai fungsi $f : R \to R$ yang diberikan oleh $f(x) = \begin{cases} x^3, x \le 1 \\ 1, x > 1 \end{cases}$. Buktikan f tak kontinu kiri dan kontinu kanan di titik 1.

Grafik f:



Gambar 22: f tak kontinu kiri dan kontinu kanan di titik 1.

Bukti:

(a) Ambil sembarang $\varepsilon > 0$.

Pilih $\delta = \min\{1, \frac{\varepsilon}{3}\}$.

Dipunyai $1 - \delta < x < 1$.

Jelas $-\delta < x - 1 < 0 \Leftrightarrow 0 < -(x-1) < \delta$

$\Leftrightarrow 0 < |x - 1| < \delta$.

Dicari batas $x^2 + x + 1$ pada $0 < x < 1$:

Jelas $x^2 + x + 1 = (x + \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}$.

Jelas $0 < x < 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x + \frac{1}{2} < \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{4} < (x + \frac{1}{2})^2 < \frac{9}{4} \Leftrightarrow 1 < (x + \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4} < 3$.

Jadi $|f(x) - 1| = |x^3 - 1| \quad |(x-1)(x^2 + x + 1)| = |x - 1|.|x^2 + x + 1| < 3\delta = \varepsilon$.

Jadi untuk setiap $\varepsilon > 0$ terdapat $\delta > 0$ sehingga $|f(x) - 1| < \varepsilon$ apabila $1 - \delta < x < 1$.

Jadi $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = 1 = f(1)$.

Jadi f kontinu kiri di titik 1.

(b) Ambil sembarang ε > 0.

Pilih $\delta = \varepsilon$.

Dipunyai 1 < *x* < 1 + δ.

Jelas 0 < *x* – 1 < $\delta \Leftrightarrow 0 < |x-1| < \delta$.

Jadi $|f(x)-1| = |x-1| < \delta = \varepsilon$.

Jadi untuk setiap ε > 0 terdapat δ > 0 sehingga $|f(x)-1| < \varepsilon$ apabila 1<*x* <1+δ.

Jadi $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = 1$.

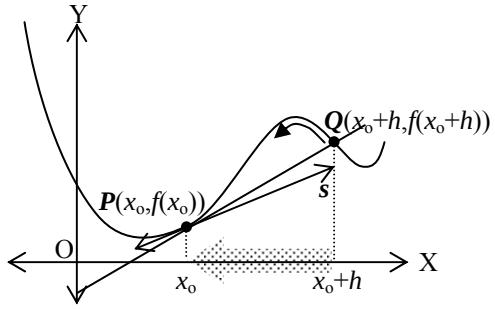
Akan tetapi *f*(1) tidak ada.

Jadi *f* tak kontinu kanan di titik 1.

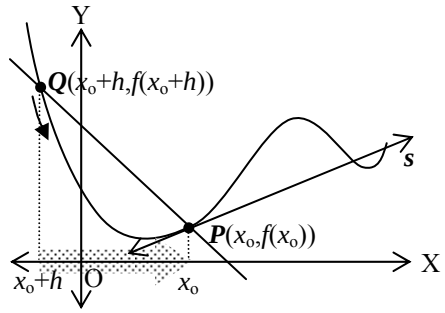
BAB III TURUNAN FUNGSI

Pada Bab 3 ini didiskusikan tentang turunan (*derivative*) suatu fungsi. Pembicara-an dimulai dengan menghitung gradien garis singgung suatu kurva di suatu titik menggunakan konsep limit yang telah dikembangkan pada Bab 2. Ide tentang gradien garis singgung ini diperluas menjadi turunan suatu fungsi. Beberapa teorema atau sifat-sifat turunan disajikan yang beberapa diantaranya dilengkapi dengan bukti. Setiap konsep, teorema, atau sifat yang disajikan dilengkapi dengan suatu contoh agar daya serap pembaca dapat ditingkatkan.

Gradien garis singgung pada kurva *f* di titik $P(x_o,y_o)$ telah dibicarakan pada Bab 2, yaitu: $m = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_O + h) - f(x_O)}{h}$ apabila nilai limit ini ada. Nilai $\frac{f(x_O + h) - f(x_O)}{h}$ disebut perbedaan hasil bagi, sebab ini merupakan perubahan perbandingan nilai fungsi apabila nilai *x* berubah, yaitu dari titik (x_o,y_o) menjadi titik $(x_o + h,\ f(x_o + h))$. Nilai *h* dapat bernilai positif atau negatif. Nilai *h* yang positif berarti 0 dihampiri *h* dari kanan dan nilai *h* yang negatif berarti 0 dihampiri *h* dari kiri. Situasi ini dapat diperlihatkan pada gambar berikut ini.



Gambar 1: gradien garis PQ adalah $\frac{f(x_O + h) - f(x_O)}{h}$, $h > 0$



Gambar 2: gradien garis PQ adalah $\frac{f(x_O) - f(x_O + h)}{h}$, $h < 0$

A. Pengertian Turunan Fungsi

Gradien garis singgung *s* pada Gambar 1 dan Gambar 2 adalah $\lim_{h\to 0}\frac{f(x_O+h)-f(x_O)}{h}$, apabila limit ini ada. Selanjutnya $\lim_{h\to 0}\frac{f(x_O+h)-f(x_O)}{h}$ dinotasikan dengan $f'(x_O)$ dan disebut dengan turunan fungsi *f* di titik x_o. Jika $f'(x_O)$ ada untuk setiap x_o di selang *I*, proses menentukan turunan biasanya menghasilkan fungsi turunan f' yang terdefinisi pada selang *I*.

Definisi

> Dipunyai fungsi $f: I \to R$.
> Turunan fungsi *f* pada selang I didefinisikan sebagai
> $$f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$
> apabila nilai limit ini ada untuk setiap x di I.

Contoh

Dipunyai $f: R \to R$ dengan $f(x) = x^2 - 1$.

Tentukan:

(a) Persamaan garis singgung pada kurva *f* yang koordinat-*x* nya 1.

(b) Tentukan fungsi turunan dari *f*.

Penyelesaian:

(a) Tulis 1 = x_o dan m_s: gradien garis singgung yang diminta.

Jelas $f(1) = 0$ dan

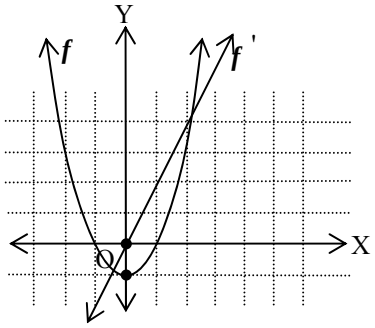
$$m_S = \lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{(1+h)^2-1^2}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{2h+h^2}{h} = \lim_{h\to 0}(2+h) = 2.$$

Jadi *s*: $y - 0 = 2(x - 1) \Leftrightarrow y = 2x - 2$.

(b) Jelas $f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{(x+h)^2-f(x)}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{x^2+2xh+h^2-x^2}{h}$

$$= \lim_{h \to 0} (2x + h) = 2x.$$

Grafik *f* dan f':



Gambar 3: grafik $f(x) = x^2 - 1$
dan $f'(x) = 2x.$

B. Turunan Sepihak

Turunan suatu fungsi merupakan pengembangan konsep limit. Pada konsep limit telah dikenal pengertian limit sepihak. Dengan demikian pada konsep turunan juga ada turunan sepihak.

Telah dibicarakan turunan fungsi *f* di titik x_o sebagai berikut

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(x_O + h) - f(x_O)}{h}.$$

Tulis $x_o + h = x$. Jelas $h \to 0 \Leftrightarrow x \to x_o$.

Jadi $\lim_{h \to 0} \frac{f(x_O + h) - f(x_O)}{h} \Leftrightarrow \lim_{x \to x_o} \frac{f(x) - f(x_O)}{x - x_O}$.

Contoh

Tentukan $f'(x_o)$ apabila:

(a) $f(x) = \sin 2x$, $x_o = \frac{\pi}{4}$ dan

(b) $f(x) = \frac{1}{x-1}$, $x_o = 2$.

Penyelesaian:

(a) Jelas $f'(\frac{\pi}{4}) = \lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{f(x) - f(\frac{\pi}{4})}{x - \frac{\pi}{4}} = \lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{\sin 2x - \sin \frac{\pi}{2}}{x - \frac{\pi}{4}} =$

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{2\cos(x + \frac{\pi}{4}).\sin(x - \frac{\pi}{4})}{x - \frac{\pi}{4}}$$

$$= 2. \lim_{x - \frac{\pi}{4} \to 0} \frac{\sin(x - \frac{\pi}{4})}{x - \frac{\pi}{4}}. \lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \cos(x + \frac{\pi}{4}) = 2 . 1 . \cos \frac{\pi}{2} \quad 2 . 1 . 0 = 0.$$

(b) Jelas $f'(2) = \lim_{x \to 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \to 2} \frac{\frac{1}{x-1} - 1}{x - 2} = \lim_{x \to 2} (-1) = -1.$

Definisi

> Dipunyai fungsi $f: I \to R$, $I \subset R$, dan titik $x_o \in I$.
> Turunan kiri f di titik x_o:
> $$f'_-(x_o) = \lim_{x \to x_o^-} \frac{f(x) - f(x_o)}{x - x_o}$$
> dan
> turunan kanan f di titik x_o:
> $$f'_+(x_o) = \lim_{x \to x_o^+} \frac{f(x) - f(x_o)}{x - x_o}.$$

Teorema

> Dipunyai fungsi $f: I \to R$, $I \subset R$, dan titik $x_o \in I$.
> $f'(x_o)$ ada jika dan hanya jika $f'_-(x_o) = f'_+(x_o)$.

Contoh

Dipunyai fungsi f: $\boldsymbol{R} \to \boldsymbol{R}$, $f(x) = |x|$. Periksa apakah fungsi f mempunyai turunan di titik $x = 0$.

Pemeriksaan:

Jelas $f(x) = \begin{cases} -x, x < 0 \\ 0, x = 0 \\ x, x > 0 \end{cases}$.

Jelas $f'_{-}(0) = \lim\limits_{x \to 0^-} \dfrac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{-x}{x} = \lim\limits_{x \to 0} (-1) = -1$dan

$f'_{+}(0) = \lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x}{x} = \lim\limits_{x \to 0} 1 = 1$.

Jadi $f'_{-}(0) \neq f'_{+}(0)$.

Jadi $f'(0)$ tidak ada.

Hubungan adanya turunan suatu fungsi dan kontinunya fungsi pada suatu titik atau pada selang kelak akan sering di-gunakan. Hubungan ini disajikan pada teo-rema berikut ini.

Teorema

Dipunyai fungsi f: $I \to R$, $I \subset R$, dan titik $x_o \in I$. Jika $f'(x_o)$ ada maka fungsi f kontinu di titik x_o.

Bukti:

Dipunyai $f'(x_o)$ ada.

Tulis $f'(x_o) = y$ untuk suatu $y \in \boldsymbol{R}$.

Jelas $f'(x_o) = y \Leftrightarrow \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x_O + h) - f(x_O)}{h} = y \Leftrightarrow \lim\limits_{h \to 0} f(x_O + h) - f(x_O) = \lim\limits_{h \to 0} h.y$

$\Leftrightarrow \lim\limits_{h \to 0} f(x_O + h) = f(x_O)$.

Tulis $x_o + h = x$.

Jelas $h \to 0 \Leftrightarrow x \to x_o$.

Jadi $\lim\limits_{x \to x_o} f(x) = f(x_O)$.

Jadi fungsi *f* kontinu di titik x_o.

Kebalikan Teorema ini tidak benar. Hal ini cukup diberikan contoh suatu fungsi yang kontinu di titik x_o akan tetapi turun-an fungsi *f* di titik x_o tidak ada.

Pilih fungsi f: $\boldsymbol{R} \to \boldsymbol{R}$, $f(x) = |x|$ dan $x_o = 0$.

Jelas $f(x) = \begin{cases} -x, x < 0 \\ 0, x = 0 \\ x, x > 0 \end{cases}$.

Jelas $f(0) = 0$,

$\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 0} (-x) = 0$, dan

$\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 0} x = 0$.

Jadi $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 0 = f(0)$.

Jadi fungsi *f* kontinu di titik 0.

Jelas $f'(0)$ tidak ada.

Ini menunjukkan kebalikan Teorema itu tidak benar.

C. Rumus Turunan

Pada pasal ini disajikan beberapa rumus atau aturan untuk menentukan turunan fungsi-fungsi. Dimulai dengan notasi yang dimunculkan oleh **Gottfried Leibniz**, seorang matematikawan (1646 – 1716) sebagai berikut:

Notasi Leibniz

Dipunyai fungsi f disajikan dengan per-samaan $y = f(x)$. Turunan fungsi f dinotasikan dengan $$f'(x) \text{ atau } \frac{d[f(x)]}{dx} \text{ atau } \frac{dy}{dx}.$$

Teorema

Dipunyai fungsi f: $I \to R$, $I \subset R$, dan K suatu konstanta di $\boldsymbol{R}$.
Jika $f(x) = K$ untuk setiap x di I maka

$$\frac{d[f(x)]}{dx} = 0 .$$

Bukti:

Jelas $\frac{d[f(x)]}{dx} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{K - K}{h} = \lim_{h \to 0} 0 = 0.$

Teorema

Jika fungsi f, g : f: $I \to R$, $I \subset R$, mempunyai turunan di $x \in I$ maka

$$\frac{d[(f.g)(x)]}{dx} = f(x).\frac{d[g(x)]}{dx} + g(x).\frac{d[f(x)]}{dx} .$$

Teorema

Jika fungsi f, g : $I \to R$, $I \subset R$, mempunyai turunan di $x \in I$, dan $g(x) \neq 0$ maka

$$\frac{d\left[(\frac{f}{g})(x)\right]}{dx} = \frac{g(x).\frac{d[f(x)]}{dx} - f(x).\frac{d[g(x)]}{dx}}{g^2(x)} .$$

Contoh

Tentukan $f'(x)$ apabila: (a) $f(x) = x \,.\, \sin x$, (b) $f(x) = \frac{\cos x}{x-1}$ dan (c) $f(x) = \frac{\sin x - \cos x}{1+\tan x}$.

Penyelesaian:

(a) Jelas $f'(x) = \frac{d[f(x)]}{dx} = \frac{d(x.\sin x)}{dx} = x.\frac{d(\sin x)}{dx} + \sin x.\frac{d(x)}{dx} = x.\cos x + \sin x$.

(b) Jelas $f'(x) = \frac{d[f(x)]}{dx} = \frac{d(\frac{\cos x}{x-1})}{dx} = \frac{(x-1).\frac{d(\cos x)}{dx} - \cos x.\frac{d(x-1)}{dx}}{(x-1)^2} = \frac{(1-x).\sin x - \cos x}{(x-1)^2}$.

(c) Jelas $f'(x) = \frac{d[f(x)]}{dx} = \frac{d\left(\frac{\sin x - \cos x}{1+\tan x}\right)}{dx} =$

$$\frac{(1+\tan x).\frac{d(\sin x - \cos x)}{dx} - (\sin x - \cos x).\frac{d(1+\tan x)}{dx}}{(1+\tan x)^2}$$

$$= \frac{(1+\tan x)(\cos x + \sin x) - (\sin x - \cos x).\sec^2 x}{(1+\tan x)^2}.$$

D. Aturan Rantai

Fungsi-fungsi yang rumit merupakan fungsi komposisi dari fungsi-fungsi pem-bangun. Untuk mempermudah menentukan turunan fungsi-fungsi komposisi digunakan suatu rumus yang disebut dengan aturan rantai.

Teorema (Aturan Rantai)

Jika g mempunyai turunan di xn dan f mempunyai turunan di $u = g(x)$ maka

$$\frac{d[(f \circ g)(x)]}{dx} = f'[g(x)].g'(x).$$

Aturan rantai dapat dinyatakan dengan notasi Leibniz sebagai berikut

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}.$$

Bukti:

Jelas $(f \circ g)'(x) = \dfrac{d[(f \circ g)(x)]}{dx}$

$= \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f[(g(x+h)] - f[g(x)]}{h}$

$= \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f[(g(x+h)] - f[g(x)]}{g(x+h) - g(x)} \cdot \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{g(x+h) - g(x)}{h}$.

Tulis $g(x) = u$ dan $g(x + h) - g(x) = v \Leftrightarrow g(x + h) = u + v$.

Jelas $h \to 0 \Leftrightarrow v \to 0$.

Jadi $(f \circ g)'(x) = \lim\limits_{v \to 0} \dfrac{f(u+v) - f(u)}{v} \cdot g'(x) = f'[g(x)] \cdot g'(x)$.

Jadi $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{dy}{du} \cdot \dfrac{du}{dx}$.

Contoh

Tentukan $f'(x)$ apabila: (a) $f(x) = (x + 3)^{10}$, (b) $f(x) = \sin^3 x$, dan (c) $f(x) = \dfrac{1}{1 - \sin^2 x}$

Penyelesaian:

(a) **Strategi:** (1) Ingat rumus $\dfrac{d(x^{10})}{dx} = 10x^9$.

(2) Ganti x dengan $(x + 3)$, diperoleh $\dfrac{d[(x-3)]^{10}}{d(x-3)} = 10(x-3)^9$.

Jadi $f'(x) = \dfrac{d[f(x)]}{dx} = \dfrac{d[(x-3)^{10}]}{dx} = \dfrac{d[(x-3)^{10}]}{d(x-3)} \cdot \dfrac{d(x-3)}{dx} = 10(x - 3)^9$.

(b) **Strategi:** (1) Ingat rumus $\dfrac{d(x^3)}{dx} = 3x^2$.

(2) Jika x diganti sin x, diperoleh $\frac{d[(\sin x)^3]}{d(\sin x)} = 3\sin^2 x$.

Jadi $f'(x) = \frac{d[f(x)]}{dx} = \frac{d(\sin^3 x)}{dx} = \frac{d(\sin^3 x)}{d(\sin x)} \cdot \frac{d(\sin x)}{dx} = 3\sin^2 x . \cos x$.

E. Turunan Fungsi Implisit

Fungsi yang disajikan dengan $y = f(x)$, variabel x dan y terpisah di ruas yang berbeda. Fungsi yang disajikan seperti ini disebut fungsi ekplisit. Fungsi yang tidak demikian disebut dengan fungsi implisit. Sebagai contoh $x^2 + y^2 = 25$, $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, dan $3 \sin xy + x \cos y + 5xy^2 = 0$.

Contoh

Tentukan persamaan garis singgung di titik (3,4) pada lingkaran $x^2 + y^2 = 25$.

Penyelesaian:

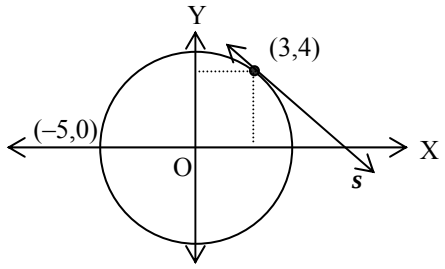
Jelas $\frac{d(x^2 + y^2)}{dx} = \frac{d(25)}{dx} \Leftrightarrow \frac{d(x^2)}{dx} + \frac{d(y^2)}{dy} \cdot \frac{dy}{dx} = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y . \frac{dy}{dx} = 0 \Leftrightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$.

Tulis m: gradien garis singgung.

Jelas $m = \left.\frac{dy}{dx}\right|_{\substack{x=3 \\ y=4}} = -\left.\frac{x}{y}\right|_{\substack{x=3 \\ y=4}} = -\frac{3}{4}$.

Jadi s: $y - 4 = -\frac{3}{4}(x-3) \Leftrightarrow 3x + 4y - 7 = 0$.

Gambar situasinya:



Gambar 4: Garis *s*: 3*x* + 4*y* – 7 =0 menyinggung lingkaran $x^2 + y^2 = 25$

F. Turunan Invers Fungsi

Dipunyai fungsi *f* : *R*–{–1} $\rightarrow$ *R*, yang diberikan oleh $f(x) = \frac{x}{x+1}$. Jelas f^{-1} ada dengan $f^{-1}(x) = \frac{x}{1-x}$, $x \in R$–{1}. Jelas

$$(f^{-1})'(x) = \frac{d[f^{-1}(x)]}{dx} = \frac{d(\frac{x}{1-x})}{dx} = \frac{1}{(1-x)^2}.$$

Berikut ini disajikan suatu teorema untuk menentukan turunan invers suatu fungsi.

Teorem

Jika fungsi *f* mempunyai turunan pada selang I dan $f'(x) \neq 0$ pada I maka f^{-1} mempunyai turunan pada $f(I)$ yang ditentukan oleh

$$(f^{-1})'(x) = \frac{1}{f'[f^{-1}(x)]}$$

atau

$$\frac{dx}{dy} = \frac{1}{\frac{dy}{dx}}.$$

Contoh

Dipunyai fungsi *f*: *R*–{–1}$\rightarrow$*R*, yang diberikan oleh $f(x) = \frac{x}{x+1}$. Tentukan $(f^{-1})(y)$.

Penyelesaian:

Jelas $f'(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$ dan $(f^{-1})(x) = \frac{x}{1-x}$.

Jadi $(f^{-1})'(x) = \dfrac{1}{f'[f^{-1}(x)]} = \dfrac{1}{f'(\frac{x}{1-x})} = \dfrac{1}{\frac{1}{(\frac{x}{1-x}+1)^2}} = \dfrac{1}{(1-x)^2}$.

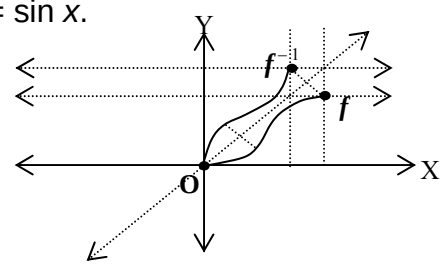
Contoh ini merupakan ilustrasi terhadap kebenaran Teorema di atas. Bukti untuk teorema ini fakultatif, dan diserahkan pembaca sebagai latihan.

Contoh

Dipunyai fungsi $f : [0, \frac{\pi}{2}] \to [0,1]$ dengan $f(x) = \sin x$.

(a) Gambarlah grafik f^{-1}

(b) Tentukan $(f^{-1})'(x)$.



Gambar 5: Grafik $f(x) = \sin x$ dan $f^{-1}(x) = \sin^{-1}(x)$.

Penyelesaian:

(a) Daftar nilai f :

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$f(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

(b) Daftar nilai f^{-1}:

x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$f^{-1}(x)$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$

Tulis $\sin^{-1}x = y \Leftrightarrow x = \sin y$.

Jadi $\dfrac{dx}{dy} = \dfrac{d(\sin y)}{dy} = \cos y$.

Jadi $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{\frac{dx}{dy}} = \dfrac{1}{\cos y} = \dfrac{1}{\sqrt{1-\sin^2 y}} = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, $|x| < 1$.

Sebagai latihan buktikanlah teorema-teorema berikut ini.

(a) $\dfrac{d(\sin^{-1} x)}{dx} = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, $|x| < 1$

(b) $\dfrac{d(\cos^{-1} x)}{dx} = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, $|x| < 1$

(c) $\dfrac{d(\tan^{-1} x)}{dx} = \dfrac{1}{1+x^2}$, $x \in \boldsymbol{R}$

(d) $\dfrac{d(\cot^{-1} x)}{dx} = -\dfrac{1}{1+x^2}$, $x \in \boldsymbol{R}$

(e) $\dfrac{d(\sec^{-1} x)}{dx} = \dfrac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}}$, $|x| > 1$

(f) $\dfrac{d(\csc^{-1} x)}{dx} = -\dfrac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}}$, $|x| > 1$

Contoh

Tentukan $f'(x)$ apabila: (a) $f(x) = \sin^{-1}(1 - x)$ dan (b) $f(x) = \sqrt{\sec^{-1}(2x+1)}$.

Penyelesaian:

(a) Jelas $f'(x) = \frac{d[f(x)]}{dx} = \frac{d[\sin^{-1}(1-x)]}{dx} = \frac{d[\sin^{-1}(1-x)]}{d(1-x)} \cdot \frac{d(1-x)}{dx} =$

$$-\frac{1}{\sqrt{1-(1-x)^2}}$$

$$= -\frac{1}{\sqrt{2x-x^2}} .$$

(b) Jelas $f'(x) = \frac{d[f(x)]}{dx} =$

$$\frac{d[\sqrt{\sec^{-1}(2x+1)}]}{dx} = \frac{d\left[[\sec^{-1}(2x-1)]^{\frac{1}{2}}\right]}{d[\sec^{-1}(2x-1)]} \cdot \frac{d[\sec^{-1}(2x-1)]}{d(2x-1)} \cdot \frac{d(2x-1)}{dx}$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{\sec^{-1}(2x-1)}} .2. \frac{1}{|2x-1|\sqrt{x-x^2}} .2 =$$

$$\frac{2}{|2x-1|\sqrt{\sec^{-1}(2x-1)}.\sqrt{x-x^2}} .$$

G. Turunan Tngkat Tinggi

Dipunyai fungsi $f : I \to R$, $I \subset R$. Tulis I* = {$a \in I \mid f'(a)$ ada}.

Jelas bahwa $f'(a)$ dibangun melalui proses limit yang tunggal. Dengan demikian untuk setiap $a \in I^*$ terdapat satu nilai $f'(a)$. Ini memper-lihatkan bahwa pengaitan antara $a \in I^*$ dengan $f'(a) \in \boldsymbol{R}$ membangun suatu fungsi. Jika $f^{(k)}$ ada untuk setiap $k = 1, 2, 3, ..., n$ maka fungsi turunan kedua,

ketiga, keempat, dan seterusnya didefinisikan dengan cara yang sama seperti fungsi turunan pertama melalui proses limit. Dengan demikian:

$$f''(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f'(x+h) - f'(x)}{h},$$

$$f'''(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f''(x+h) - f''(x)}{h},$$

$$\vdots$$

$$f^{(n)}(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f^{(n-1)}(x+h) - f^{(n-1)'}(x)}{h},$$

apabila limit-limit ini ada.

Contoh

Jika f: $R \to R$, $f(x) = x^n$, dan n sembarang bilangan bulat tak nol, buktikan

$$\frac{d(x^n)}{dx} = n.x^{n-1}.$$

Bukti:

Tulis $P(n)$: $\frac{d(x^n)}{dx} = n.x^{n-1}$.

□ Jelas $P(1)$: $\frac{d(x)}{dx} = 1.x^{1-1}$.

Jelas $\frac{d(x)}{dx} = 1 = 1.x^0 = 1.x^{1-1}$.

Jadi $P(1)$ benar.

□ Dipunyai $P(k)$ benar.

Jelas $\frac{d(x^k)}{dx} = k.x^{k-1}$.

Jadi $\frac{d(x^{k+1})}{dx} = \frac{d(x.x^k)}{dx} = x.\frac{d(x^k)}{dx} + x^k.\frac{d(x)}{dx} = x.k.x^{k-1} + x^k = k.x^k + x^k$

$= (k+1).x^{(k+1)-1}$.

Jadi $P(k+1)$ benar apabila $P(k)$ benar.

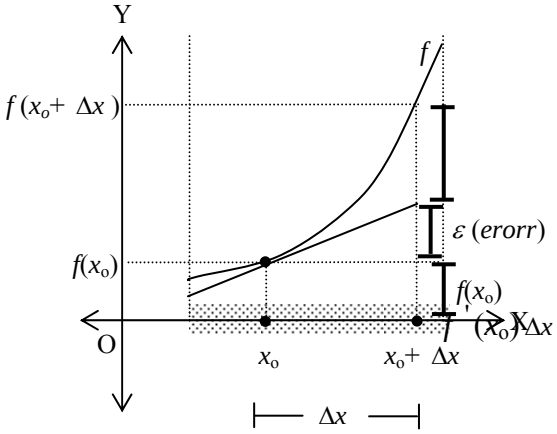
Jadi P(n) benar.

Jadi $\frac{d(x^n)}{dx} = n.x^{n-1}$.

H. Nilai Hampiran Fungsi dan Diferensial

Dipunyai fungsi $f : I \to R$ dengan $I \subset R$ mempunyai turunan di I dan $x_O \in I$. Pertambahan nilai Δx untuk x_o didefinisikan sebagai bilangan tak nol yang ditambahkan ke x_o yang menghasilkan bilangan $x = x_o + \Delta x$. Selanjutnya, pada pasal ini akan dicari hampiran nilai $f(x_o + \Delta x)$ apabila nilai x_o dan Δx diberikan. Jelas bahwa

Gambar berikut merupakan ilus-trasi tentang hampiran nilai $f(x_o + \Delta x)$ apabila $f(x_o)$, $f'(x_o)$, dan Δx diketahui.



Jelas bahwa gradien garis singgung di titik x_o adalah $f'(x_O)$ dan koordinat y suatu titik pada garis singgung di titik $x_o + \Delta x$ adalah $f(x_o) + f'(x_o)\Delta x$. Ini berarti bahwa $f(x_O + \Delta x)$ dihampiri oleh $f(x_o) + f'(x_o)\Delta x$, ditulis:

$$f(x_O + \Delta x) \approx f(x_o) + f'(x_o)\Delta x .$$

Gambar 6: $f(x_o + \Delta x)$ dihampiri oleh $f(x_o) + f'(x_o)\Delta x$.

Contoh

Tentukan hampiran nilai $\sqrt{37}$.

Penyelesaian:

Tulis $f(x) = \sqrt{x}$, $x_o = 36$, dan $\Delta x = 1$.

Jelas

$$f'(x) = \frac{d[f(x)]}{dx} = \frac{d(x^{\frac{1}{2}})}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}.$$

Jadi $f(37) = f(36 + 1)$

$$\approx f(36) + f'(36).\Delta x$$

$$= 6 + \frac{1}{72} \cdot 1$$

$$= 6\tfrac{1}{72}.$$

Contoh

Tentukan hampiran nilai sin 62°.

Penyelesaian:

Tulis $f(x) = \sin x$, $x_o = 60^o$, dan $\Delta x = 2^o$.

Jelas $f'(x) = \dfrac{d[f(x)]}{dx} = \dfrac{d(\sin x)}{dx}$

$$= \cos x.$$

Jadi $f(62^o) = f(60^o + 1^o)$

$$\approx f(60^o) + f'(60^o).\Delta x$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \cdot 1$$

$$= \frac{1+\sqrt{3}}{2}.$$

Berdasarkan uraian di muka diperoleh suatu teorema berikut ini.

Teorema

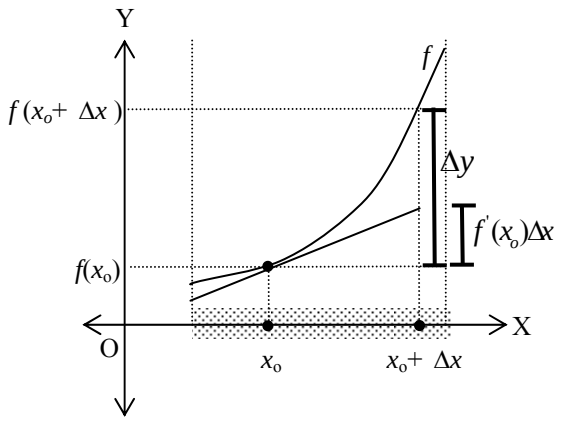
> Dipunyai fungsi f mempunyai turunan untuk setiap nilai x pada suatu selang yang memuat x_o. Jika $\Delta x \neq 0$, maka
>
> $$f(x_o + \Delta x) = f(x_o) + f'(x_o)\,\Delta x + \varepsilon$$
>
> dengan $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\varepsilon}{\Delta x} = 0$.

Pertambahan nilai suatu fungsi dapat pula dihampiri menggunakan rumus:

$$\Delta y = f(x_o + \Delta x) - f(x_o).$$

Jadi $\Delta y = f'(x_o).\Delta x$.

Gambar berikut memperlihatkan bahwa Δy dihampiri oleh $f'(x_o).\Delta x$.



Gambar 7: Nilai Δy dihampiri

oleh $f'(x_o)\,\Delta x$.

Contoh 82

Suatu bola besi dalam suatu akan dima-sukkan dalam suatu lingkaran dengan ukuran jari-jari 2 *cm*. Bola itu diproduksi menggunakan bahan logam yang mem-punyai berat 9 gram tiap 1 cm^3.

(a) Tentukan berat bola besi itu sesuai dengan spesifikasinya.

(b) Tentukan hampiran ukuran jari-jari bola besi itu dengan kesalahan ukur-an jari-jari tidak lebih dari $\pm 0{,}05$ *cm*.

Penyelesaian:

Tulis *r*: ukuran jari-jari bola (*cm*),

V: ukuran volum bola (cm^3), dan

W: ukuran berat bola (*g*).

Jelas $V(r) = \dfrac{4\pi r^3}{3}$ dan

$W(r) = 12\pi r^3$.

(a) Jelas $W(2) = 96\pi$.

Jadi berat bola 96π *gram*.

(b) Kenyataan menunjukkan bahwa ukur-an jari-jari bola hasil yang diproduksi mesin bervariasi dari r_o = 2 oleh $\Delta r = \pm 0{,}05$.

Jelas

$$W'(r) = \frac{d(W)}{dr} = \frac{d(12\pi r^3)}{dr} = 36\pi r^2 \text{ dan}$$

$$\Delta W \approx W'(2).\Delta r$$

$$= 36\pi.2^2.(\pm 0{,}05)$$

$$= \pm 7{,}2\pi \ .$$

Ini berarti bahwa dengan kesalah-an yang dibolehkan untuk *r*, yaitu

$$\Delta r = \pm 0{,}05 \ cm$$

akan menghasilkan kesalahan berat bola paling besar

$$\pm 7{,}2\pi \ gram.$$

Pertambahan berat

$$\Delta W \approx W'(2{,}05) - W(2) = 12\pi(2{,}05)^3 - 12\pi.2^3 = 7{,}3815\pi \ .$$

Dengan demikian kesalahan relatif dalam memproduksi bola adalah

$$\frac{7{,}3815\pi - 7{,}2\pi}{7{,}3815\pi} = 0{,}0246 \ .$$

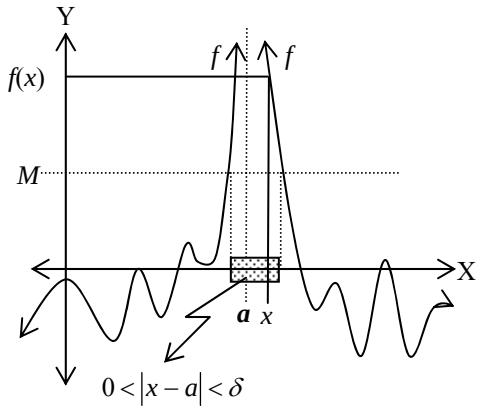
Jadi persentase kesalahan adalah 2,46%.

BAB IV LIMIT TAK HINGGA DAN LIMIT DI TAK HINGGA

Pada Bab 4 akan didiskusikan tipe-tipe limit yang lain, yaitu limit tak hingga dan limit di tak hingga. Pada Bab 4 juga didiskusikan teorema D'Lopital yang akan memudahkan menentukan nilai limit fungi-fungsi yang rumit.

A. Limit Tak Hingga

Perhatikan garfik fungsi *f* yang terdefinisi pada *R* – {*a*} berikut ini:



Gambar 1: fungsi mempunyai kecenderungan menuju ke $+\infty$.

Pada Gambar 1 terlihat bahwa fungsi *f* mempunyai kecenderungan menuju ke $+\infty$. Secara intuisi dapat dipetik simpulan:

$$\lim_{x \to a} f(x) = +\infty .$$

Apabila diambil sembarang bilangan positif M yang cukup besar, terdapat bilangan positif $\delta > 0$ sehingga nilai $f(x) > M$ apabila $0 < |x - a| < \delta$. Ini berarti bahwa $\lim_{x \to a} f(x) = +\infty$ ekivalen dengan: untuk setiap $M > 0$ terdapat $\delta > 0$ sehingga $f(x) > M$ apabila $0 < |x - a| < \delta$.

Berdasarkan kenyataan ini diturun-kan konsep berikut ini.

Definisi

Dipunyai fungsi f: $R - \{a\} \to R$.

$\lim_{x \to a} f(x) = +\infty \iff \forall M > 0 \, \exists \delta > 0 \ni f(x) < M$ apabila $0 < |x - a| < \delta$.

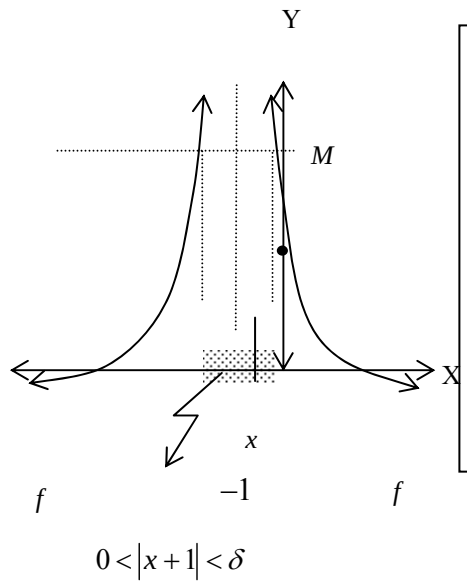
Contoh

Gambarlah grafik fungsi *f* dari *R*–{–1} ke *R* yang disajikan oleh $f(x) = \dfrac{2}{(x+1)^2}$.

Tentukan secara intuisi nilai $\lim\limits_{x \to a} f(x)$ kemudian buktikan secara formal.

Penyelesaian:

Grafik *f*:



Bukti:
Strategi pilih M:
Dipunyai $0 < |x+1| < \delta$.

Jelas $0 < (x+1)^2 < \delta^2$.

Jadi $\dfrac{1}{(x+1)^2} > \dfrac{1}{\delta^2} \Leftrightarrow \dfrac{2}{(x+1)^2} > \dfrac{2}{\delta^2}$

$\Leftrightarrow f(x) > \dfrac{2}{\delta^2}$.

Dipilih $\dfrac{2}{\delta^2} = M \Leftrightarrow \delta = \sqrt{\dfrac{2}{M}}$.

Gambar 2: Secara intuisi:

$$\lim_{x \to -1} f(x) = +\infty .$$

Bukti formal:

Ambil sembarang $M > 0$.

Pilih $\delta = \sqrt{\dfrac{2}{M}}$.

Dipunyai $0 < |x+1| < \delta$.

Jelas $0 < (x+1)^2 < \delta^2$.

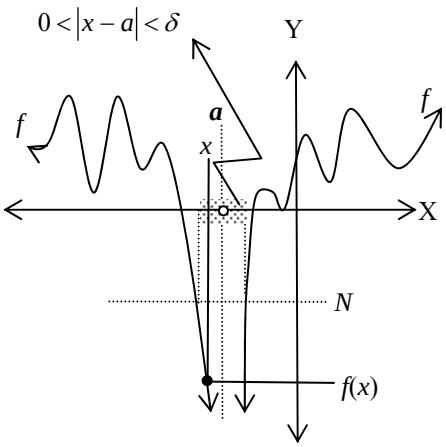
Jadi $\dfrac{2}{(x+1)^2} > \dfrac{2}{\delta^2}$.

Jadi $f(x) = \dfrac{2}{(x+1)^2} > \dfrac{2}{\delta^2} = M$.

Jadi $\forall M > 0\ \exists \delta > 0 \ni f(x) > M$ apabila $0 < |x+1| < \delta$.

Jadi $\lim\limits_{x \to -1} f(x) = +\infty$.

Sekarang perhatikan fungsi yang terdefinisi pada *R* – {*a*} berikut ini:



Gambar 3: Secara intuisi:

$$\lim_{x \to -1} f(x) = -\infty.$$

Pada Gambar 3 terlihat bahwa fungsi *f* untuk x mendekati mempunyai kecenderungan menuju ke $-\infty$. Secara intuisi dapat dipetik simpulan:

$$\lim_{x \to a} f(x) = -\infty.$$

Apabila diambil sembarang bi-langan negatif N yang cukup besar, terdapat bilangan positif $\delta > 0$ sehingga nilai $f(x) < N$ apabila $0 < |x-a| < \delta$. Ini berarti bahwa:

$\lim\limits_{x \to a} f(x) = -\infty$

$\Leftrightarrow$ Untuk setiap $N < 0$ terdapat $\delta > 0$ sehingga $f(x) < N$ apabila $0 < |x-a| < \delta$

Berdasarkan kenyataan ini diturunkan teorema berikut ini.

Definisi

> Dipunyai fungsi f: $R - \{a\} \to R$.
> $\lim\limits_{x \to a} f(x) = -\infty \Leftrightarrow \forall N < 0\ \exists \delta > 0\ f(x) < N$ apabila $0 < |x-a| < \delta$.

Contoh

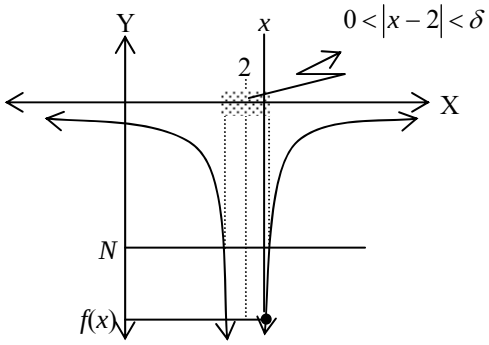
Dipunyai fungsi f: R–{2}$\to R$ yang disajikan oleh $f(x) = -\dfrac{3}{(x-2)^2}$.

(a) Gambarlah grafik *f*.

(b) Tentukan secara intuisi nilai $\lim\limits_{x \to a} f(x)$ dan buktikan secara formal.

Penyelesaian:

Grafik *f*:



Gambar 4: Secara intuisi:

$$\lim_{x \to 2} f(x) = -\infty .$$

Bukti formal:

Ambil sembarang $N < 0$.

Pilih $\delta = \sqrt{\dfrac{3}{-N}}$.

Dipunyai $0 < |x-2| < \delta$.

Jelas $0 < (x-2)^2 < \delta^2$.

Jadi $\dfrac{-3}{(x-2)^2} < \dfrac{-3}{\delta^2}$.

Jadi $f(x) = \dfrac{-3}{(x-2)^2} < \dfrac{-3}{\delta^2} = N$.

Jadi $\forall N > 0 \; \exists \; \delta > 0 \ni f(x) < N$ apabila $0 < |x-2| < \delta$.

Jadi $\lim\limits_{x \to 2} f(x) = -\infty$.

Bukti:
Strategi pilih δ :
Dipunyai $0 < |x-2| < \delta$.

Jelas $(x-2)^2 < \delta^2$.

Jadi $\dfrac{1}{(x-2)^2} > \dfrac{1}{\delta^2}$

$\Leftrightarrow \dfrac{-3}{(x-2)^2} < \dfrac{-3}{\delta^2}$

$\Leftrightarrow f(x) < \dfrac{-3}{\delta^2}$.

Dpilih $\dfrac{-3}{\delta^2} = N \Leftrightarrow \delta = \sqrt{\dfrac{3}{-N}}$.

Berikut ini disajikan suatu teknik menghitung nilai limit tak hingga sebagai berikut:

Teorema

Dipunyai fungsi-fungsi
$f, g: R - \{a\} \to R$, $\lim_{x \to a} f(x) = L$, dan $\lim_{x \to a} g(x) = 0$.

(a) Jika $L > 0$ dan $g(x) \to 0^+$ maka $\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty$.

(b) Jika $L > 0$ dan $g(x) \to 0^-$ maka $\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = -\infty$.

(c) Jika $L < 0$ dan $g(x) \to 0^+$ maka $\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = -\infty$.

(d) Jika $L < 0$ dan $g(x) \to 0^-$ maka $\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty$.

Contoh

Hitung dan buktikan secara formal nilai limit $\lim_{x \to 3} \frac{-2x}{x^2 - 6x + 9}$.

Penyelesaian:

Tulis $-2x = f(x)$ dan $x^2 - 6x + 9 = g(x)$.

Jelas $\lim_{x \to 3} (-2x) = -6 < 0$ dan $\lim_{x \to 3} (x^2 - 6x + 9) = \lim_{x \to 3} (x-3)^2 = 0^+$.

Jadi $\lim_{x \to 3} \frac{-2x}{x^2 - 6x + 9} = -\infty$.

Bukti:

Jelas $\frac{-2x}{x^2 - 6x + 9} = \frac{2x}{-(x-3)^2}$.

Ambil sembarang $N < 0$.

Pilih $\delta = \sqrt{\frac{3}{-N}}$.

Dipunyai $0 < |x - 3| < \delta$.

Jelas $(x-3)^2 < \delta^2 \Leftrightarrow \frac{1}{(x-3)^2} > \frac{1}{\delta^2} \Leftrightarrow -\frac{1}{(x-3)^2} < -\frac{1}{\delta^2}$.

Dicari batas 2*x* pada $0 < |x-3| < 1$:

Jelas $0 < |x-3| < 1 \Leftrightarrow$ 2 < *x* < 4 $\Leftrightarrow$ 4 < 2*x* < 8.

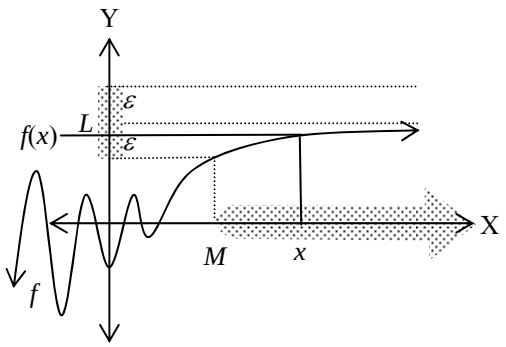
Jadi *f*(*x*) < $-\frac{8}{\delta^2}$ = *N*.

Jadi $\forall N > 0 \; \exists \delta > 0 \ni f(x) < N$ apabila $0 < |x-3| < \delta$.

Jadi $\lim\limits_{x \to 3} \frac{-2x}{x^2 - 6x + 9} = -\infty$.

B. Limit di Tak hingga

Perhatikan grafik fungsi *f* berikut ini:



Apabila diambil sembarang $\varepsilon > 0$, terdapat bilangan $M > 0$ sehingga nilai $|f(x) - L| < \varepsilon$ apabila $x > M$.

Gambar 5: Secara intuisi:

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = L.$$

Berdasarkan kenyataan ini dapat diturunkan suatu teorema berikut ini:

Definisi

Dipunyai fungsi *f*: $R \to R$.

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = L \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0 \exists M > 0 \ni |f(x) - l| < \varepsilon \text{ apabila } x > M.$$

Contoh

Tunjukkan $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{x} = 0$.

Penyelesaian:

Tulis $\frac{1}{x} = f(x)$.

Ambil sembarang $\varepsilon > 0$.

Pilih $M = \frac{1}{\varepsilon}$.

Dipunyai $x > M$.

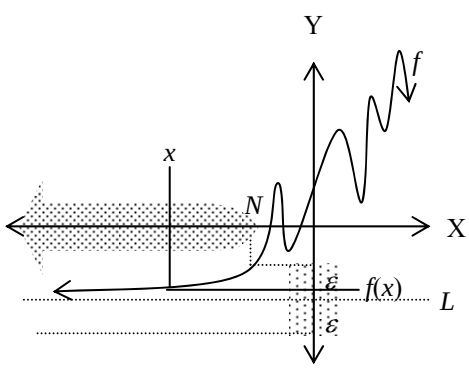
Jelas $\frac{1}{x} < \frac{1}{M} \Leftrightarrow \frac{1}{|x|} < \frac{1}{M}$.

Jadi $|f(x)| = \left|\frac{1}{x}\right| = \frac{1}{|x|} < \frac{1}{M} = \varepsilon$.

Jadi $\forall \varepsilon > 0 \; \exists \, M > 0$ sehingga $|f(x) - 0| < \varepsilon$ apabila x > M.

Jadi $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{x} = 0$.

Sekarang perhatikan grafik fungsi *f* berikut ini:



Apabila diambil sembarang $\varepsilon > 0$, terdapat bilangan $N < 0$ sehingga nilai $|f(x) - L| < \varepsilon$ apabila $x < N$.

Gambar 6: Secara intuisi:

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = L.$$

Berdasarkan kenyataan ini dapat diturunkan suatu teorema berikut ini:

Definisi

Dipunyai fungsi f: $R \to R$.

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = L \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0 \; \exists N < 0 \ni |f(x) - l| < \varepsilon$ apabila $x < N$.

Contoh

Hitung dan buktikan secara formal:

(a) $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{1}{x}$ (b) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{x^n}$, $n \in \boldsymbol{A}$

(c) $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{1}{x^n}$, $n \in \boldsymbol{A}$

Penyelesaian:

(a) Intuisi: $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{1}{x} = 0$.

Tulis $\frac{1}{x} = f(x)$.

Ambil sembarang $\varepsilon > 0$.

Pilih $N = -\frac{1}{\varepsilon}$.

Dipunyai $x < N$.

Jelas $x < N < 0 \Leftrightarrow -x > -N > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{-x} < \frac{1}{-N}$.

Jadi $|f(x) - 0| = \left|\frac{1}{x}\right| = \frac{1}{|x|} = \frac{1}{-x} < \frac{1}{-N} = \frac{1}{|N|} = \varepsilon$.

Jadi $\forall \varepsilon > 0 \, \exists N < 0 \ni |f(x) - 0| < \varepsilon$ apabila $x < N$.

Jadi $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{1}{x} = 0$.

(b) Intuisi: $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{x^n} = 0$, $n \in \boldsymbol{A}$.

Penyelesaian:

Tulis $\frac{1}{x^n} = f(x)$.

Ambil sembarang $\varepsilon > 0$.

Pilih $M = \frac{1}{\sqrt[n]{\varepsilon}}$.

Dipunyai $x > M > 0$.

Jelas $x^n > M^n > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x^n} < \frac{1}{M^n}$.

Jadi $|f(x) - 0| = \left|\frac{1}{x^n}\right| = \frac{1}{|x^n|} = \frac{1}{x^n} < \frac{1}{M^n} = \varepsilon$.

Jadi $\forall \varepsilon > 0\ \exists M > 0 \ni |f(x) - 0| < \varepsilon$ apabila $x > M$.

Jadi $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{x^n} = 0$, $n \in A$.

(c) Intuisi: $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{1}{x^n} = 0$, $n \in A$.

Tulis $\frac{1}{x^n} = f(x)$.

Ambil sembarang $\varepsilon > 0$.

Pilih $N = -\frac{1}{\sqrt[n]{\varepsilon}}$.

Dipunyai $x < N < 0$.

Jelas $0 < -x < -N \Leftrightarrow (-x)^n < (-N)^n \Leftrightarrow \frac{1}{(-x)^n} < \frac{1}{(-N)^n} \Leftrightarrow$

$\frac{1}{|-x|^n} < \frac{1}{|-N|^n}$.

Jadi $|f(x) - 0| = \left|\frac{1}{x^n}\right| = \frac{1}{|x|^n} = \frac{1}{|-x|^n} < \frac{1}{|-N|^n} = \frac{1}{|N|^n} = \varepsilon$.

Jadi $\forall \varepsilon > 0\ \exists N < 0 \ni |f(x) - 0| < \varepsilon$ apabila $x < N$.

Jadi $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{1}{x^n} = 0$, $n \in A$.

BAB V APLIKASI TURUNAN FUNGSI

Pada Bab 5 disajikan beberapa teorema yang dibangun berdasarkan konsep-konsep pada Bab-Bab sebelumnya. Teorema-teorema ini dapat dimanfaatkan untuk menyelesaikan masalah-masalah dalam kalkulus dan di kehidupan sehari-hari.

Masalah-masalah yang berkaitan dengan maksimum dan minimum fungsi banyak dijumpai dalam kehidupan sehari-hari. Masalah-masalah ini diselesaikan menggunakan model matematika yang berkaitan dengan turunan fungsi. Bab ini diakhiri dengan suatu metode untuk menggambar grafik fungsi yang rumit secara lebih teliti.

A. Nilai Ekstrim Fungsi

Pada pasal ini dimulai dengan pengertian nilai ekstrim suatu fungsi yang mencakup nilai ekstrim maksimum dan nilai ekstrim minimum.

Definisi

Dipunyai fungsi f: S $\rightarrow$ R, $S \subset R$, dan $M = f(c)$ untuk suatu $c \in S$.

(a) Bilangan M merupakan nilai mak-simum (mutlak) f apabila $f(c) \leq M$ untuk setiap $x \in S$.

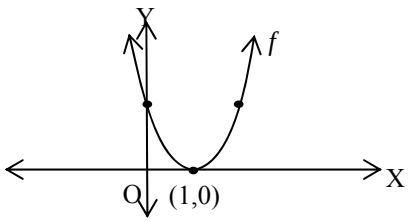
(b) Bilangan M merupakan nilai mi- nimum (mutlak) f apabila $f(c) \geq M$ untuk setiap $x \in S$.

(c) Nilai maksimum dan minimum mutlak suatu fungsi disebut nilai ekstrim mutlak fungsi tersebut.

Contoh

Dipunyai fungsi f: R → R, f(x) = 2(x – 1)2.

Sket grafik f:



Bukti:
Ambil sembarang $x \in R$.
Jelas $x - 1 \in R$.
Jelas $(x-1)^2 \geq 0 \Leftrightarrow 2(x-1)^2 \geq 0$
$\Leftrightarrow f(x) \geq f(1)$.
Jadi $f(1) \leq f(x) \quad \forall \quad x \in R$.
Jadi $f(1) = 0$ merupakan nilai minimum *f*.

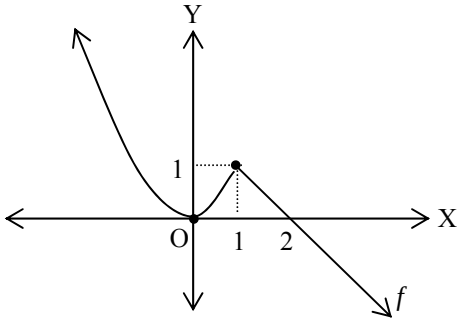
Gambar 1: Grafik f(x) = 2(x – 1)2.

Intuisi: f(1) = 0 merupakan

minimum minimum f.

Sekarang perhatikan fungsi f berikut ini: $f : R \to R$ dengan f(x) = $\begin{cases} x^2, x \geq 1 \\ 2 - x, \ x > 1 \end{cases}$.

Grafik fungsi f :



Gambar 2: f(0) = 0 minimum relatif f

dan

Pada Gambar 2 nampak bahwa terdapat suatu selang sehingga nilai $f(0) = 0$ merupakan nilai minimum *f* akan tetapi masih ada nilai $f(x)$ yang kurang dari 0. Demikian juga terdapat suatu selang sehingga nilai $f(1) = 1$ merupakan nilai maksimum *f* akan tetapi masih ada nilai $f(x)$ yang lebih dari 1. Nilai $f(0) = 0$ disebut nilai minimum relatif *f* dan nilai $f(1) = 1$ disebut nilai maksimum relatif *f*. Berdasarkan kenyataan ini dapat didefinisikan konsep tentang nilai sektrim relatif suatu fungsi sebagai berikut.

f(1) = 1 maksimum relatif f.

Definisi

Dipunyai fungsi $f : R \to R$.

(a) Jika terdapat suatu selang $D \subset R$ yang memuat c sehingga berlaku $f(c) \geq f(x)\ \forall\ x \in D$, maka $f(c)$ disebut nilai maksimum relatif f.

(b) Jika terdapat suatu selang $D \subset R$ yang memuat c sehingga berlaku $f(c) \leq f(x)\ \forall\ x \in D$, maka $f(c)$ disebut nilai minimum relatif f.

Contoh

Tunjukkan bahwa f(0) = 0 merupakan nilai minimum relatif f dan f(1) = 1 merupakan nilai maksimum relatif f untuk fungsi f yang disajikan pada Gambar 2.

Bukti:

Dipunyai $f : R \to R$ dengan f(x) = $\begin{cases} x^2, x \geq 1 \\ 2 - x,\ x > 1 \end{cases}$.

(a) Pilih $\delta = \frac{1}{2}$.

Bangun D = $(0 - \frac{1}{2}, 0 + \frac{1}{2})$.

Ambil sembarang $x \in D$.

Jelas $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$.

Kasus $-\frac{1}{2} < x < 0$:

Jelas $0 < x^2 < -\frac{1}{4}$ $\Leftrightarrow$ f(0)<f(x)< $\frac{1}{4}$.

Jadi f(0) $\leq$ f(x).

Kasus $0 \leq x < \frac{1}{2}$:

Jelas $0 \leq x^2 < \frac{1}{4}$

$\Leftrightarrow f(0) \leq f(x) < \frac{1}{4}$.

Jadi $f(0) \leq f(x)$.

Jadi terdapat selang $D \subset R$ sehingga $f(0) \leq f(x)\ \forall x \in D$.

Jadi $f(0) = 0$ merupakan nilai minimum relatif f.

(b) Pilih $\delta = \frac{1}{2}$.

Bangun D = $(1-\frac{1}{2}, 1+\frac{1}{2})$ = $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$.

Ambil sembarang $x \in D$.

Jelas $\frac{1}{2} < x < \frac{3}{2}$.

Kasus $\frac{1}{2} < x < 1$:

Jelas $\frac{1}{4} < x^2 < 1 \Leftrightarrow \frac{1}{4} < f(x) < f(1)$.

Jadi f(1) $\geq$ f(x).

Kasus $1 \leq x < \frac{3}{2}$:

Jelas $-1 \geq -x > -\frac{3}{2} \Leftrightarrow 1 \geq 2 - x > \frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow f(1) \geq f(x) < \frac{1}{2}$.

Jadi $f(1) \geq f(x)$.

Jadi terdapat selang $D \subset R$ sehingga $f(1) \geq f(x)$ $\forall x \in D$.

Jadi $f(1) = 1$ merupakan nilai maksimum relatif f.

Berikut ini disajikan suatu titik pada grafik f yang penting untuk menentukan nilai ekstrim relatif.

Definisi

Dipunyai fungsi f: $D_f \to R$ dan $c \in D_f$.   Jika $f'(c) = 0$ atau $f'(c)$ tidak ada aka titik c disebut bilangan kritis f.

Dari contoh-contoh dan definisi-definisi yang telah dikemukakan dapat disimpulkan bahwa syarat perlu agar fungsi mempunyai ekstrim relatif di titik c adalah titik c merupakan bilangan kritis f. Akan tetapi c suatu bilangan kritis f bukan merupakan syarat cukup agar fungsi f mempunyai ekstrim relatif.

Contoh

Tentukan bilangan-bilangan kritis fungsi $g : R \to R$ dengan $g(x) = x^{\frac{6}{5}} - 12x^{\frac{1}{5}}$.

Penyelesaian:

Jelas $g'(x) = \dfrac{d\left(x^{\frac{6}{5}} - 12x^{\frac{1}{5}}\right)}{dx} = \dfrac{6x^{\frac{1}{5}}}{5} - \dfrac{12x^{-\frac{4}{5}}}{5} = \dfrac{6(x-2)}{x^{\frac{4}{5}}}$, $x \neq 0$.

Jelas $g'(0)$ tidak ada dan $g'(2)=0$.

Jadi bilangan kritis g adalah 0 dan 2.

Contoh

Dipunyai fungsi $f:R\to R$ diberikan oleh $f(x)=x^2-4x+8$. Periksa apakah f memi-liki nilai ekstrim relatif.

Penyelesaian:

Jelas $f'(x)$ = 0 $\Leftrightarrow$ $\frac{d(x^2-4x+8)}{dx}$ = 0 $\Leftrightarrow$ 2x – 4 = 0 $\Leftrightarrow$ x = 2.

Jelas $f(2)=4$.

Ambil sembarang $x\in R$.

Jelas f(2) – f (x) = 4 – x2 + 4x – 8 = –(x – 2)2 ≤ 0.

Jadi f(2) $\leq$ f (x).

Jadi f(2) $\leq$ f (x) $\forall x\in R$.

Jadi $f(2)=4$ suatu minimum mutlak.

Jadi $f(2)=4$ suatu minimum relatif.

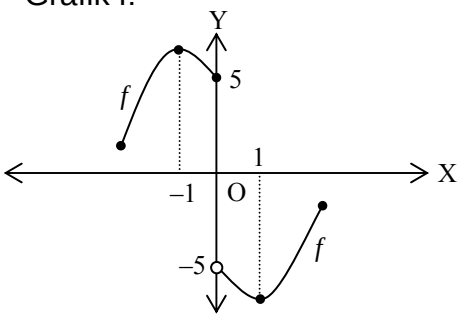
Berikut ini disajikan suatu teorema eksistensi nilai ekstrim suatu fungsi.

Teorema

Jika fungsi *f* kontinu pada selang tutup [a, b] maka fungsi *f* memiliki nilai minimum dan maksimum mutlak.

Dipunyai fungsi f: [–3,3] $\to R$ yang diberikan oleh f(x) = $\begin{cases} -(x+1)^2+5, -3\leq x\leq 0 \\ (x-1)^2-5, 0<x\leq 3 \end{cases}$.

Grafik f:



Jelas bahwa $f(-1) = 5$ dan $f(1) = -5$ berturut-turut merupakan maksimum dan minimum relatif f. Akan tetapi f tak kontinu di 0. Jadi f tak kontinu pada $[-3,3]$.

Gambar 3: f(–1) = 5 = fmaks,

f(1) = –5 = fmaks, dan

f tak kontinu pada [–3,3]

Contoh

Periksa ekstrim relatif fungsi f yang diberikan oleh f(x) = $\frac{x+1}{2x-3}$, $x \in [0,1]$.

Penyelesaian:

Jelas $f'(x) = \dfrac{d\left(\frac{x+1}{2x-3}\right)}{dx} = \dfrac{(2x-3).\frac{d(x+1)}{dx} - (x+1).\frac{d(2x-3)}{dx}}{(2x-3)^2} = -\dfrac{5}{(2x-3)^2}$, $x \neq \frac{3}{2}$.

Karena $f'(\frac{3}{2})$ tidak ada, maka $\frac{3}{2}$ merupakan bilangan kritis f. Karena $f'(\frac{3}{2})$ tidak ada, maka $\frac{3}{2}$ merupakan bilangan kritis f. Nilai fungsi f di titik-titik ujung adalah f(0) = $-\frac{1}{3}$ dan f(1) = –2.

Ambil sembarang $x \in [0,1]$.

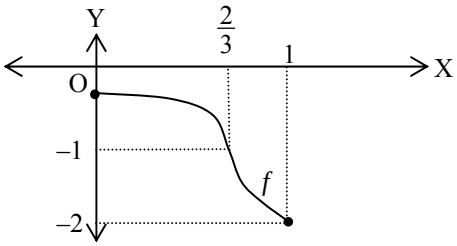
Jelas $f(x) = \frac{1}{2}(1 + \frac{5}{2x-3})$.

Jelas $0 < x \leq 1 \Leftrightarrow 0 < 2x \leq 2 \Leftrightarrow -3 < 2x - 3 \leq -1$

$$\Leftrightarrow -1 \leq \frac{1}{2x-3} < -\frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow -5 \leq \frac{5}{2x-3} < -\frac{5}{3}$$

Grafik f:



$$\Leftrightarrow \quad -4 \le 1 + \frac{5}{2x-3} < -\frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \quad -2 \le \frac{1}{2}(1 + \frac{5}{2x-3}) < -\frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow \quad f(1) \le f(x) < f(0).$$

Gambar 4: Nilai minimum dan maksimum *f* ada di titik-titik ujung.

Jadi f(0) = $-\frac{1}{3}$ dan f(1) = –2 berturut-turut merupakan maksimum dan minimum fungsi f.

B. Teorema Rolle dan Teorema Nilai Rata-Rata

Teorema Rolle merupakan teorema tentang eksistensi suatu titik di domain suatu fungsi yang turunan fungsi di titik itu sama dengan nol.

Teorema (Teorema Rolle)

> Dipunyai fungsi $f:[a,b] \to R$.
> Jika (1) *f* kontinu pada $[a,b]$,
> (2) *f* mempunyai turunan pada (a,b), dan
> (3) $f(a) = f(b)$
> maka terdapat titik $c \in (a,b)$ sehingga $f'(c) = 0$.

Bukti:

Tulis K = f(a) = f(b).

Kasus f fungsi konstan:

Jelas $f(x) = K$ untuk setiap $x \in [a,b]$.

Jadi $f'(c) = 0$ untuk setiap $c \in [a,b]$.

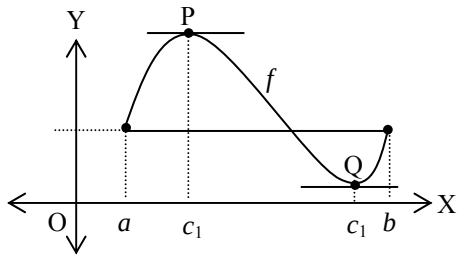
Kasus f bukan fungsi konstan:

Dipunyai f kontinu pada [a,b].

Pilih M dan m sehingga

f(x) $\le$ M untuk setiap $x \in [a,b]$ dan

Gambar situasinya:



f(x) $\geq$ m untuk setiap $x \in [a,b]$.

Pilih c, d $\in (a,b)$ sehingga $f'(c) = 0$

dan $f'(d) = 0$

Jadi terdapat titik $c \in (a,b)$ sehingga $f'(c) = 0$.

Gambar 5: Nilai $f(c_1)$ maksimum dan nilai $f(c_2)$ minimum, jadi $f'(c_1) = 0$ dan $f'(c_2) = 0$.

Contoh

Dipunyai fungsi $f : [1,2] \to R$ disajikan de-ngan $f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$. Periksa apakah fungsi f memenhui teorema Rolle.

Pemeriksaan:

(1) Jelas f kontinu pada [1,2].

(2) Jelas $f'(x)$ = 3x2 – 4x – 1.

Jadi $f'(x)$ ada pada (1, 2).

(3) Jelas f(1) = 0 = f(2).

Jadi f memenuhi kondisi Teorema Rolle.

Pilih $c \in (1,2)$ sehingga $f'(c)$ = 0.

Jelas $f'(c)$ = 0 $\Leftrightarrow$ 3x2 – 4x – 1 = 0.

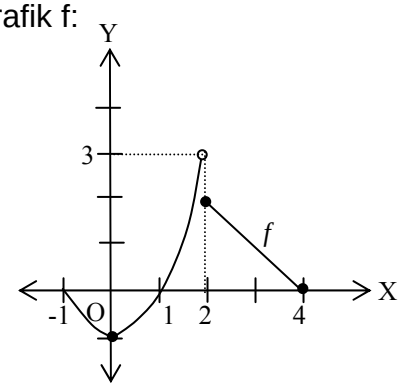
Jelas c1 = $\frac{2-\sqrt{7}}{3}$ dan c2 = $\frac{2+\sqrt{7}}{3}$.

Jelas $f(\frac{2-\sqrt{7}}{3})$ = 0 = $f(\frac{2+\sqrt{7}}{3})$.

Contoh

Fungsi f disajikan oleh $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & -1 \leq x < 2 \\ 4 - x, & 2 \leq x \leq 4 \end{cases}$.

Grafik f:



Jelas f tak kontinu di $x = 2$. Jadi f tak memnuhi kondisi teorema Rolle. Akan tetapi terdapat $0 \in [-1,4]$ sehingga $f'(0) = 0$.

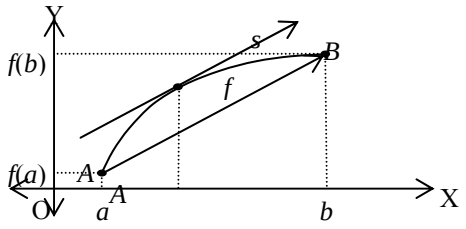
Contoh ini menunjukkan bahwa kebalikan Teorema Rolle tidak berlaku. Berikut ini disajikan teorema yang lebih umum dari Teorema Rolle yang disebut dengan teorema nilai rata-rata (TNR).

Gambar 6: f tak memenuhi kondisi teorema Rolle, akan tetapi ada $0 \in [-1,4]$ sehingga $f'(0) = 0$.

Teorema

Dipunyai Fungsi $f : [a,b] \to R$.
Jika (i) f kontinu pada [a,b] dan (ii) $f'(x)$ ada pada (a,b)
maka terdapat $c \in (a,b)$ sehingga $f'(c) = \dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$.

Interpretasi geometri teorema ini adalah:



(a) nilai $\dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$ merupakan talibusur AB dengan $A(a,f(a))$ dan $B(b,f(b))$

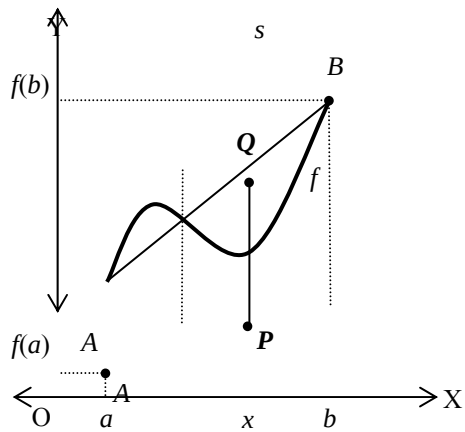
(b) jika f memenuhi kondisi teorema ini maka terdapat suatu garis singgung yang memiliki gradient sama dengan gradien talibusur AB.

Gambar 7: f memenuhi kondisi Teorema Nilai Rata-Rata,

ms = $f'(c)$ = $\dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$.

Bukti TNR:

Perhatikan fungsi f yang memenuhi TNR berikut ini.



Jelas $A(a,f(a))$ dan $B(b,f(b))$.

Jadi $m_{AB} = \dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$.

Jelas AB: $y - f(a) = \dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}.(x-a)$

$\Leftrightarrow\ y = f(a) + \dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}.(x-a)$.

Ambil sembarang $x \in (a,b)$.

Bangun d: $[a,b] \to R$ dengan

$d(x) = f(x) - [f(a) + \dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}.(x-a)]$.

Gambar 8: Fungsi f memenuhi kondisi TNR.

Dengan mudah dapat ditunjukkan bahwa d merupakan suatu fungsi.

Jelas d kontinu pada [a,b], $d'(x)$ ada pada (a,b), dan d(a) = 0 = d(b).

Jadi d memenuhi kondisi teorema Rolle.

Pilih $c \in (a,b)$ sehingga $d'(c) = 0$.

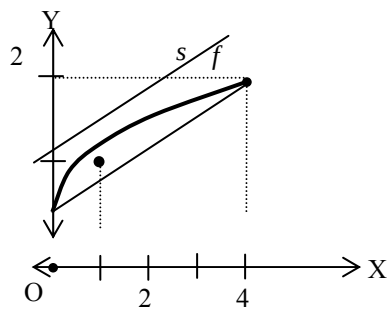
Jelas $d'(c) = 0 \Leftrightarrow f'(c) - \dfrac{f(b)-f(a)}{b-a} = 0 \Leftrightarrow f'(c) = \dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$.

Jadi terdapat $c \in (a,b)$ sehingga $f'(c) = \dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$.

Contoh

Dipunyai fungsi $f:[0,4] \to R$ yang disaji-kan oleh $f(x) = \sqrt{x}$.

Grafik f:



Jelas f kontinu pada $[0,4]$ dan

$f'(x) = \frac{d(\sqrt{x})}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ ada pada $(0,4)$.

Jadi f memenhi kondisi TNR.

Pilih $c \in (0,4)$ sehingga $f'(c) = \frac{f(0) - f(4)}{4 - 0}$.

Jelas $f'(c) = \frac{f(0) - f(4)}{4 - 0} \Leftrightarrow \frac{1}{2\sqrt{c}} = \frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow c = 1.$

Gambar 8: $f(x) = \sqrt{x}$ memenuhi kondisi TNR

Berikut ini disajikan suatu teorema yang merupakan kriteria untuk menunjukkan suatu fungsi merupakan fungsi konstan.

Teorema

> Dipunyai fungsi $f : I \to R$, $I \subset R$.
> Jika $f'(x) = 0$ untuk setiap $x \in I$ maka f merupakan fungsi konstan.

Bukti:

Dipunyai $f'(x) = 0$ untuk setiap $x \in I$.

Andaikan f bukan fungsi konstan.

Pilih x1, x2 $\in I$, x1 < x2, dan $f(x_1) \neq f(x_2)$.

Jelas f kontinu pada [x1, x2] dan $f'(x)$ ada pada (x1, x2).

Pilih $c \in (x_1, x_2) \ni f'(c) = \frac{f(x_2) - f(x_1}{x_2 - x_1}$.

Jadi $\frac{f(x_2) - f(x_1}{x_2 - x_1} = 0 \Leftrightarrow f(x_1) = f(x_2)$.

Ini suatu kontradiksi.

Jadi f merupakan fungsi konstan.

C. KAITAN TURUNAN DENGAN KEMONOTONAN FUNGSI

Teorema berikut mengaitkan naik-turunnya fungsi dengan turunan fungsi

Dipunyai $f : I \to R$, $I \subset R$, dan $f'(x)$ ada untuk setiap $x \in I$ kecuali mungkin di titik-titik ujungnya. Maka

(i) Jika $f'(x) > 0$ untuk setiap $x \in I$ yang bukan di titik ujung maka grafik *f* naik pada I.

(ii) Jika $f'(x) < 0$ untuk setiap $x \in I$ yang bukan di titik ujung maka grafik *f* turun pada I.

Bukti (i):

Dipunyai $f'(x) > 0$ untuk setiap $x \in I$.

Ambil sembarang x1, x2 $\in I$, x1 < x2.

Jelas f kontinu pada [x1, x2] dan

$f'(x)$ ada pada (x1, x2).

Pilih $c \in$ (x1, x2) $\ni$ $f'(c) = \dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$.

Jelas x2 – x1 > 0.

Jadi $f(x_2) - f(x_1)$ > 0

$\Leftrightarrow$ $f(x_1) - f(x_2) < 0$.

Jadi $\forall x_1, x_2 \in I, x_1 < x_2, f(x_1) < f(x_2)$.

Jadi grafik f naik.

Bukti (ii):

Dipunyai $f'(x) < 0$ untuk setiap $x \in I$.

Ambil sembarang $x_1, x_2 \in I$, $x_1 < x_2$.

Jelas *f* kontinu pada $[x_1, x_2]$ dan

$f'(x)$ ada pada (x_1, x_2).

Pilih $c \in (x_1, x_2) \ni f'(c) = \dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$.

Jelas $x_2 - x_1 > 0$.

Jadi $f(x_2) - f(x_1) < 0$

$\Leftrightarrow$ $f(x_1) - f(x_2) > 0$.

Jadi $\forall x_1, x_2 \in I, x_1 < x_2, f(x_1) > f(x_2)$.

Jadi grafik *f* turun.

Contoh

Dipunyai fungsi $f : R \to R$, $f(x) = 4 - x^2$.

Tentukan selang terbesar sehingga grafik f naik atau turun.

Penyelesaian:

Jelas $f'(x)$ = $\dfrac{d(4 - x^2)}{dx}$ = –2x.

Jelas $f'(x) > 0$ $\Leftrightarrow$ –2x > 0 $\Leftrightarrow$ x < 0.

Jadi grafik f naik pada $(-\infty, 0]$.

Jelas $f'(x) < 0$ $\Leftrightarrow$ –2x < 0 $\Leftrightarrow$ x > 0.

Jadi grafik f turun pada $[0,+\infty)$.

Berikut ini disajikan suatu teorema untuk menguji nilai ekstrim relatif suatu fungsi yang dikenal dengan Uji Turunan Pertama.

Teorema (Uji Turunan Pertama)

Dipunyai fungsi $f : I \to R$, $I \subset R$, dan $c \in I$ suatu bilangan kritis untuk *f*. Jika $f'(x)$ ada pada selang $(c–h, c+h)$ untuk suatu $h > 0$ kecuali mungkin di titik *c* sendiri maka $f(c)$ ekstrim relatif jika dan hanya jika tanda $f'(x)$ berganti tanda di $x = c$.

Secara khusus dinyatakan sebagai berikut:

(1) Jika $f'(x) > 0$ untuk $x < c$ dan $f'(x) < 0$ untuk $x > c$
maka $f(c)$ suatu maksimum relatif.

(2) Jika $f'(x) < 0$ untuk $x < c$ dan $f'(x) > 0$ untuk $x > c$
maka $f(c)$ suatu minimum relatif.

(3) Jika $f'(x)$ tidak berganti tanda di $x = c$
maka $f(c)$ bukan suatu mak- simum ataupun minimum relatif.

Bukti (1):

Dipunyai $f'(x)$ > 0 pada (c – h, c).

Jelas grafik f naik pada c – h, c).

Jadi $f(c) \geq f(x)$ untuk setiap x di (c–h, c).

Dipunyai $f'(x)$ < 0 pada (c, c + h).

Jelas grafik f turun pada (c, c + h).

Jadi $f(c) \geq f(x)$ untuk setiap x di (c, c+h).

Jadi $f(c) \geq f(x) \forall x \in (c-h, c+h)$.

Jadi terdapat h > 0 sehingga $f(c) \geq f(x)$.

Jadi f (c) suatu maksimum relatif.

Bukti (2) dan (3) untuk teorema ter-sebut diserahkan pembaca sebagai latihan.

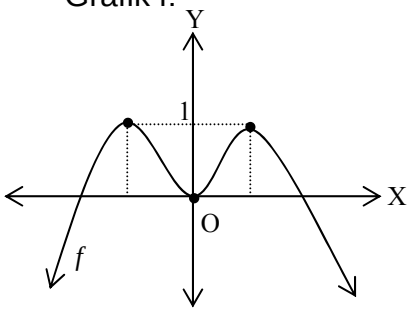
Contoh

Dipunyai fungsi $f : R \to R$ yang diberikan oleh $f(x) = 4x^2(1 - x^2)$. Tentukan nilai ekstrim fungsi f.

Penyelesaian:

Jelas $f'(x)$ = 0 ⇔ x = 0 ∨ $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ ∨ $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Grafik f:



Uji turunan pertama di $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$:

x	$\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)_-$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)_+$
$f'(x)$	+	0	–
$f(x)$		1	

Simpulan: $f(-\frac{\sqrt{2}}{2}) = 1$ suatu maksimum relatif.

x	0-	0	0+
$f'(x)$	–	0	+
$f(x)$		0	

Simpulan: $f(0) = 0$ suatu minimum relatif.

Gambar 9: Fungsi *f* mempunyai maksimum relatif di $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ dan $\frac{\sqrt{2}}{2}$ serta minimum relatif di 0.

Uji turunan pertama di $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$:

x	$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)_-$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)_+$
$f'(x)$	+	0	–
$f(x)$		1	

Simpulan: $f(\frac{\sqrt{2}}{2}) = 1$ suatu maksimum re-latif.

Contoh

Temukan suatu persegipanjang yang ukuran luasnya 64 m2 dan ukuran keliling-nya minimum.

Penyelesaian:

Tulis x: ukuran panjang persegipanjang,

y: ukuran lebar persegipanjang,

A: ukuran luas persegipanjang, dan

K: ukuran keliling persegipanjang.

Dipunyai A = 64 $\Leftrightarrow$ xy = 64

$\Leftrightarrow$ $y = \frac{64}{x}$.

Jadi K(x) = 2(x + y)

= 2(x + $\frac{64}{x}$).

Jelas $K'(x)$ = 0 $\Leftrightarrow$ 2 + $\frac{128x}{x}$ = 0 $\Leftrightarrow$ x = –8 $\vee$ x = 8.

Jadi titik kritis K adalah x = 8.

Uji turunan pertama di 8:

x	(8)-	8	(8)+
$f'(x)$	–	0	+
$f(x)$		32	

Simpulan:

Persegipanjang yang ukuran luasnya 64 cm2 dan ukuran kelilingnya minimum merupakan persegi dengan ukuran 8 cm.

BAB I PENDAHULUAN

A. Deskripsi

Pada buku ajar ini terdari dari tiga kegiatan belajar. Kegiatan belajar 1 akan membahas ukuran pemusatan, ukuran letak, dan ukuran penyebaran data serta penafsirannya, yang merupakan dasar statistika deskriptif. Pada kegiatan belajar 2 akan membahas ruang sampel sampel dan menghitung titik sampel yang terdiri dari aturan perkalian, permutasi, dan kombinasi. Sedangkan kegiatan belajar 3 akan dibahas peluang suatu kejadian, peluang bersyarat dan aturan Bayes, yang merupakan toeri dasar untuk mempelajari statistika inferensial. Buku ajar ini merupakan buku ajar pada materi latih pokok Matematika.

B. Prasyarat : -

C. Petunjuk Belajar

Agar dapat mempelajari keseluruhan materi pada buku ajar ini maka peserta pelatihan diharapkan belajar berdasarkan sistematika sebagai berikut.

1. Bacalah dengan cermat bagian pendahuluan agar anda mengetahui kemampuan yang diharapkan dapat dicapai dan kegiatan belajar yang akan disajikan.
2. Bacalah dengan cermat kompetensi dan indikator setiap bab.
3. Baca materi bab yang bersangkutan, jika ada hal yang belum jelas bertanya/diskusikan dengan teman peserta pelatihan atau instruktur anda.
4. Kerjakan latihan soal, dan diskusikan hasilnya dengan sesama peserta, teman sejawat guru, atau instruktur anda.
5. Setelah latihan soal anda kerjakan dengan baik, kerjakan tes formatif pada setiap akhir kegiatan belajar, diskusikan hasilnya dengan sesama peserta, teman sejawat guru, atau instruktur anda. Cocokkan jawaban anda dengan kunci jawaban tes formatif pada akhir modul ini.

6. Buatlah rencana kegiatan belajar yang berkaitan dengan isi modul ini berdasarkan GBPP di sekolah anda.

D. Kompetensi dan Indikator

a). Standar Kompetensi

Menggunakan aturan statistika, kaidah pencacahan, dan sifat sifat peluang dalam pemecahan masalah.

b). Kompetensi Dasar

1.1 Menghitung ukuran pemusatan, ukuran letak, dan ukuran penyebaran data, serta penafsirannya.

1.2 Menggunakan aturan perkalian, permutasi, dan kombinasi dalam pemecahan masalah.

1.3 Menentukan ruang sampel suatu percobaan.

1.4 Menentukan peluang suatu kejadian dalam suatu permasalahan.

c). Indikator Pencapaian Kompetensi

1. Menentukan mean
2. Menafsiran arti mean
3. Menentukan modus
4. Menafsiran arti modus
5. Menentukan median
6. Menafsiran arti median
7. Menentukan kuartil
8. Menafsiran arti kuartil
9. Menentukan desil
10. Menafsiran arti desil
11. Menentukan persentil
12. Menafsiran arti pesentil
13. Menentukan rentang
14. Menafsiran arti rentang
15. Menentukan simpangan rata-rata
16. Menafsiran arti simpangan rata-rata

17. Menentukan simpangan baku
18. Menafsiran arti simpangan baku
19. Menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan Ukuran pemusatan, ukuran letak, ukuran penyebaran data.
20. Menentukan pemecahan suatu persoalan dengan aturan perkalian.
21. Menentukan pemecahan suatu persoalan dengan permutasi.
22. Menentukan pemecahan suatu persoalan dengan kombinasi.
23. Menentukan ruang sampel percobaan.
24. Menentukan peluang kejadian dengan definisi klasik.
25. Menentukan peluang dengan hukum-hukum peluang.
26. Menentukan peluang bersyarat suatu kejadian.
27. Memecahkan masalah yang berkaitan dengan peluang.

BAB II KEGIATAN BELAJAR 1

A. Kompetensi dan Indiaktor

1. Standard Kompetensi

Menggunakan aturan statistika, kaidah pencacahan, dan sifat sifat peluang dalam pemecahan masalah.

2. Kompetensi Dasar

Menghitung ukuran pemusatan, ukuran letak, dan ukuran penyebaran data, serta penafsirannya

3. Indikator

a. Menentukan mean
b. Menafsiran arti mean
c. Menentukan modus
d. Menafsiran arti modus
e. Menentukan median
f. Menafsiran arti median
g. Menentukan kuartil
h. Menafsiran arti kuartil
i. Menentukan desil
j. Menafsiran arti desil
k. Menentukan persentil
l. Menafsiran arti pesentil
m. Menentukan rentang
n. Menafsiran arti rentang
o. Menentukan simpangan rata-rata
p. Menafsiran arti simpangan rata-rata
q. Menentukan simpangan baku
r. Menafsiran arti simpangan baku
s. Menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan Ukuran pemusatan, ukuran letak, ukuran penyebaran data.

B. Uraian Materi

UKURAN PEMUSATAN, LETAK, DAN PENYEBARAN DATA

1. Ukuran Pemusatan Data

Perhatikan saat seorang pejabat kepolisian mengatakan kebanyakan penyebab kecelakaan di Indonesia karena faktor manusia, hanya sedidkit yang disebabkan factor kendaraan dan sedikit pula karena factor jalan. seorang pejabat pendidikan mengatakan rata-rata nilai NEM siswa-siswa SD adalah 6,5. Yang dikatakan pejabat-pejabat tersebut adalah data disekitar mana data-data dalam suatu distribusi memusat. Data yang menjadi pusat suatu penyebaran (distribusi) disebut ukuran pemusatan.

Beberapa ukuran pemusatan yang dikenal, yaitu

a. Rata-rata hitung (mean)

1) Nilai rata-rata hitung n data X_1, X_2, X_3, …, X_n adalah

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

Contoh 1. Tentukan rata-rata nilai matematika 10 siswa dengan nilai 7,8,6,5,7,6,7,9,6,8

Jawab.

$\sum_{i=1}^{10} x_i$ 7+8+6+5+7+6+7+9+6+8 = 69

n = 10

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{69}{10} = 6{,}9$$

2) Jika data X_1, X_2, X_3, …, X_n mempunyai fkekuensi f_1, f_2, f_3, … f_n, maka

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i \; x_i}{n} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$$

Contoh 2. Misalkan dalam suatu kelas ada dua siswa mendapat nilai matematika 57, enam siswa mendapat 65, lima siswa mendapat 72, enpat siswa mendapat nilai 81, dua siswa mendapat 88, satu siswa mendapat 94, tentukan rata-rata nilai matematika siswa dalam kelas tersebut.

Jawab.

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{2.57 + 6.65 + 5.72 + 4.81 + 2.88 + 1.94}{2 + 6 + 5 + 4 + 2 + 1} = \frac{1458}{20} = 72{,}9$$

3) Rata-rata gabungan

Bila kelompok 1 terdapat n_1 data dengan rata-rata $\bar{x}_1$

kelompok 2 terdapat n_1 data dengan rata-rata $\bar{x}_2$

maka rata-rata gabungannya $\bar{x} = \frac{n_1 \bar{x}_1 + n_2 \bar{x}_2}{n_1 + n_2}$

Contoh 3. (Soal SPMB 2003)

Dua puluh pelajar terdiri 8 puteri dan 12 putera. Rata-rata berat badan seluruhnya 44 kg. Jika rata-rata berat badan pelajar puteri saja 41 kg, maka rata-rata-rata berat badan pelajar putera adalah

Jawab.

$$\bar{x} = \frac{n_1 \bar{x}_1 + n_2 \bar{x}_2}{n_1 + n_2}$$

$$44 = \frac{8.41 + 12.\bar{x}_2}{8 + 12} \Leftrightarrow 44 = \frac{328 + 12.\bar{x}_2}{20} \Leftrightarrow \bar{x} = 46$$

b. Median

Median menentukan letak data setelah data itu disusun menurut urutan nilainya. Jika banyak data ganjil, maka median Me, setelah data disusun menurut nilainya, merupakan data paling

tengah. Jika banyak data genap, setelah data disusun menurut urutan nilainya, mediannya sama dengan rata-rata hitung dua data tengah.

Contoh 4. : Tentukan median data berikut.

a. 4, 12, 5, 7, 8, 10, 10,

b. 12, 7, 8, 14, 16, 19, 10, 8

Jawab. a. setelah disusun menurut nilainya menjadi 4, 5, 7, 8, 10, 10, 12. Data paling tengah bernilai 8. Jadi Me = 8.

c. Setelah disusun menurut nilainya menjadi 7, 8, 8, 10, 12, 14, 16, 19. Data tengahnya ialah 10 dan 12;

Sehingga median Me = 1/2 (10 + 12) = 11

c. Modus

Untuk menyatakan fenomena yang *paling banyak terjadi* digunakan *ukuran modus* disingkat Mo. Modus ditentukan dengan jalan menentukan frekuensi terbanyak diantara data itu.

Contoh 5. Tentukan modus dari data

19,17,16,18,14,16,15,16,17,16,18,16,17,15,18.

Jawab. Data tersebut dapat disusun dalam table berikut.

X_i	f_i
14	1
15	2
16	5
17	3
18	3
19	1

Frekuensi terbanyak f=5 terjadi untuk data bernilai 16, maka modus Mo=16

2. menghitung Rata-Rata, Median, Modus Untuk data Bergolong (Dalam Daftar Distribusi frekuensi)

a. Rata-rata dihitung dengan rumus:

(i) $\bar{x} = \dfrac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$, dengan x_i = tanda kelas interval

f_I = frekuensi sesuai dengan data kelas.

(ii) Cara kedua dengan cara sandi atau cara singkat. Untuk ini ambil salah satu tanda kelas, namakan x_0. untuk harga x_0 ini diberi nilai sandi c = 0. Tanda kelas yang lebih kecil dari x_0 berturut-turut diberi harga-harga sandi c = -1,c = -2,c = -3, dan seterusnya. Tanda kelas yang lebih besar dari x_0 berturut-turut mempunyai harga-harga sandi c = +1, c = +2, c = +3 dan seterusnya. Dengan ini semua jika p = panjang kelas interval yang sama besarnya, maka rata-rata dihitung oleh :

$$\bar{x} = x_0 + p\left[\frac{\sum f_i c_i}{\sum f_i}\right]$$

b. Median dihitung dengan rumus $\boldsymbol{Me = b + p\left(\frac{\frac{1}{2}n - F}{f}\right)}$

dengan b = batas bawah kelas median,ialah kelas dimana median akan terletak

p = panjang kelas median,

n = ukuran sampel atau banyak data,

F = jumlah semua frekuensi dengan tanda kelas lebih kecil dari tanda kelas median

f = frekuensi kelas median.

c. Modus dihitung dengan rumus $\boldsymbol{Mo = b + p\left(\frac{b_1}{b_1 + b_2}\right)}$

dengan

b=batas bawah kelas modal, ialah kelas interval dengan frekuensi terbanyak,

p = panjang kelas modus,

b1=frekuensi kelas modus dikurangi frekuensi kelas interval dengan tanda kelas yang lebih kecil sebelum tanda kelas modus,

b2=frekuensi kelas modus dikurangi frekuensi kelas interval dengan tanda kelas yang lebih besar sesudah tanda kelas modus.

Contoh 6.

Misalkan diberikan data nilai matematika yang disajikan dalam table distribusi frekuensi berikut.

Nilai matematika	frekuensi (fi)
51 - 55	2
56 - 60	4
61 - 65	6
66 - 70	9
71 - 75	12
76 - 80	15
81 - 85	10
86 - 90	10
91 - 95	8
96 - 100	4

Tentukan

a. rata-rata
b. Median
c. Modus

Jawab.

a. Rata-rata.

Untuk menghitung rata-rata diperlukan bantuan table berikut.

Nilai matematika	(fi)	xi	fi.xi	ci	fici
51 - 55	2	53	106	-5	-10
56 - 60	4	58	232	-4	-16
61 - 65	6	63	378	-3	-18
66 - 70	9	68	612	-2	-18
71 - 75	12	73	876	-1	-12
76 - 80	15	78	1170	0	0
81 - 85	10	83	830	1	10
86 - 90	10	88	880	2	20
91 - 95	8	93	744	3	24
96 - 100	4	98	392	4	16
Jumlah	80		6220		-4

(i) $\bar{x} = \dfrac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \dfrac{6220}{80} = 77{,}75$

(ii) $\bar{x} = x_0 + p\left[\dfrac{\sum f_i c_i}{\sum f_i}\right] \Leftrightarrow \bar{x} = 78 + 5\left[\dfrac{-4}{80}\right] \Leftrightarrow \bar{x} = 77{,}75$

b. Median

b = 75,5 F= 2+4+6+9+12

p = 5 f=15

n = 80

$$\boldsymbol{Me} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{p}\left(\frac{\frac{1}{2}\boldsymbol{n} - \boldsymbol{F}}{\boldsymbol{f}}\right) \Leftrightarrow Me = 75{,}5 + 5\left(\frac{\frac{1}{2}80 - 33}{15}\right) \Leftrightarrow \text{Me} = 77{,}83$$

c. Modus.

b = 75,5 b1 = 15 – 12 = 3

p = 5 b2 = 15 – 10 = 5

$$\boldsymbol{Mo} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{p}\left(\frac{\boldsymbol{b}_1}{\boldsymbol{b}_1 + \boldsymbol{b}_2}\right) \Leftrightarrow Mo = 75{,}5 + 5\left(\frac{3}{3+5}\right) \Leftrightarrow \text{Mo} = 77{,}37$$

3. Ukuran Letak.

Ukuran letak yang dibahas disini adalah kuartil dan desil.

a. Kuartil

Jika sekumpulan data dibagi menjadi empat bagian yang sama banyak, sesudah disusun menurut urutan nilainya, maka bilangan pembaginya disebut *kuartil.* Ada tiga buah kuartil, ialah *kuartil pertama, kuartil kedua dan kuartil ketiga* yang masing-masing disingkat dengan K_1, K_2, dan K_3. Pemberian nama ini dimulai dari nilai kuartil paling kecil. Untuk menentukan nilai kuartil caranya adalah :

1) susun data menurut urutan nilainya
2) tentukan letak kuartil
3) tentukan nilai kuartil

Letak kuartil ke I, diberi lambang Q_1, ditentukan oleh rumus :

Letak Q_i = data ke $\frac{\boldsymbol{i}(\boldsymbol{n}+1)}{4}$ dengan i = 1, 2, 3.

Contoh 7. Sampel dengan data 75, 82, 66, 57, 64, 56, 92, 94, 86, 52, 60, 70, setelah disusun menjadi 52, 56, 57, 60, 64, 66, 70, 75, 82, 86,

92, 94. Letak Q_1 = data ke $\frac{1(2+1)}{4}$ = data ke 3 ¼ , yaitu antara data ke-3 dan data ke-4 seperempat jauh dari data ke-3.

Nilai Q_l = data ke-3 + ¼ (data ke-4 – data ke-3)

Q_1 = 57 + ¼ (60 – 57) = 57 ¾

Letak Q_3 = data ke-$\frac{3(12+1)}{4}$ = data ke-9 ¾ . Dengan cara seperti diatas, nilai Q_3 dapat ditentukan ialah :

Q_3 = data ke-9 + ¾ (data ke-10 – data ke-9)

Q_3 = 82 + (¾)(86-82) = 85.

Perhatikan Q_2 tidak lain adalah median, coba tentukan Q_2.

b. Desil

Jika kumpulan data itu dibagi menjadi 10 bagian yang sama, maka didapat sembilan pembagi dan tiap pembagi dinamakan *desil,* ialah desil pertama, desil kedua,…, desil kesembilan yang disingkat dengan D_1,D_2,…, D_9. Desil-desil ini dapat ditentukan dengan jalan :

1) susun data menurut urutan nilainya
2) tentukan letak desil
3) tentukan nilai desil

letak desil ke-i, diberi lambang D_i, ditentukan oleh rumus

Letak D_i = data ke-$\frac{\boldsymbol{i}(\boldsymbol{n}+1)}{10}$

dengan i = 1, 2, …, 9

Contoh 8. Untuk data yang telah disusun dalam contoh terdahulu, ialah 52, 56, 57, 60, 64, 66, 70, 75, 75, 72, 76, 92, 94, maka letak D_7 = data ke-$\frac{7(12+1)}{10}$ = data ke-9,1. Nilai D_7 = data ke-9 + (0,1)(data ke-10 – data ke-9) atau D_7 = 82 + (0,1)(86 – 82) = 82,4.

4. Ukuran Penyebaran Data

Disamping ukuran pemusatan data, dalam penelitian kadang juga dibutuhkan ukuran penyebaran data. Ukuran pemyebaran data yang dibahas disini adalah rentang, simpangan kuartil,dan Simpangan Baku.

a. Rentang

Rentang atau jangkauan atau Range dari sekelompok data adalah data terbesar dikurangi data terkecil.

Contoh 9. Tentukan rentang dari data 3,4,4,2,5,3,6,8,7,9.

Jawab. Data terbesar 9, data terkecil 2. Jadi rentang=9-2=7.

b. Simpangan Kuartil

Simpangan kuartil atau jangkauan semi interkuartil didefinisikan dengan

Qd = $\frac{1}{2}(Q_3 - Q_1)$

Dengan : Qd = simpangan kuartil

Q3= kuartil atas

Q1= kuartil bawah

Contoh 10. Tentukan simpangan kuartil data 6,2,4,3,4,7,9.

Jawab. Data diurutkan menjadi 2,3,4,4,6,7,9. Sehingga Q3= 7 dan Q1= 2

Jadi Qd =1/2(7-2)=2.

c. Simpangan Baku

Untuk sampel simpangan baku diberi simbol s, didefinisikan dengan

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

Contoh 11. Diberikan sampel dengan data : 8, 7, 10, 11, 4. tentukan simpangan baku data tersebut.

Jawab.

x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
(1)	(2)	(3)
8	0	0
7	-1	1
10	2	4
11	3	9
4	-4	16

Rata-rata $\bar{x} = 8$

Dapat dilihat dari kolom (2), bahwa $\sum(x_i - \bar{x}) = 0$. Karena itulah di sini diambil kuadratnya yang dituliskan dalam kolom (3). Didapat $\sum(x_i - \bar{x})^2 = 30$

didapat :

$$s = \sqrt{\frac{30}{4}} = \sqrt{7,5} = 2,74$$

Bentuk lain untuk rumus simpangan baku ialah :

$$s = \sqrt{\frac{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}{n(n-1)}}$$

Untuk data pada contoh 10, jika digunakan rumus kedua

x_i	x_i^2
8	64
7	49
10	100
11	121
4	16
$\sum x_i = 40$	$\sum x_i^2 = 350$

$\sum x_i = 40$ dan $\sum x_i^2 = 350$, varians

$$s = \sqrt{\frac{5x350 - (40)^2}{5x4}} = \sqrt{7,5} = 2,74$$ dan

C. Latihan.

Dengan berdiskusi dengan teman sebelahmu selesaikan soal-soal berikut.

1. Misalkan dipunyai data nilai ulangan harian matematika kelas III SD Sukamaju sebagai berikut. 90, 60, 70, 80, 70, 50, 70, 80, 70, 60, 60, 70, 80, 90, 40, 70, 80, 50, 90, 70. Tentukan

   d. Mean dan tafsirkan hasil yang didapat.
   e. Median dan tafsirkan hasil yang didapat.
   f. Modus dan tafsirkan hasil yang didapat.
   g. Kuartil ke 1 dan tafsirkan hasil yang didapat.
   h. Desil ke 8 dan tafsirkan hasil yang didapat
   i. Rentang dan tafsirkan hasil yang didapat.
   j. Simpangan baku dan tafsirkan hasil yang didapat.

2. Misalkan nilai ujian statistika mahasiswa jurusan matematika sebagai berikut.

NILAI UJIAN	f_i
31 – 40	1
41 – 50	2
51 – 60	5
61 – 70	15
71 – 80	25
81 – 90	20
91 – 100	12
Jumlah	80

Tentukan
   a. Mean.
   b. Median.
   c. Modus.
   d. Persentil 70.
   e. Simpangan baku.

D. Rangkuman

Nilai rata-rata hitung n data X_1, X_2, X_3, …, X_n adalah

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

Jika data X_1, X_2, X_3, …, X_n mempunyai fkekuensi f_1, f_2, f_3, … f_n, maka

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i \; x_i}{n} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$$

Jika data dalam dalam distribusi frekuensi $\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$ atau

$$\bar{x} = x_0 + p\left[\frac{\sum f_i c_i}{\sum f_i}\right]$$

Bila kelompok 1 terdapat n_1 data dengan rata-rata $\bar{x}_1$, kelompok 2 terdapat n_1 data dengan rata-ra ta $\bar{x}_2$ maka rata-rata gabungannya

$$\bar{x} = \frac{n_1 \bar{x}_1 + n_2 \bar{x}_2}{n_1 + n_2}$$

Median menentukan letak data setelah data itu disusun menurut urutan nilainya. Jika banyak data ganjil, maka median Me, setelah data disusun menurut nilainya, merupakan data paling tengah. Jika banyak data genap, setelah data disusun menurut urutan nilainya, mediannya sama dengan rata-rata hitung dua data tengah.

Jika data dalam dalam distribusi frekuensi $\boldsymbol{Me = b + p\left(\frac{\frac{1}{2}n - F}{f}\right)}$

Untuk menyatakan fenomena yang *paling banyak terjadi* digunakan *ukuran modus* disingkat Mo. Modus ditentukan dengan jalan menentukan frekuensi terbanyak diantara data itu.

Jika data dalam dalam distribusi frekuensi $\boldsymbol{Mo = b + p\left(\frac{b_1}{b_1 + b_2}\right)}$

Jika sekumpulan data dibagi menjadi empat bagian yang sama banyak, sesudah disusun menurut urutan nilainya, maka bilangan pembaginya disebut *kuartil.* Ada tiga buah kuartil, ialah *kuartil pertama, kuartil kedua dan kuartil ketiga* yang masing-masing disingkat dengan K_1, K_2, dan K_3. Untuk menentukan nilai kuartil caranya adalah :

1) susun data menurut urutan nilainya

2) tentukan letak kuartil
3) tentukan nilai kuartil

Letak kuartil ke I, diberi lambang Q_1, ditentukan oleh rumus :

Letak Q_i = data ke $\frac{i(n+1)}{4}$ dengan i = 1, 2, 3.

Jika kumpulan data itu dibagi menjadi 10 bagian yang sama, maka didapat sembilan pembagi dan tiap pembagi dinamakan *desil,* ialah desil pertama, desil kedua,…, desil kesembilan yang disingkat dengan $D_1, D_2, \ldots, D_9$. Desil-desil ini dapat ditentukan dengan jalan :

1) susun data menurut urutan nilainya
2) tentukan letak desil
3) tentukan nilai desil

letak desil ke-i, diberi lambang D_i, ditentukan oleh rumus

Letak D_i = data ke- $\frac{i(n+1)}{10}$ dengan i = 1, 2, …, 9

Rentang atau jangkauan atau Range dari sekelompok data adalah data terbesar dikurangi data terkecil.

Simpangan kuartil atau jangkauan semi interkuartil didefinisikan dengan

$Q_d = \frac{1}{2}(Q_3 - Q_1)$.

Untuk sampel simpangan baku diberi simbol s, didefinisikan dengan

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \text{ atau } s = \sqrt{\frac{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}{n(n-1)}}$$

E. Tes Formatif 1

Tes Obyektif

1. Misalkan dipunyai data nilai ulangan harian matematika kelas VI SD Majumakmur sebagai berikut. 80, 60, 70, 50, 70, 80, 70, 80, 70, 60,

60, 70, 80, 90, 40, 70, 90, 50, 90, 70. Mean nilai ulangan harian matematika kelas VI SD Majumakmur adalah .....

a. 70 b. 80 c. 75 d. 85

2. Dengan data pada soal nomor 1 Modus nilai ulangan harian matematika kelas VI SD Majumakmur adalah .....

   a. 70 b. 80 c. 75 d. 85

3. Dengan data pada soal nomor 1 Median nilai ulangan harian matematika kelas VI SD Majumakmur adalah .....

   a. 70 b. 80 c. 75 d. 85

4. Dengan data pada soal nomor 1 kuartil ke-3 nilai ulangan harian matematika kelas VI SD Majumakmur adalah .....

   a. 75,5 b. 77,5 c. 85,7 d. 87,5

5. Dengan data pada soal nomor 1 rentang nilai ulangan harian matematika kelas VI SD Majumakmur adalah .....

   a. 40 b. 50 c. 55 d. 60

6. Dengan data pada soal nomor 1 simpangan baku nilai ulangan harian matematika kelas VI SD Majumakmur adalah .....

   a. 12,67 b. 12, 76 c. 13,76 d. 13,87

7. Dua puluh pelajar terdiri 12 puteri dan 8 putera. Rata-rata nilai matematika pelajar keseluruhan 80. Jika rata-rata nilai matematika pelajar puteri saja 75 , maka rata-rata nilai matematika pelajar putera adalah ....

   a. 67.5 b. 77,7 c. 87,5 d. 89,5

8. Nilai UAN matematika sebanyak 30 siswa mempunyai rata-rata 80, jika nilai seorang siswa tidak diikutkan maka nilai rata-rata menjadi 81, berapa nilai siswa tersebut.

   a. 47 b. 51 c. 63 d. 73

9. Rata-rata berat badan 50 anak 65 kg, jika ditambah dengan berat badan si Andi dan Narti maka rata-rata berat badan tetap 65, jika perbandingan berat badan Andi dan Narti 6:4, berapa berat badan Andi?

a. 67 b. 68 c. 77 d. 78

10. Suatu data sebanyak n mempunyai rata-rata adalah p, jika tiap data dikurangi s, berapa ata-rata data sekarang?

    a. p-n b. sp c. p+s d. p-s

Tes Uraian

Nilai ujian statistika mahasiswa matematika disajikan dalam tabel berikut.

NILAI UJIAN	f_i
31 – 40	1
41 – 50	2
51 – 60	5
61 – 70	15
71 – 80	25
81 – 90	20
91 – 100	12
Jumlah	80

1. Tentukan rata-rata
2. Tentukan Modus
3. Tentukan Median

BAB III KEGIATAN BELAJAR 2

A. Kompetensi dan Indiaktor

1. **Standard Kompetensi**

   Menggunakan aturan statistika, kaidah pencacahan, dan sifat sifat peluang dalam pemecahan masalah.

2. **Kompetensi Dasar**

   1.2 Menggunakan aturan perkalian, permutasi, dan kombinasi dalam pemecahan masalah.
   1.3 Menentukan ruang sampel suatu percobaan.

3. **Indikator**

   a. Menentukan ruang sampel percobaan.
   b. Menentukan pemecahan suatu persoalan dengan aturan perkalian.
   c. Menentukan pemecahan suatu persoalan dengan permutasi.
   d. Menentukan pemecahan suatu persoalan dengan kombinasi.

B.Uraian Materi

RUANG SAMPEL DAN MENGHITUNG TITIK SAMPEL

1. **Ruang Sampel Dan Kejadian**

   a. Ruang Sampel

   Definisi 1.1

Himpunan dari semua hasil yang mungkin muncul pada suatu percobaan disebut ruang sampel, sedangkan anggota-anggota dari ruang sampel disebut titik sampel.

   Ruang sampel biasa disimbulkan dengan huruf S, sedangkan anggota-angota ruang sampel didaftar dengan menuliskannya diantara dua kurung kurawal (alokade), masing-masing anggota dipisah dengan tanda koma.

Contoh 1.1

Pada percobaan melempar dua mata uang, diperoleh S={AA,AG,GA,GG}, dengan AA adalah mata uang pertama muncul angka, dan mata uang kedua muncul angka

AG adalah mata uang pertama muncul angka, dan mata uang kedua muncul gambar.

GA adalah mata uang pertama muncul gambar, dan mata uang kedua muncul angka.

GG adalah mata uang pertama muncul gambar, dan mata uang kedua muncul gambar.

Contoh 1.2

Pada percobaan melempar sebuah dadu sekali maka ruang sampelnya adalah S = {1,2,3,4,5,6} dengan 1 menyatakan banyaknya titik dadu bagian atas ada satu, 2 menyatakan banyaknya titik dadu bagian atas ada dua, dan seterusnya.

b. Kejadian

Definisi 1.2

Kejadian atau peristiwa adalah himpunan bagian dari ruang sampel.

Karena kejadian adalah himpunan bagian dari ruang sampel maka biasanya disimbolkan dalam huruf besar.

Dari definisi kejadian juga dapat disimpulkan bahwa S dan $\varnothing$ juga suatu kejadian, karena $S \subset S$ dan $\varnothing \subset S$.

c. Dua kejadian Yang Saling Lepas (Saling Asing)

Dua kejadian dikatakan saling lepas/asing apabila dua kejadian tersebut tidak mungkin terjadi bersama-sama atau tidak mungkin

dipertemukan. Dengan kata lain kejadian yang satu meniadakan kejadian yang lain.

Contoh 1.3.

Pada percobaan melempar sebuah dadu satu kali, kejadian munculnya mata dadu 1 dan kejadian munculnya mata dadu 3 adalah dua kejadian yang saling lepas, sebab apabila muncul mata dadu 1 maka mata dadu 3 tidak mungkin muncul, demikian pula sebaliknya.

Dalam notasi himpunan dua kejadian A dan B disebut saling lepas jika $A \cap B = \varnothing$.

Pada contoh 1.6, misalkan A adalah kejadian munculnya mata dadu 1 dan B adalah kejadian munculnya mata dadi 3 maka A = {1} dan B={3} sehingga $A \cap B = \varnothing$, disimpulkan kejadian A dan B saling lepas.

d. Operasi Kejadian

a. Gabungan kejadian A dan B ditulis $A \cup B$ adalah himpunan titik sampel yang terdapat pada kejadian A atau kejadian B atau kedua-duanya.
b. Irisan kejadian A dan B ditulis $A \cap B$ adalah himpunan titik sampel yang terdapat pada kejadian A dan terdapat pada kejadian B.
c. Operasi Komplemen.

Komplemen kejadian A dalam ruang sampel S adalah himpunan semua unsur di S yang tidak termasuk di A.

Latihan 1.1

1. Ada dua dadu , yang satu berwarna hitam dan yang lain berwarna putih. Kedua dadu tersebut dilempar bersama-sama, kemudian hasilnya dicatat.

a. Tulis ruang sampel S percobaan diatas.
b. Tulis anggota kejadian A jumlah kedua mata dadu yang nampak kurang dari 5
c. Tulis kejadian B munculnya mata dadu 6 pada kedua dadu.

d. Tulis anggota C munculnya mata dadu 2 pada dadu putih.
e. Buatlah suatu diagram (Venn) yang memperlihatkan hubungan kejadian A,B,C dan S.
f. Tulis anggota kejadian D yang merupakan irisan kejadian A dan kejadian C.

2. Suatu percobaan melempar sebuah mata uang logam,dan satu dadu berwarna merah dengan muka 1,2,3,4,5,6 serta satu dadu berwarna putih bermuka a,b,c,d,e,f. Diawali dengan melempar uang logam. Apabila pada lemparan pertama muncul sisi gambar G maka lemparan kedua dadu berwarna merah. Apabila lemparan pertama muncul angka A, maka lemparan kedua dadu berwarna putih.

a. Tulislah ruang sampel percobaan tersebut.
b. Tulislah kejadian yang mengandung muka vokal pada dadu warna putih.
c. Tulislah kejadian yang mengandung munculnya sisi gambar G pada uang logam .
d. Mungkinkah terjadi munculnya muka 3 pada dadu merah dan muka konsonan pada dadu warna putih ? Jelaskan jawaban saudara.

3. Dua pria (P) dan dua wanita (W), akan dipilih secara acak satu orang untuk menduduki jabatan ketua kelas, kemudian sisanya dipilih secara acak pula untuk menduduki jabatan wakil ketua kelas.

a. Tulislah ruang sampel S.
b. Tulislah anggota kejadian A bahwa yang menduduki ketua kelas adalah pria.
c. Tulislah anggota kejadian B bahwa tepat satu jabatan tersebut diduduki oleh pria.
d. Tulislah anggotan kejadian C bahwa tidak ada jabatan yang diduduki oleh pria.
e. Buatlah diagram (Venn) yang memperlihatkan hubungan antara kejadian A,B,C, dan S.

4. Tiga uang logam dilempar sekali , tentukan ruang sampel percobaan tersebut.
5. Diketahui ruang sampel S = { segitiga, jajaran genjang, persegi, persegi panjang , trapesium, belah ketupat }, dan kejadian A ={jajaran genjang, persegi, belah ketupat }, kejadian B = {persegi, segitiga, persegi panjang }, kejadian C = {trapezium}. Tulislah anggota dari kejadian berikut.

a. A' b. $A \cup B$ c. $(A \cap B') \cup C'$

d. $B' \cap C'$ e. $(A \cap B) \cap C$ f. $(A' \cup B') \cap (A' \cap C)$.

2. Menghitung Titik Sampel

a. Prinsip Perkalian/Aturan Dasar

Jika suatu kejadian dapat terjadi dengan n_1 cara yang berbeda, dan kejadian berikutnya (sebut kejadian kedua) terjadi dengan n_2 cara yang berbeda, dan seterusnya maka banyaknya keseluruan kejadian dapat terjadi secara berurutan dalam $n_1.n_2.n_3\ldots$ cara yang berbeda.

Contoh 2.1

Sebuah pelat nomor polisi semarang dimulai dengan huruf H diikuti empat angka dengan angka pertama tidak boleh nol, dan diakhiri dua huruf dengan huruf terakhir huruf A. Setelah mobil keberapa pelat nomor tersebut harus diubah modelnya?

Penyelesaian.

Misalkan pelat nomor tersebut terdiri dari 7 kotak, maka :

- huruf pertama pada kotak pertama dapat dicetak dalam 1 cara (yaitu huruf H)
- angka pertama dalam kotak kedua dapat dicetak dalam 9 cara (mengapa?)
- angka kedua dalam kotak ketiga dapat dicetak dalam 10 cara (mengapa?)

- angka ketiga dalam kotak keempat dapat dicetak dalam 10 cara (mengapa?)
- angka keempat dalam kotak kelima dapat dicetak dalam 10 cara (mengapa?)
- huruf kedua dalam kotak keenam dapat dicetak dalam 26 cara (mengapa?)
- huruf ketiga dalam kotak ketujuh dapat dicetak dalam 1 cara (mengapa?)

Jadi banyaknya pelat nomor yang berbeda yang dapat dicetak adalah 1.9.10.10.10.26.1= 234.000. Karena setiap satu pelat nomor hanya untuk satu mobil maka pelat nomor harus diubah modelnya setelah mobil ke 234.000.

Contoh 2.2

Berapa banyak kertas yang harus disediakan, jika tiap kertas ditulisi bilangan 3 angka yang dibentuk dari lima angka 1,3,5,7,9, jika :

a. pengulangan tidak diperbolehkan
b. pengulangan diperbolehkan.

Penyelesaian.

Misalkan ada tiga kotak untuk mempresentasikan bilangan sebarang .

a. kotak pertama dapat diisi dengan 5 cara, karena pengulangan tidak diperbolehkan maka kotak kedua dan ketiga masing-masing dapat diisi dengan 4 dan 3 cara. Jadi banyaknya bilangan yang dapat terbetuk ada 5.4.3=60 bilangan.

Karena tiap bilangan dituliskan pada sebuah kertas maka banyaknya kertas yang harus disediakan ada 60 kertas.

b. Karena pengulangan diperbolehkan maka kotak pertama, kedua dan ketiga dapat diisi dengan 5 cara, sehingga banyaknya bilangan yang terbentuk ada 5.5.5 = 125 bilangan. Jadi banyaknya kertas yang harus disediakan ada 125 lembar.

Contoh 2.3

Didalam sebuah organisasi kepemudaaan, terdapat 25 anggota yang memenuhi syarat untuk dipilih sebagai ketua, sekretaris, bendahara (dengan asumsi tidak boleh ada jabatan rangkap). Ada berapa cara untuk memilih pengurus organisasi tersebut?

Penyelesaian.

Misalkan pemilihan pengurus organisasi dimulai dari ketua, sekretaris, kemudian bendahara.

- ketua dapat dipilih dalam 25 cara
- sekretaris dapat dipilih dalam 24 cara (mengapa?)
- bendahara dapat dipilih dalam 23 cara (mengapa?)

Jadi banyaknya cara untuk memilih pengurus tersebut adalah 25.24.23 = 13800.

C. Latihan

1. Ada berapa cara pelat mobil pribadi dapat dibuat, jika setiap pelat memuat 2 huruf yang berbeda, serta diikuti 3 angka yang berbeda, dengan angka pertama tidak boleh 0.
2. Ada 4 jalur bis antara kota A dan kota B, dan ada 3 jalur bis antara kota B dan C.

a. ada berapa cara seseorang dapat mengadakan perjalanan dari kota A ke kota C melalui kota B dengan menggunakan bis?

b. ada berapa cara seseorang dapat mengadakan perjalanan pulang pergi dari kota A ke kota C melalui kota B dengan menggunakan bis?

3. Ada berapa cara 9 buku buku yang berbeda dapat disusun dalam sebuah rak buku yang memanjang, jika ada 3 buku yang selalu bersama-sama ada berapa penyusunan yang mungkin?

4. Tersedia 12 gambar yang berbeda, 4 dari gambar tersebut akan dipasang dalam sebuah baris. Dalam berapa cara hal ini dapat dikerjakan?
5. Jika pengulangan tidak diperbolehkan

a. Ada berapa banyak bilangan empat angka yang dapat disusun dari angka 0 sampai 9 ?(0 didepan tidak boleh)
b. Ada berapa buah diantaranya yang lebih dari 4500?
c. Ada berapa buah diantaranya yang genap?
d. Ada berapa buah diantaranya yang ganjil?
e. Ada berapa buah diantaranya yang merupakan kelipatan 5?

6. Ulangi soal nomor 5, tetapi pengulangan diperbolehkan.
7. Ulangi soal nomor 5, tetapi tersedia angka 0 sampai dengan 9.
8. Ada berapa cara 3 pria dan 2 wanita dapat duduk dalam satu baris.

b. Permutasi

Permutasi adalah susunan berurutan dari semua atau sebagian elemen suatu himpunan

Sedangkan banyaknya permutasi r elemen yang diambil dari n elemen ditulis P(n,r) atau nPr atau P_r^n atau $P_{n,r}$ adalah n(n-1)(n-2)(n-3)…(n-r+1). Coba buktikan hal ini dengan aturan perkalian.

Dengan notasi faktorial banyaknya permutasi r elemen yang diambil dari n elemen dapat ditulis sebagai $\frac{n!}{(n-r)!}$.

Contoh 2.4

Tentukan semua permutasi dari huruf-huruf pada kata TAHU .

Penyelesaian.

Susunan huruf-huruf yang berbeda adalah sebagai berikut.

TAHU	ATHU	HTAU	UTAH
TAUH	ATUH	HTUA	UTHA
TUAH	AUTH	HUTA	UHTA
TUHA	AUHT	HUAT	UHAT

THUA	AHTU	HAUT	UATH
THAU	AHUT	HATU	UAHT

Jadi banyaknya permutasi ada 24 .

Menghitung banyaknya permutasi dapat dilakukan dengan cara r=n=4 maka P(n,r) = P(4,4) = 4! = 4.3.2.1 = 24.

Contoh 2.5

Tiga orang guru masuk ruang rapat. Tempat yang masih kosong ada 5 kursi, dalam berapa cara mereka dapat menempati tempat duduk ?

Penyelesaian.

- Tempat duduk yang masing kosong (n) = 5
- Guru yang masuk ruangan rapat (r) = 3

Sehingga P(5,3) = $\frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5.4.3.2!}{2!}$ = 60

Jadi ada 60 cara menempati tempat duduk yang kosong.

Atau dapat dikerjakan dengan prinsip perkalian sebagai berikut.

Guru yang pertama bisa menempati sebarang kursi dari 5 kursi yang tersedia, setelah guru pertama duduk guru yang kedua bisa menempati sebarang kursi dari 4 kursi yang tersedia, dan guru yang ketiga dapat menempati sebarang kursi dari 3 kursi yang tersedia. Jadi dengan prinsip perkalian ada 5.4.3 = 60 cara untuk menempati kursi yang kosong.

Contoh 2.6

Berapa banyak urutan yang dapat terjadi jika 7 lukisan yang berbeda digantung dalam sebuah baris sehingga lukisan yang spesifik berada pada

a. tengah-tengah
b. salah satu ujung.

Penyelesaian.

a. Karena 1 gambar diketahui di tengah-tengah, sisa 6 gambar diatur dalam sebarang baris, sehingga banyaknya urutan ada P(6,6) = 6! = 720
b. 1 gambar dipasang pada salah satu ujung, maka ada 2 cara menempatkannya, yakni ujung kiri atau ujung kanan, dan sisanya 6 lukisan dapat diatur dalam P(6,6) cara, sehingga banyaknya urutan ada 2. P(6,6) = 1440 urutan.

Latihan 2.2

1. Dalam suatu pesta, berapa cara 7 orang dapat duduk dalam satu baris bila tersedia

a. 7 kursi b. 10 kursi.

2. Berapa banyaknya antara 3000 sampai 4000 yang dapat dibentuk dengan menggunakan angka 0,1,2,3,4,5,6, apabila setiap angka tidak boleh diulangi dalam setiap bilangan?
3. Jika pengulangan tidak diperbolehkan ada berapa bilangan genap antara 3000 sampai dengan 6800?

c. Permutasi (Seluruhnya) dengan Beberapa Unsur Yang Sama

Banyaknya permutasi yang berlainan dari n elemen bila n1 diantaranya berjenis pertama, n2 berjenis kedua, … ,nk berjenis ke-k adalah

$$P(n\ ,\ (n1,n2,n3,\ldots nk)) = \frac{n!}{n1!n2!n3!\ldots nk!} \text{ dimana } n1 + n2 + n3 + \ldots + nk = n$$

Contoh 2.7

Seorang paman ingin membagikan 5 lembar uang sepuluh ribuan, 3 lembar uang lima ribuan dan 1 uang seribuan kepada 9 keponakannya. Jika setiap anak hanya menerima satu macam uang, ada berapa cara si paman dapat membagikan uangnya.

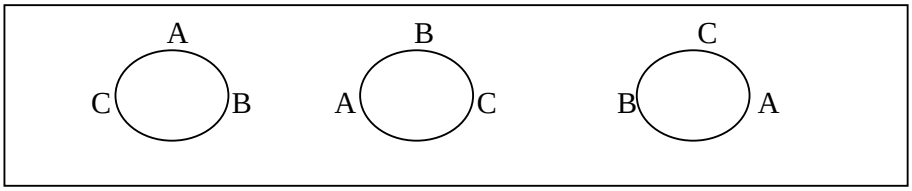
Penyelesaian.

Banyaknya cara ada $\frac{9!}{5!3!} = 504$ cara.

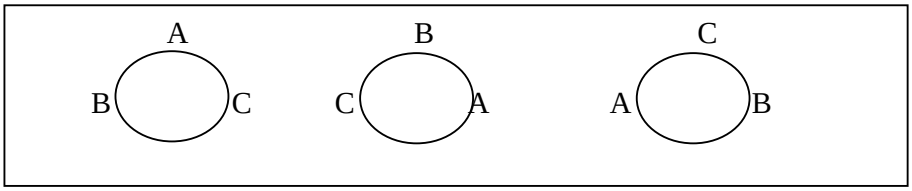
d. Permutasi Melingkar (Permutasi Siklis)

Misalkan Arum (A), Budi (B), dan Cece (C) duduk mengililingi meja bundar. Ada berapa susunan yang berbeda ketiganya dapat duduk ?

Untuk memjelaskan bagaimana susunan ketiganya perhatikan gambar berikut.



Gambar 2.1



Gambar 2.2

Pada gambar 2.1 penyusunan unsur A,B,C dalam tiga macam lingkaran dianggap sama, karena urutannya dianggap sama, demikian pula pada gambar 2.2. sehingga banyaknya permutasi ada 2.

Secara umum dapat dikatakan

Banyaknya permutasi n unsur berlainan yang disusun melingkar adalah (n-1) !

Contoh 2.8

Sekelompok mahasiswa yang terdiri dari 4 orang duduk mengelilingi sebuah meja bundar. Dalam berapa cara keempat orang mahasiswa tadi dapat duduk mengelilingi meja tersebut.

Penyelesaian.

Keempat mahasiswa tadi dapat diatur mengelilingi meja dalam (4-1)! = 3! = 6 (coba tunjukkan keenam susunan tersebut).

Contoh 2.9

a. Ada berapa cara 5 orang dapat duduk dalam 4 kursi mengelilingi meja bundar?
b. Ada berapa cara 5 orang dapat duduk dalam 5 kursi mengelilingi meja bundar jika dua orang selalu berdampingan?
c. Sebuah keluarga terdiri dari kakek, nenek, ayah, ibu dan seorang anak, akan duduk dalam 4 kursi yang mengelilingi meja bundar.Ada berapa urutan yang dapat terjadi jika kakek dan nenek harus duduk berdampingan?

(coba diskusikan penyelesaiannya dengan teman sebelahnya)

e. Kombinasi

Dalam permutasi elemen-elemen yang disusun urutannya diperhatikan, tetapi ada kalanya elemen-elemen yang disusun urutanya tidak diperhatikan. Misalnya dalam suatu panitia studi tour terdiri 4 orang, yakni Andi , Bambang, Cicik dan Dadang, dipilih 3 orang untuk melakukan survei lapangan. Ada berapa macam susunan yang dapat dipilih?

Dari permasalahan ini susunan yang terdiri dari Andi, Bambang, Cicik dianggap sama dengan susunan Bambang, Cicik, Andi, sama dengan Cicik, Andi, Bambang, sama dengan Andi, Cicik, Bambang. Urutan pada susunan ini tidak diperhatikan, karena yang diperhatikan adalah orang yang terpilih, tidak urutannya. Susunan semacam ini disebut kombinasi.

Definisi

Kombinasi adalah susunan unsur-unsur yang urutannya tidak diperhatikan.

Kembali pada contoh pemilihan 3 orang dari 4 orang, maka kombinasi yang diperoleh adalah

1. Andi – Bambang – Cicik
2. Andi – Bambang – Dadang
3. Andi – Cicik – Dadang
4. Bambang – Cicik – Dadang

Jadi ada 4 kombinasi.

Banyaknya kombinasi r elemen yang diambil dari n elemen ditulis C(n,r) atau nCr atau $\binom{n}{r}$ atau C_r^n adalah $\frac{n!}{r!\,(n-r)!}$ dengan $r \leq n$.

Contoh 2.9

Suatu tim bola basket terdiri dari 5 orang akan dipilih darin 10 pemain. Berapa macam susunan dapat dipilih ?

Penyelesaian.

Susunan yang dapat dipilih adalah pengambilan 5 orang dari 10 orang yang urutannya tidak diperhatikan, jadi menggunakan banyaknya kombinasi 5 orang yang dipilih dari 10 orang = C(10,5) = $\frac{10!}{5!\,(10-5)!} = \frac{10!}{5!\,5!} = 252$.

Contoh 2.10

Bila ada 4 wanita dan 3 laki-laki, tentukan banyaknya susunan panitia yang beranggotakan 2 wanita dan 1 laki-laki.

Penyelesaian.

Banyaknya cara memilih dua wanita dari empat wanita C(4,2) = 6. Banyaknya cara memilih 1 laki-laki dari 3 laki-laki adalah C(3,1) = 3. Dengan aturan perkalian banyaknya susunan panitia yang dapat dibentuk yang beranggotakan 2 wanita dan 1 laki-laki adalah 6.3 = 18.

Latihan 2.3

1. a. Dengan berapa urutan 7 orang dapat duduk berjajar pada sebuah bangku panjang ?

   b. Ada berapa urutan dapat terjadi, jika dua orang tertentu tidak mau berpisah dan ingin duduk sebelah menyebelah ?

2. a. Dengan berapa urutan duduk jika terdapat enam orang dan hanya tersedia empat kursi

   b. Ada berapa urutan yang dapat dibuat jika satu orang tertentu harus duduk di kursi ujung?

   c. Ada berapa urutan yang dapat dibuat jika orang tertentu bebas memilih tempat duduk?

   d. jika duduknya melingkar ada berapa urutan duduk?

3. Terdapat 3 orang Indonesia, 4 orang Belanda dan 2 orang Jerman.

   a. Ada berapa urutan duduk yang dapat terjadi jika duduknya bebas?

   b. Ada berapa urutan jika duduknya berkelompok menurut kewarganegaraannya?

4. a. Dengan berapa cara 6 pohon yang berbeda dapat ditanam dalam taman yang membentuk lingkaran?

   b. Jika ada 2 pohon harus ditanam berdampingan, ada berapa cara menanamnya?

5. Dengan berapa carakah dapat ditanam 2 pohon akasia, 3 bungur dan 2 cemara dalam satu garis lurus bila pohon yang sejenis tidak dibedakan?

6. Berapa banyak kata (tidak harus punya arti) yang dapat dibuat dari huruf-huruf pada kata “STATISTIKA”?

7. Suatu kesebalasan universitas memainkan delapan pertandingan sepakbola dalam 1 semester. Dengan berapa carakah kesebelasan itu dapat memainkannya bila menang 4 kali, kalah 3 kali dan seri sekali?

8. Dari kelompok guru ada 5 guru matemtika , dan 7 guru fisika, akan dibuat tim kerja yang terdiri atas 2 guru matematika dan 3 guru fisika. Ada berapa cara untuk membuat tim, jika :

   a. tiap orang dapat dipilih bebas,

   b. seorang guru matematika harus ikut dalam tim,

   c. dua guru fisika tidak boleh ikut dalam tim itu.

9. Bila dalam suatu kelompok terdapat 4 mobil jeep dan 3 mobil sedan.

a. Ada berapa cara pemilihan 4 mobil yang terdiri atas 3 mobil jeep dan 1 mobil sedan ? b. Ada berapa cara pemilihan 4 mobil jika 1 mobil sedan harus terpilih?

10. Dalam ujian seorang siswa diminta menjawab 3 soal dari 5 soal yang tersedia.

    a. Berapa banyak pilihan yang dia punyai?

    b. Jika dia harus menjawab 2 soal pertama, berapa banyak pilihan yang dia punyai?

11. Tentukan banyaknya diagonal segi seratus.

12. Andi diminta menulis angka 0 – 500, ada berapa kali Andi menulis angka 2?

D. Rangkuman

Himpunan dari semua hasil yang mungkin muncul pada suatu percobaan disebut ruang sampel, sedangkan anggota-anggota dari ruang sampel disebut titik sampel. Sedangkan kejadian atau peristiwa adalah himpunan bagian dari ruang sampel

Dua kejadian dikatakan saling lepas/asing apabila dua kejadian tersebut tidak mungkin terjadi bersama-sama atau tidak mungkin dipertemukan. Dengan kata lain kejadian yang satu meniadakan kejadian yang lain.

Operasi kejadian terdiri dari gabungan, irisan dan komplemen. Gabungan kejadian A dan B ditulis $A \cup B$ adalah himpunan titik sampel yang terdapat pada kejadian A atau kejadian B atau kedua-duanya.Irisan kejadian A dan B ditulis $A \cap B$ adalah himpunan titik sampel yang terdapat pada kejadian A dan terdapat pada kejadian B. Komplemen kejadian A dalam ruang sampel S adalah himpunan semua unsur di S yang tidak termasuk di A.

Untuk menghitung titik sampel dapat digunakan prinsip perkalian, permutasi dan kombinasi. Prinsip perkalian, yaitu jika suatu kejadian dapat terjadi dengan n_1 cara yang berbeda, dan kejadian berikutnya (sebut kejadian kedua) terjadi dengan n_2 cara yang berbeda, dan seterusnya maka banyaknya keseluruan kejadian dapat terjadi secara berurutan dalam $n_1.n_2.n_3\ldots$ cara yang berbeda.

Permutasi adalah susunan berurutan dari semua atau sebagian elemen suatu himpunan. Sedangkan banyaknya permutasi r elemen yang diambil dari n elemen ditulis P(n,r) atau nPr atau P_r^n atau $P_{n,r}$ adalah $\frac{n!}{(n-r)!}$.Banyaknya permutasi yang berlainan dari n elemen bila n1 diantaranya berjenis pertama, n2 berjenis kedua, … ,nk berjenis ke-k adalahP(n , (n1,n2,n3,…nk)) = $\frac{n!}{n1!n2!n3!...nk!}$

dimana n1 + n2 + n3 + …+ nk = n.

Banyaknya permutasi n unsur berlainan yang disusun melingkar adalah (n-1) !

Kombinasi adalah susunan unsur-unsur yang urutannya tidak diperhatikan. Banyaknya kombinasi r elemen yang diambil dari n elemen ditulis C(n,r) atau nCr atau $\binom{n}{r}$ atau C_r^n adalah $\frac{n!}{r!\,(n-r)!}$ dengan $r \leq n$.

E. Tes Formatif 2

Tes Obyektif

1. Ada 4 jalur bis antara kota A dan kota B, dan ada 5 jalur bis antara kota B dan C. Ada berapa cara seseorang dapat mengadakan perjalanan pulang pergi dari kota A ke kota C melalui kota B dengan menggunakan bis?

   a. 15 cara b. 30 cara c. 60 cara d. 225 cara
2. Jika pengulangan tidak diperbolehkan Ada berapa banyak bilangan empat angka yang dapat disusun dari angka 0 sampai 9 yang lebih dari 3600?

   a. 224 b. 3024 c. 3248 d. 3528
3. Ada berapa cara 3 pria dan 2 wanita dapat duduk dalam satu baris, jika duduknya selang seling?

   a. 6 cara b. 10 cara c. 12 cara d. 15 cara
4. Ada berapa cara 5 orang dapat duduk dalam 4 kursi mengelilingi meja bundar?

   a. 24 cara b. 30 cara c. 40 cara d. 42 cara
5. Dengan berapa urutan duduk jika terdapat enam orang dan hanya tersedia empat kursi jika satu orang tertentu harus duduk di kursi ujung.

   a. 60 cara b. 120 cara c. 240 cara d. 360 cara

6. Dengan berapa carakah dapat ditanam 2 pohon akasia, 3 bungur dan 2 cemara dalam satu garis lurus bila pohon yang sejenis tidak dibedakan?

   a. 12 cara b. 24 Cara c. 120 cara d. 210 cara
7. Dari kelompok siswa ada lima siswa kelas 1 , dan tujuh siswa kelas 2, akan dibuat tim kerja yang terdiri atas dua siswa kelas 1 dan tiga siswa kelas 2. Ada berapa cara untuk membuat tim, jika seorang siswa kelas 2 harus ikut dalam tim itu.

   a. 150 b. 300 c. 350 d. 370
8. Dalam ujian seorang siswa diminta menjawab 8 soal dari 10 soal yang tersedia.Jika dia harus menjawab 2 soal pertama, berapa banyak pilihan yang dia punyai?

   a. 10 b. 15 c. 28 d. 80
9. Tentukan banyaknya diagonal segi 50.

   a. 50 b. 100 c. 175 d. 200
10. Terdapat 3 orang Indonesia, 4 orang Belanda dan 2 orang Jerman. Ada berapa urutan jika duduknya berkelompok menurut kewarganegaraannya?

    a. 24 b. 48 c. 228 d. 864

Tes uraian.

1. Sebuah kotak berisi 2 kapur merah, 1 hijau, dan 3 putih. Dua buah kapur diambil secara acak sekaligus, jika m_1, m_2, h p_1, p_2, p_3 masing masing mewakili kapur merah 1, merah 2, hijau, putih 1, putih 2, putih 3, tentukan ruang sampel percobaan tersebut
2. Sebuah keluarga terdiri dari kakek, nenek, ayah, ibu dan seorang anak, akan duduk dalam 4 kursi yang mengelilingi meja bundar.Ada berapa urutan yang dapat terjadi jika kakek dan nenek harus duduk berdampingan?

BAB IV KEGIATAN BELAJAR 3

A. Kompetensi dan Indikator

1. **Standard Kompetensi**

   Menggunakan aturan statistika, kaidah pencacahan, dan sifat sifat peluang dalam pemecahan masalah.

2. **Kompetensi Dasar**

   1.6 Menentukan peluang suatu kejadian dalam suatu permasalahan.

3. **Indikator**

   a. Menentukan peluang kejadian dengan definisi klasik.
   b. Menentukan peluang dengan hukum-hukum peluang.
   c. Menentukan peluang bersyarat suatu kejadian.
   d. Memecahkan masalah yang berkaitan dengan peluang.

B. Uraian Materi

PELUANG

1. **Peluang Kejadian**

   a. Definisi Peluang Klasik

   Jika suatu percobaan menghasilkan n hasil yang tidak mungkin terjadi bersama-sama dan masing-masing mempunyai kesempatan yang sama untuk terjadi, maka peluang suatu kejadian A ditulisP(A) = $\frac{n(A)}{n}$, dimana n(A) adalah banyaknya hasil dalam kejadian A.

   - Jika kejadian yang diharapkan tidak pernah terjadi, berarti n(A) = 0, maka

     P(A) = $\frac{0}{n} = 0$, sehingga peluangnya = 0.

   - Jika kejadian A yang diharapkan itu selalu terjadi terus menerus, berarti n(A)=n maka P(A) = $\frac{n}{n}$ = 1. Sehingga peluangnya = 1

Kesimpulannya adalah bahwa

1. P(Φ)=0 dan P(S)=1
2. nilai P(A) terletak diantara nol dan satu, atau ditulis $0 \leq P(A) \leq 1$.

Contoh 3.1

Dalam sebuah kantong berisi 3 kelereng merah, 4 kelereng putih dan 2 kelereng biru. Secara acak diambil sebuah kelereng dalam dalam kantong. Berapa peluang

a. terambil kelereng merah?
b. terambil kelereng putih?

penyelesaian.

Dalam kantong berisi 3 kelereng merah, 4 kelereng putih dan 2 kelereng biru, jadi ada 9 kelereng, Jika diambil sebuah kelereng maka ada 9 kelereng yang mempuyai kesepatan yang sama untuk terambi, maka n=9.

a. Misalkan M kejadian terambil kelereng merah, maka M= {m1,m2,m3} dengan m1 kelereng merah pertama dan seterusnya sehingga n(M) = 3. Jadi P(M) = $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

b. Misalkan K kejadian terambil kelereng putih, maka P={p1, p2, p3, p4 } sehingga P(K) = $\frac{4}{9}$

Contoh 3.2

Sebuah kotak berisi 4 bola kecil berwarna merah dan 3 berwarna putih. Dari kotak tersebut dipilih secara acak 4 buah bola. Tentukan peluang terambilnya 1 bola merah dan 3 bola putih!

Penyelesaian.

Misalkan A kejadian terambilnya 1 bola merah dan 3 bola putih, maka banyaknya titik sampel dalam A ada $4C_1.3C_3 = 4$, atau n(A) = 4.

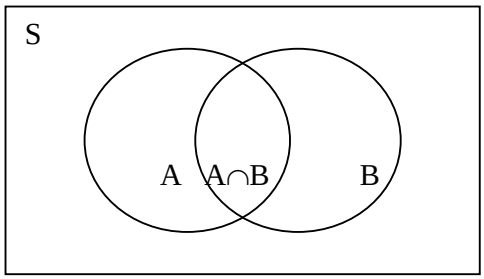
Banyaknya titik sampel dalam S = $7C_4 = 35$. Karena semua titik sampel berkesempatan sama untuk terjadi , maka P(A) = 4/35.

b. Beberapa Hukum Peluang

Bila A dan B dua kejadian sembarang, maka $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

Bukti.

Perhatikan diagram Venn pada ganbar 3.1, $P(A \cup B)$ adalah bobot titik sampel dalam $A \cup B$. $P(A) + P(B)$ menyatakan bahwa jumlah semua bobot dalam A dan semua bobot dalam B. Jadi bobot $A \cap B$ telah dijumlahkan dua kali. Karena bobot semua titik dalam $A \cap B$ adalah $P(A \cap B)$ maka peluang ini harus dikurangkan satu kali untuk mendapatkan jumlah bobot dalam $A \cup B$, yaitu $P(A \cup B)$.



Contoh 3.3

Sebuah mata uang dilempar dua kali, berapa peluang munculnya paling sedikit satu sisi angka atau dua sisi angka?.

Penyelesaian

Banyaknya hasil yang mungkin pada percobaan diatas ada 4 yaitu AA,AG,GA, GG sehingga n=4. Misalkan B kejadian munculnya satu sisi angka maka B={AA, AG, GA}, misalkan C kejadian munculnya dua sisi angka maka C ={AA}, sehingga $B \cap C$= {AA}. Jadi

$P(B \cup C) = P(B) + P(C) - P(B \cap C)$

$$= \frac{3}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

Akibat 1.

Bila A dan B kejadian yang saling lepas (terpisah),
maka $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Akibat 1 dapat diturunkan langsung dari teorema 3.1, karena bila A dan B saling lepas maka $A \cap B = \varnothing$ sehingga $P(A \cap B) = P(\varnothing) = 0$.

Contoh. 3.4

Peluang seorang mahasiswa lulus matematika 2/3, dan peluangnya lulus biologi 4/9. Bila peluang lulus paling sedikit satu mata kuliah 4/5 berapakah peluangnya lulus dalam kedua mata kuliah?

Penyelesaian.

Misalkan M menyatakan kejadian lulus matematika dan B kejadian lulus biologi maka menurut teorema 3.1

$$P(M \cap B) = P(M) + P(B) - P(M \cup B)$$

$$= \frac{2}{3} + \frac{4}{9} - \frac{4}{5}$$

$$= \frac{14}{45}$$

Bila A dan A' kejadian yang saling berkomplemen, maka $P(A') = 1 - P(A)$.

Bukti.

Karena $A \cup A' = S$ dan $A \cap A' = \varnothing$ maka

$$1 = P(S)$$

$$= P(A \cup A')$$

$$= P(A) + P(A')$$

sehingga $P(A') = 1 - P(A)$.

c. Kejadian Saling Bebas

Kejadian A dan B dikatakan saling bebas jika dan hanya jika
$P(A).P(B) = P(A \cap B)$.

Kebalikan kejadian yang saling bebas adalah tidak bebas atau saling tergantung, yaitu jika kejadian A dipengaruhi oleh kejadian B dan

sebaliknya maka kejadian. Sebagai contoh pada pecobaan mengambil dua kartu berturut-turut dari seperangkat kartu bridge (*kartu remi*), yaitu kartu pertama diambil tidak dikembalikan, kemudian mengambil sebuah kartu lagi dari tumpukan kartu tersebut, maka kedua pengambilan tersebut merupakan kejadian yang tidak bebas, sebab hasil pengambilan kedua dipengaruhi oleh pengambilan pertama.

Contoh 3.5

Dua duah dadu bersisi enam satu merah dan satu biru dilempar bersama-sama. Jika A kejadian munculnya mata dadu 5 pada dadu merah dan B munculnya mata dadu 4 pada dadu biru, serta C munculnya kedua mata dadu berjumlah 8, periksa pakah A dan B bebas, A dan C bebas.

Penyelesaian.

Ruang sampel dari percobaan diatas dapat ditulis S= {(1,1) , (1,2), (1,3), ...(6,6)}

Kejadian A = {(5,1) , (5,2) , (5,3),(5,4), (5,5), (5,6) }

Kejadian B = {(1.4), (2,4) , (3,4) , (4,4), (5,5) , (6,4) }

Kejadian C = {(2,6) , (3,5) , (4,4) , (5,3), (6,2)}

P(A) =1/6, P(B) = 1/6 , P(C) = 5/36

$A \cap B$ = {(5,4)} ; $P(A \cap B)$ = 1/36

$A \cap C$ = {(5,3)} ; $P(A \cap C)$ = 1/36

Ternyata $P(A \cap B) = P(A).\ P(B)$ dan $P(A \cap C) \neq P(A).P(C)$, sehingga kejadian A dan B bebas, sedangkan kejadian Adan C tidak bebas (tergantung).

Latihan 3.1

1. Suatu percobaan melempar 3 uang logam bersama-sama satu kali.

a. Tentukan ruang sampel percobaan.

b. Tentukan peluang terjadinya ketiganya muncul sisi gambar.

c. Tentukan peluang terjadinya paling sedikit muncul dua sisi angka .

2. Sebuah kotak berisi 3 kelereng merah, 4 kelereng putih, dan 2 kelereng hijau. Dua buah bola diambil sekaligus dari dalam kotak. Hitung peluang :

a. terambilnya satu kelereng merah dan satu kelereng hijau

b. terambilnya keduanya kelereng putih.

3. Sebuah keluarga muda merencanakan mempunyai 3 orang anak. Tentukan peluang keluarga tersebut mempunyai:

a. Anak sulung laki-laki

b. Anak bungsu perempuan

c. Sekurang-kurangnya 1 anak laki-laki

d. Paling banyak satu anak perempuan.

4. Dalam perkumpulan arisan akan diundi sebuah gulungan untuk menentukan yang mendapat arisan dari 100 gulungan kertas kecil-kecil yang memuat nama-nama anggota arisan tersebut dan dimasukkan kedalam botol. Jika Fredi anggota arisan tersebut

a. berapa peluangya dia mendapat arisan yang pertama?

b. berapa peluangya dia mendapat arisan yang kedua?

5. Dijual 100 lembar undian, 2 diantaranya berhadiah. Tamara membeli 2 lembar undian. Berapa peluang Tamara mendapat

a. satu hadiah

b. dua hadiah.

6. Suatu perkumpulan beranggotakan 12 orang pria dan 8 orang wanita. Dari kelompok tersebut dibentuk suatu panitia yang terdiri dari 5 orang secara acak. Tentukan peluang panitia tersebut terdiri dari :

a. 3 pria dan 2 wanita

b. paling sedikit terdapat 3 orang pria

b. orang-orang yang berjenis kelamin sama.

7. Lima lampu pijar yang rusak tercampur dengan sepuluh buah lampu yang baik. Karyawan perusahaan diintruksikan mencari kembali lampu yang rusak tersebut. Jika karyawan tsb secara acak mengambil 3 buah lampu dari kumpulan lampu tsb, berapa probabilitas :

a. tidak satupun dari ketiga lampu yang diambil lampu yang rusak.
b. satu saja yang rusak
c. paling sedikit satu lampu rusak.

8. Dari soal nomor 1 periksa apakah kejadian pada b) dan c) bebas

9. Dari soal nomor 3 periksa apakah kejadian pada a) dan b), b) dan c) serta c) dan d) bebas.

10. Jika P(A)=0,6 dan P(B) = 0,4 dan $P(A \cup B)$=0,8 periksa apakah A dan B

a. saling lepas
b. saling bebas.

11. Suatu kelas terdiri atas 10 siswa putra dan 20 putri, dengan 5 putra dan 10 putri berkacamata. Berapa peluang bahwa seorang siswa yang terpilih secara acak adalah putra dan berkacamata?

12. Suatu kantong berisi empat bola putih dan tiga bola hitam, sedangkan kantong kedua berisi 3 bola putih dan 5 bola hitam. Suatu bola diambil dari kantong pertama tanpa melihatnya dan kemudian dimasukkan ke kantong kedua. Berapa sekarang peluang mengambil sebuah bola hitam dari kantong kedua?

13. Sebuah kotak berisi 5 bola hitan dan 3 bola putih. 3 bola diambil secara berurutan, tiap bola dikembalikan ke kotak sebelum bola berikutnya diambil. Berapa peluang ketiga bola itu berwarna sama? Berapa peluang kedua warna terambil?

14. Andi, Bambang, dan Cecep bermain kelereng. Peluang Andi memenangkan permainan sama besar dengan peluang Bambang

memenangkan permainan, sedangkan peluang Bambang memenangkan permainan sama dengan dua kali peluang Cecep memenangkan permainan. Tentukan peluang Andi, Bambang dan Cecep memenangkan permainan.

15. Dalam undian di suatu toko swalayan tersedia 100 kupon kosong, 5 kupon berhadiah Rp. 2.000.000,- dan 3 kupon berhadiah Rp.3.000.000,- .Jika seseorang membeli 4 kupon

a. tentukan peluang seseorang mendapat hadiah Rp. 4.000.000,-

b. tentukan peluang seseorang mendapat hadiah Rp. 6.000.000,-.

16. Jika A dan B saling lepas dengan P(A)= 0,4 dan P(B)=0,5 hitunglah

a. $P(A' \cap B)$ b. $P(A')$ c. $P(A \cup B)$.

17. Peluang Joni mendapat jodoh 5 tahun lagi 0,6, dan peluang Mince mendapat jodoh 5 tahun lagi adalah 0,9. Berapakah peluang keduanya akan mendapat jodoh dalam 5 tahun ?.

2. Peluang Bersyarat

Pada beberapa hal, kejadian B sering dipengaruhi oleh kejadian A. Peluang terjadinya B bila diketahui kejadian A telah terjadi disebut peluang bersyarat dan dinyatakan dengan $P(B|A)$. Lambang $P(B|A)$ biasanya dibaca ‘peluang B terjadi bila diketahui A terjadi atau lebih sederhana lagi ‘peluang B, bila A diketahui’.

Definisi 4.1

Peluang bersyarat B dengan dengan diketahui A ditentukan oleh

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad \text{bila } P(A) > 0$$

Contoh 4.1

Misalkan ruang sampel S menyatakan orang dewasa yang tamat SMU di kecamatan Sukamadu. Mereka dikelompokkan menurut jenis kelamin dan status pekerjaan

	Bekerja	Tidak bekerja
Laki-laki	460	40
Wanita	140	260

Kecamatan tersebut akan dijadikan daerah Pariwisata dan seseorang akan dipilih secara acak untuk mempromosikan ke Luar Negeri. Tentukanlah peluang yang terpilih adalah laki – laki jika diketahui telah bekerja.

Penyelesaian.

Misalkan A : kejadian yang terpilih laki-laki

B : kejadian yang terpilih dalam status bekerja.

Dengan menggunakan ruang sampel B yang diperkecil diperoleh

P(A/B) = 460/600 = 23/30.

Dengan menggunakan definisi peluang bersyarat maka

P(B) = $\frac{n(B)}{n(S)} = \frac{600}{900} = \frac{2}{3}$

P(A$\cap$B)= $\frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{460}{900} = \frac{23}{45}$, sehingga

P(A$|$B) = $\frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{23/45}{2/3} = \frac{23}{30}$.

Contoh 4.2

Diantara 10 orang laki-laki dan 10 orang wanita 2 orang laki-laki dan 3 wanita yang buta warna. Jika dipilih secara acak seorang yang buta warna, tentukan peluang yang terpilih adalah laki-laki.

Penyelesian..

Pertanyaan diatas dapat ditulis kembali dengan kalimat ‘ tentukan peluang terpilih laki-laki dengan syarat buta warna’.

Misalkan A adalah kejadian terpilih laki-laki

B adalah kejadian terpilih wanita

C adalah kejadian terpilih buta warna

Maka $P(A \cap C) = \frac{n(A \cap C)}{n(S)} = \frac{2}{20}$

$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{5}{20}$, sehingga

P(A | C) = $\frac{P(A \cap C)}{P(C)} = \frac{2/20}{5/20} = \frac{2}{5}$

Dari definisi peluang bersyarat P(B | A) = $\frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ maka didapat akibat berikut.

Akibat 4.1

P(A∩B)=P(A) P(B | A)

Untuk melukiskan penggunaan akibat 2.1 , misalkan kita mempunyai kotak berisi 20 sekering, lima diantaranya cacat. Bila dua sekering dikeluarkan dari kotak satu demi satu secara acak (tanpa pengembalian) berapakah peluang kedua sekering itu cacat ? Untuk menjawab pertanyaan ini misalkan A kejadian sekering pertama cacat dan B kejadian yang kedua cacat, kemudian A∩B sebagai kejadian bahwa A terjadi kemudian B terjadi bila A terjadi. Peluang mengeluarkan sekering yang cacat yang pertama adalah ¼ dan kemudian mengeluarkan sekering kedua yang cacat dari sisa yang tinggal sebanyak 4 adalah 4/19. Jadi P(A∩B) = ¼ .4/19 = 1/9.

Contoh 4. 3

Dari seperangkat kartu bridge diambil satu kartu secara berturut-turut sebanyak dua kali. Tentukan peluang pengambilan pertama As dan pengambilan kedua King.

Penyelesaian..

Misalkan A: kejadian pertama (terambil kartu As)

B: kejadian kedua (terambil kartu King)

Maka P(A) = 4/52 dan P(B│A)=4/51 (karena satu kartu telah terambil).

Jadi P(A∩B)=P(A) P(B│A) = 4/52. 4/51 = 4/663.

Contoh 4.4

Susunan murid di kelas I SD Margobiso adalah sebagai berikut.

5 anak adalah putra petani

6 anak adalah putra Guru

4 anak adalah putra TNI

7 anak adalah putra wiraswasta

Dipilih secara acak 3 murid di kelas tersebut. Berapa peluang bahwa ke 3 murid yang terpilih semua putra Guru, jika dikehui paling sedikit 2 murid putra guru terpilih.

Penyelesaian.

Misalkan A: kejadian 3 murid yang terpilih putra guru.

B: kejadian paling sedikit 2 murid yang terpilih putra guru.

Karena A⊂B maka A∩B=A sehingga P(A│B) = $\frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ = $\frac{P(A)}{P(B)}$,

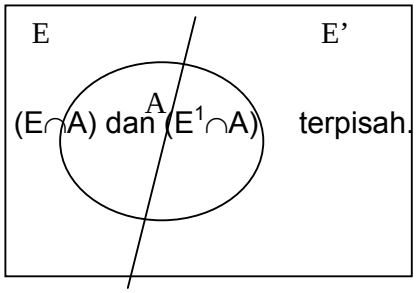
dan

P(A) = $\frac{{}_6C_3}{{}_{22}C_3} = \frac{1}{77}$, P(B) = $\frac{{}_6C_2 \cdot {}_{16}C_1}{{}_{22}C_3} + \frac{{}_6C_3 \;\; {}_6C_{01}}{{}_{22}C_3}$ = $\frac{3}{77} + \frac{6}{77} = \frac{9}{77}$

Sehingga P(A│B)= $\frac{1/77}{9/77} = \frac{1}{9}$

3. Aturan Bayes

Perhatikan diagram Venn berikut.



$(E \cap A)$ dan $(E^1 \cap A)$ terpisah.

Maka $A = (E \cap A) \cup (E^1 \cap A)$ dengan

Sehingga $P(A) = P[(E \cap A) \cup (E^1 \cap A)]$

$= P(E \cap A) + P(E^1 \cap A)$

dari $P(B|A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)}$ dan $P(A) = P(E \cap A) + P(E^1 \cap A)$, maka

$P(B|A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(E \cap A) + P(E^1 \cap A)}$, dari $P(A|B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$ maka

$P(A \cap B) = P(B)\ P(A|B)$ dan $P(E \cap A) = P(E)\ P(A|E)$ serta $P(E' \cap A) = P(E')\ P(A|E')$ sehingga $P(B|A) =$

$$\frac{P(B)P(A|B)}{P(E)P(A|E) + P(E')P(A|E')}$$

Bentuk terakhir ini yang disebut aturan Bayes yang secara umum dirumuskan dalam teorema berikut.

Teorema (Aturan Bayes).

Jika kejadian-kejadian $B_1, B_2, B_3, \ldots, B_k$ adalah partisi dari ruang sampel S dengan $P(B_i) \neq 0$, I = 1.2,3,..,k maka untuk setiap kejadian A dalam S dengan $P(A) \neq 0$ berlaku $P(B_i|A) =$

$$\frac{P(B_i \cap A)}{\sum_{i=1}^{k} P(B_i \cap A)} = \frac{P(B_i).P(A|B_i)}{\sum_{i=1}^{k} P(B_i).P(A|B_i)}$$

Contoh 4.5

Jurusan matematikaFMIPA UNNES ingin menyewa Bus dari 3 perusahaan , yaitu 60% bus Jawa Indah, 30% bus Nusantara, dan

10% bus Kramat Jati. Diketahui juga 9% bus Jawa Indah tidak berAC, 20% bus Nusantara tidak berAC, dan 6% bus Kramat Jati tidak berAC. Jika sebuah Bus yang disewa dan ternyata tidak berAC, hitung peluang yang disewa adalah bus Jawa Indah.

Penyelesaian.

Misalkan J : kejadian yang terambil adalah bus Jawa Indah

N : kejadian yang terambil adalah bus Nusantara

K : kejadian yang terambil adalah bus Kramat Jati

Maka $P(J|A) = \dfrac{P(J)P(A|J)}{P(J)P(A|J)+P(N)P(A|N)+P(K)P(A|K)}$

$= \dfrac{60\%.9\%}{60\%.9\%+30\%.20\%+10\%.6\%}$

= 0,45

Contoh 4.6

Tiga mata uang U1,U2,U3 dimasukkan dalam sebuah kotak. Diketahui jika uang dilempar satu kali maka peluang mendapat gambar untuk mata uang U1 adalah 0,4 dan peluang mendapat gambar untuk uang U2 adalah 0,5

peluang mendapat gambar untuk uang U3 adalah 0,6. Dari kotak tersebut diambil sebuah mata uang secara acak, dan dilempar 2x. Jika hasilnya adalah semua gambar, tentuka peluang yang terambil adalah mata uang yang seimbang.

Penyelesian.

P(G) = 0,4 untuk mata uang U1

P(G) = 0,5 untuk mata uang U2

P(G) = 0,6 untuk mata uang U3

Misalkan A : kejadian mendapat G dalam 2 lemparan , maka

$P(A|U1)$ =0,4 . 0,4 (peluang mendapat GG dari uang U1)

$P(A|U2)$ =0,5 . 0,5 (peluang mendapat GG dari uang U2)

P(A | U3) =0,6 . 0,6 (peluang mendapat GG dari uang U3)

Sehingga

$$P(U2 \mid A) = \frac{P(U2).P(A|U2)}{P(U1).P(A|U1) + P(U2).P(A|U2) + P(U3).P(A|U3)}$$

$$= \frac{\frac{1}{3}(0,5)(0,5)}{\frac{1}{3}(0,4)(0,4) + \frac{1}{3}(0,5)(0,5) + \frac{1}{3}(0,6)(0,6)}$$

= 0,262.

C. Latihan

1. Dua dadu dilantunkan. Bila diketahui bahwa dadu pertama memunculkan 4 berapakah peluang bahwa
   a. yang kedua muncul 5?
   b. jumlah keduanya lebih besar dari 7?
   c. jumlah keduamya kurang dari 10?
2. Sebuah mata uang dan sebuah dadu dilantunkan bersama-sama. Bila diketahui mata uang muncul angka , berapa peluang bahwa
   a. munculnya mata dadu prima?
   b. munculnya angka dan mata dadu 4?
3. Peluang seorang laki-laki yang telah kawin menonton suatu film seri di TV adalah 0,4 dan peluang seorang wanita yang telah kawin menonton film yang sama 0,5. Peluang seorang laki-laki menonton film tersebut bila istrinya menonton adalah 0,7. Hitunglah
   a. peluang sepasang suami istri menonton film tersebut.
   b. Peluang seorang istri menonton film tersebut bila suaminya menonton.
   c. Peluang paling sedikit seorang dari pasangan suami istri menonton film tersebut.

4. Seorang kontraktor sedang menyelesaikan perbaikan jalan. Pekerjaaan itu dapat tertunda jika ada pemogokan para pekerja. Peluang terjadi pemogokan 0,6, peluang pekerjaan selesai tepat waktunya tanpa pemogokan 0,85 dan peluang pekerjaan selesai tepat waktu jika ada pemogolan 0,35. Tentukan peluang pekerjaan itu selesai tepat pada waktunya.
5. Dalam sebuah keranjang ada 20 butir telor rebus, 12 butir diantaranya adalah telor itik, sisanya telor ayam. Dari ke 20 telor itu 4 telor itik dan 3 telor ayam dibuat asin. Sebutir telor diambil secara acak dari keranjang tersebut. Berapa peluang mendapat telor ayam yang asin?
6. Misalkan terdapat 2 kotak A dan B.

   Kotak A berisi 9 kartu bernomor 1 sampai dengan 9 dan

   Kotak B berisi 5 kartu bernomor 1 sampai dengan 5.

   Sebuah kotak dipilih secara acak dan sebuah kartu diambil. Jika kartu yang terambil bernomor genap, berapakah peluang bahwa kartu tersebut berasal dari kotak A?
7. Tiga anggota koperasi dicalonkan menjadi ketua. Peluang Pak Ali terpilih 0,3 , peluang Pak Bambang terpilih 0,5 , sedangkan peluang Pak Cecep terpilih 0,2. Jika Pak Ali yang terpilih maka peluang kenaikkan iuran koperasi adalah 0,8. Bila Pak Bambang atau Pak Cecep yang terpilih maka peluang kenaikkan iuran masing-masing adalah 0,1 dam 0,4. Bila seseorang merencanakan masuk menjadi anggota koperasi tersebut tapi menundanya beberapa minggu dan kemudian mengetahui bahwa iuran telah naik, berapakah peluang Pak Cecep terpilih jadi ketua ?
8. Seorang pegawai Bank mempunyai dua mobil, satu sedan dan satu kijang. Ntuk pergi bekerja dia menggunakan sedan 75% dan kijang 25%. Bila dia menggunakan sedan biasanya tiba kembali di rumah pukul 17.30 sebanyak 75%, sedangkan bila menggunakan kijang dia

tiba pukul 17.30 sebanyak 60%. Bila dia tiba dirumah pukul 17.30, berapakah peluangnya dia memakai sedan ?

9. Misalkan bola berwarna terbagi dalam tiga kotak yang sama sebagaii berikut .

	Kotak 1	kotak 2	kotak 3
Merah	2	4	3
Putih	**3**	**1**	**4**
Hitam	**5**	**5**	**3**

Satu kotak dipilih secara acak dan dari dalamnya diambil sebuah bola secara acak dan ternyata berwarna merah. Berapakah peluang kotak 3 yang terambil ?

D. Rangkuman

Definisi Peluang Klasik

Jika suatu percobaan menghasilkan n hasil yang tidak mungkin terjadi bersama-sama dam masing-masing mempunyai kesempatan yang sama untuk terjadi, maka peluang suatu kejadian A ditulisP(A) = $\frac{n(A)}{n}$, dimana n(A) adalah banyaknya hasil dalam kejadian A.

Bila A dan B dua kejadian sembarang, maka

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

Bila A dan B kejadian yang saling lepas (terpisah),

maka $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Bila A dan A' kejadian yang saling berkomplemen, maka $P(A') = 1 - P(A)$.

Kejadian A dan B dikatakan saling bebas jika dan hanya jika

$P(A).P(B) = P(A \cap B)$.

Peluang bersyarat B dengan diketahui A ditentukan oleh

$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ bila $P(A) > 0$. Akibatnya $P(A \cap B) = P(A)\,P(B|A)$.

Mencari peluang bersyarat bisa dengan aturan Bayes, yaitu jika kejadian-kejadian B_1, B_2, B_3, …, B_k adalah partisi dari ruang sampel S dengan $P(B_i) \neq 0$, I = 1.2,3,..,k maka untuk setiap kejadian A dalam S dengan $P(A) \neq 0$ berlaku $P(B_i | A) = \dfrac{P(B_i \cap A)}{\sum_{i=1}^{k} P(B_i \cap A)} = \dfrac{P(B_i).P(A|B_i)}{\sum_{i=1}^{k} P(B_i).P(A|B_i)}$

E. Tes Formatif 3

Tes Obyektif

1. Sebuah kotak berisi 3 kelereng merah, 4 kelereng putih, dan 2 kelereng hijau. Dua buah bola diambil sekaligus dari dalam kotak. Peluang terambilnya satu kelereng merah dan satu kelereng hijau adalah…

   a. $\frac{2}{27}$ b. $\frac{1}{6}$ c. $\frac{2}{9}$ d. $\frac{1}{3}$

2. Sebuah keluarga muda merencanakan mempunyai 3 orang anak. Peluang keluarga tersebut mempunyai anak sulung laki-laki adalah….

   a. $\frac{1}{8}$ b. $\frac{1}{4}$ c. $\frac{1}{3}$ d. $\frac{1}{2}$

3. Dijual 100 lembar undian, 2 diantaranya berhadiah. Tamara membeli 2 lembar undian. Berapa peluang Tamara mendapat satu hadiah

   a. $\frac{2}{2475}$ b. $\frac{1}{100}$ c. $\frac{1}{99}$ d. $\frac{98}{2475}$

4. Lima lampu pijar yang rusak tercampur dengan sepuluh buah lampu yang baik. Karyawan perusahaan diintruksikan mencari kembali lampu yang rusak tersebut. Jika karyawan tersebut secara acak mengambil 3 buah lampu dari kumpulan lampu tersebut, berapa peluang tidak satupun dari ketiga lampu yang diambil lampu yang rusak.

   a. $\frac{24}{91}$ b. $\frac{12}{455}$ c. $\frac{12}{91}$ d. $\frac{140}{455}$

5. Jika A dan B saling lepas dengan P(A)= 0,4 dan P(B)=0,5 hitunglah $P(A' \cap B)$

   a. 0,2 b. 0,4 c. 0,5 d. 0,9

6. Peluang Joni mendapat jodoh 5 tahun lagi 0,6, dan peluang Mince mendapat jodoh 5 tahun lagi adalah 0,9. Berapakah peluang keduanya akan mendapat jodoh dalam 5 tahun ?

   a. 0,3 b. 0,56 c. 0,6 d. 0,66

7. Dua dadu dilantunkan. Bila diketahui bahwa dadu pertama memunculkan 4 berapakah peluang bahwa yang kedua muncul 5?

   a. $\frac{1}{6}$ b. $\frac{5}{36}$ c. 0,46 d. 0,36

8. Peluang seorang laki-laki yang telah kawin menonton suatu film seri di TV adalah 0,4 dan peluang seorang wanita yang telah kawin menonton film yang sama 0,5. Peluang seorang laki-laki menonton film tersebut bila istrinya menonton adalah 0,7. Hitunglah peluang sepasang suami istri menonton film tersebut.

   a. 0,2 b. 0,28 c. 0,35 d. 0,9

9. Dalam sebuah keranjang ada 20 butir telor rebus, 12 butir diantaranya adalah telor itik, sisanya telor ayam. Dari ke 20 telor itu 4 telor itik dan 3 telor ayam dibuat asin. Sebutir telor diambil secara acak dari keranjang tersebut. Berapa peluang mendapat telor ayam yang asin?

   a. 2/5 b. 1/5 c. 3/5 d. 3/20

10. Sebuah kotak berisi 5 bola hitam dan 3 bola putih. 3 bola diambil secara berurutan, tiap bola dikembalikan ke kotak sebelum bola berikutnya diambil. Berapa peluang ketiga bola itu berwarna sama?

    a. 152/512 b. 125/512 c. 155/512 d. 155/521

Tes Uraian.

1. Jika P(A)=0,6 dan P(B) = 0,4 dan $P(A \cup B)$=0,8 periksa apakah A dan B
   a. saling bebas.
   b. Saling lepas.
2. Tiga anggota koperasi dicalonkan menjadi ketua. Peluang Pak Ali terpilih 0,3 , peluang Pak Bambang terpilih 0,5 , sedangkan peluang Pak Cecep terpilih 0,2. Jika Pak Ali yang terpilih maka peluang

kenaikkan iuran koperasi adalah 0,8. Bila Pak Bambang atau Pak Cecep yang terpilih maka peluang kenaikkan iuran masing-masing adalah 0,1 dam 0,4. Bila seseorang merencanakan masuk menjadi anggota koperasi tersebut tapi menundanya beberapa minggu dan kemudian mengetahui bahwa iuran telah naik, berapakah peluang Pak Cecep terpilih jadi ketua ?

KUNCI JAWABAN TES FORMATIF 1

Tes obyektif

1. a
2. a
3. a
4. d
5. b
6. c
7. c
8. b
9. d
10. d

Tes Uraian

NILAI UJIAN	f_i	x_i	c_i	f_ic_i
31 – 40	1	35,5	-4	-4
41 – 50	2	45,5	-3	-6
51 – 60	5	55,5	-2	-10
61 – 70	15	65,5	-1	-15
71 – 80	25	75,5	0	0
81 – 90	20	85,5	1	20
91 – 100	12	95,5	2	24
Jumlah	80	-	-	9

1. x_0 =75,5 (skor 1)

   p=10 (skor 1)

   $\sum f_i c_i$ =9 (skor 1)

$\sum f_i$ =80 (skor 1)

$\bar{x} = 75{,}5 + 10\left[\frac{9}{80}\right]$ = 76,5 (skor 6)

SKOR 10

2. Kelas modal = kelas kelima (skor 1)
   b = 70,5 (skor 1)
   b_1 = 25 – 15 = 10 (skor 1)
   b_2 = 25 – 20 = 5 (skor 1)
   p = 10 (skor 1)
   $\boldsymbol{Mo} = 70{,}5 + (10)\left(\frac{10}{10+5}\right)$ = 77,17 (skor 5)

SKOR 10

3. kelas median =kelas kelima (skor 1)

   b = 70,5 (skor 1)

   p = 10 (skor 1)

   f = 25 (skor 1)

   F = 1+ 2 + 5 + 15 = 23 (skor 1)

   Me = 70,5 + (10)$\left(\frac{40-23}{25}\right) = 77{,}3$ (skor 5)

SKOR 10

KUNCI JAWABAN TES FORMATIF 2

Tes obyektif

1. d
2. c
3. a
4. b
5. b
6. d
7. a

8. c
9. c
10. d

Tes Uraian

1. banyaknya titik sampel 6C2= 15 (skor 3)

   Ruang sampel S={ m_1m_2, m_1h, m_1p_1, m_1p_2, m_1p_3, m_2h, , m_2p_1, m_2p_2 m_2p_3, hp_1, hp_2, hp_3, p_1p_2, p_1p_3, p_2p_3}. (skor 7)

   skor 10

2. Karena kakek dan nenek harus duduk berdampingan maka kakek dan nenek harus keduanya duduk, sehingga tinggal 3 orang yang akan duduk dalam 2 tempat duduk secara melingkar, sehingga banyaknya cara ada 2.3C2. (2-1)!= 6 (skor 10)

KUNCI JAWABAN TES FORMATIF 3

Tes obyektif

1. b
2. d
3. d
4. a
5. c
6. b
7. a
8. c
9. d
10. a

Kunci Tes uraian

1. a. A dan B saling bebas jika P(A).P(B) =P(A∩B) (skor 2)

   P(A∪B) = P(A)+ P(B) – P(A∩B) (skor 1)

   0,8 = 0,6 + 0,4 - P(A∩B) (skor 1)

$P(A \cap B) = 0,2$ (skor 1)

$P(A).P(B) = 0,6 \,.\, 0,4 = 0,24 \neq 0,2 = P(A \cap B)$ (skor 4)

jadi A dan B tidak saling bebas. (skor 1)

skor 10

b.A dan B kejadian yang saling lepas (terpisah)

jika $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ (skor 2)

$P(A \cup B) = 0,8$ (skor 1)

$P(A) + P(B) = 0,6 + 0,4 = 1$ (skor 1)

Sehingga $P(A \cup B) \neq P(A) + P(B)$. (skor 5)

Jadi A dan B tidak saling lepas. (skor 1)

Skor 10

2. Misalkan

A = Pak Ali terpilih sebagai ketua koperasi.

B = Pak Bambang terpilih sebagai ketua koperasi.

C = Pak Cecep terpilih sebagai ketua koperasi.

N= orang yang terpilih menaikkan iuran koperasi (skor 1)

Berdasarkan aturan Bayes

$$P(C \mid N) = \frac{P(C)P(N|C)}{P(C)P(N|C) + P(A)P(N|C) + P(B)P(N|B)}$$ (skor 3)

$$= \frac{0,2.0,4}{0,2.0,4 + 0,3.0,8 + 0,5.0,1}$$ (skor 5)

$= 0,216$ (skor 1)

Skor 10

DAFTAR PUSTAKA

Bain & Engelhardt (1993). *Introduction to Probability And Mathematical Statistics.* Duxbury Press: California

Boediono dan Wayan Koster (2001). *Teori dan Aplikasi Statistika dan Probabilitas.* Remaja Rosdakarya: Bandung

Frank Aryes (1990). *Matematika Dasar.* Erlangga: Jakarta

Ronald E Walpole & Raymond H Myers (1986). *Ilmu Peluang dan Statistika Untuk Ilmuwan dan Insinyur*. ITB: Bandung

Sudjana (2006). *Metode Statistika*. Tarsito: Bandung

Suryo Guritno (1990). *Pengantar Statistik Matematik*. FMIPA UGM: Yogyakarta

BAB I PENDAHULUAN

A. Deskripsi

Buku ajar ini menyajikan materi-materi pokok untuk dipelajari agar dapat memberi kemampuan pada peserta pelatihan memahami konsep-konsep dan teorema/dalil dalam geometri melalui pendekatan geometrik-deduktif. Lingkup materi bahan ajar ini meliputi konsep-konsep dan teorema-teorema esensial dalam geometri di ruang berdimensi satu (R), geometri di ruang berdimensi dua (R^2), geometri di ruang berdimensi tiga (R^3), serta persamaan-persamaan yang berkaitan dengan obyek-obyek geometri pada R, R^2, dan R^3. Disamping itu, melalui buku ajar ini diharapkan peserta pelatihan dapat meningkatkan keterampilan-keterampilan yang meliputi 1) menerapkan konsep-konsep dan teorema dalam penyelesaian masalah, 2) menggambar/rmelukis bangun datar di R^2, dan menggambar melukis bangun ruang di R^3) melukis irisan bidang dan bangun ruang, serta 4) membuat gambar stereometris bangun ruang bersisi bidang datar.

Agar kemampuan yang diharapkan dapat dicapai oleh peserta, perlu dikembangkan pengalaman belajar antara lain diskusi kelompok, dan penyelesaian tugas kelompok berbantuan program Maple.

B. Prasyarat

Agar peserta pelatihan mudah mempelajari bahan ajar ini diperlukan prasyarat berupa pemahaman konsep-konsep dan teorema dasar yang terdapat dalam aljabar dan geometri dasar antara lain konsep variabel, kalimat terbuka, persamaan, himpunan penyelesaian, teorema Pythagoras, kesebanguan segitiga, kekongruwenan segitiga, dalil de Ceva, dalil Steward.

C. Petunjuk Belajar

Strategi pelatihan adalah heuristik dengan metode tanya-jawab, diskusi kelompok dilanjutkan dengan presentasi kelompok, pemberian tugas, dan pendekatan mengajar yang digunakan adalah deduktif.

Langkah-langkah belajar

1. Tahap Pendahuluan
   - 1.1 Mempersiapkan kondisi mental untuk belajar
   - 1.2 Memahami arti penting/manfaat materi ajar yang akan dipelajari untuk meningkatkan minat belajar agar memperoleh kebermaknaan belajar.
2. Tahap Kegiatan Inti
   - 1.3 Melakukan kegiatan tanya-jawab
   - 1.4 Melakukan kegiatan inkuari/pengamatan
   - 1.5 Melakukan interaksi belajar
   - 1.6 Melakukan diskusi kelompok
   - 1.7 Melakukan presentasi hasil kerja kelompok
3. Tahap Penutup
   - 3.1 Membuat rangkuman
   - 3.2 Menerima tugas terstruktur/ tugas rumah baik yang bersifat individual maupun kelompok.

D. Kompetensi dan Indikator

Setelah peserta pelatihan menyelesaikan seluruh kegiatan belajar dalam buku ajar ini, diharapkan peserta memiliki kompetensi dan indikator sebagai berikut.

Kompetensi

1. Memahami ciri-ciri pokok matematika

2. Memahami pengertian geometri
3. Memahami geometri di ruang berdimensi satu (R)
4. Memahami geometri di ruang berdimensi dua (R^2)
5. Memahami geometri di ruang berdimensi tiga (R^3)

Indikator

01. Dapat menjelaskan ciri-ciri pokok matematika
02. Dapat menjelaskan pengertian geometri
03. Dapat menjelaskan obyek-obyek geometri
04. Dapat menjelaskan persamaan dan pertidaksamaan di R
05. Dapat menjelaskan jarak antara dua titik, dan titik pemisah
06. Dapat menjelaskan persamaan derajad pertama di R^2
07. Dapat menjelaskan sudut antara dua garis
08. Dapat menjelaskan jarak titik terhadap garis
09. Dapat menjelaskan persamaan derajat kedua di R^2
10. Dapat menjelaskan obyek geometri yang berkaitan dengan himpunan penyelesaian persamaan berderajat pertama dengan dua variabel di R^2
11. Dapat menjelaskan obyek geometri yang berkaitan dengan himpunan penyelesaian persamaan berderajat kedua di R^2
12. Dapat melukis obyek geometri di R^2
13. Dapat menjelaskan translasi sumbu
14. Dapat menjelaskan rotasi sumbu
15. Dapat menjelaskan persamaan derajad pertama di R^3
16. Dapat menjelaskan persamaan derajad pertama di R^3
17. Dapat menjelaskan obyek geometri yang berkaitan dengan himpunan penyelesaian persamaan berderajat pertama di R^3
18. Dapat menentukan normal suatu bidang
19. Dapat melukis irisan antara bidang datar dan bangun ruang.

20. Dapat membuat gambar stereometris bangun ruang bersisi datar.
21. Dapat menjelaskan jarak titik ke bidang datar
22 Dapat menjelaskan obyek geometri yang berkaitan dengan himpunan penyelesaian persamaan berderajat kedua di R^3
23. Dapat mengambar obyek geometri bersisi lengkung di R^3
24. Dapat membuat gambar stereometris bangun ruang.

BAB II KEGIATAN BELAJAR 1

A. Kompetensi dan Indikator

a. Kompetensi

1. Memahami ciri-ciri pokok matematika
2. Memahami pengertian geometri
3. Memahami geometri di ruang berdimensi satu (R)

b. Indikator

1.1 Dapat menjelaskan ciri-ciri pokok matematika

1.2 Dapat menjelaskan obyek-obyek matematika

2.1 Dapat menjelaskan pengertian geometri

2.2 Dapat menjelaskan obyek-obyek geometri

3.1 Dapat menjelaskan obyek-obyek geometri di R

3.2 Dapat menjelaskan penyelesaian persamaan di R

3.3. Dapat menjelaskan penyelesaian pertidaksamaan di R

c. Materi Pokok

1. Matematika dan Ciri Pokok Matematika
2. Pengertian Geometr
3. Persamaan dan pertidaksamaan di R
4. Standar Kompetensi dan Kompetensi Dasar Geometri SMA/MA
5. Persoalan Mendasar Pada Pembelajaran Materi Geometri di SMA/MA

B. Uraian Materi

a. Matematika dan Ciri Pokok Matematika

Pada hakekatnya, matematika merupakan sistem aksomatis deduktif formal. Sebagai sistem aksiomatis, matematika memuat komponen-komponen dan aturan komposisi/ pengerjaan yang dapat menjalin hubungan secara funsional antar komponen. Komponen-

komponen dalam sistem matematika dapat dikelompokkan menjadi 2 (dua), yakni kelompok pernyataan dan kelompok pengertian. Di dalam kelompok pernyataan terdapat pernyataan pangkal yang disebut aksioma, Aksioma ini merupakan landasan berpikir matematik. Berdasarkan alasan inilah, matematika merupakan sistem aksiomatik. Herman Hudoyo (1988 : 78) mengemukakan bahwa ” aksioma-aksioma yang digunakan untuk menyusun sistem matematika akan menentukan bentuk sistem matematika itu sendiri.

Matematika sebagai sistem yang deduktif formal, mengandung arti bahwa matematika harus dikembangkan berdasarkan atas pola berpikir/ penalaran deduktif dan setiap prinsip, teorema, sifat, dall dalam matematika harus dibuktikan kebenarannya secara formal berdasarkan kebenaran konsistensi. Jika pernyataan-pernyataan itu telah dibuktikan kebenarannya, maka pernyataan tersebut dapat diterima sebagai komponen sistem matematika. Walaupun kita ketahui bahwa tidak semua prinsip dalam matematika dibentuk atau ditemukan melalui pola pikir deduktif tetapi terdapat prinsip dalam matematika diperoleh melalui pola pikir induktif – empiris. Namun semua prinsip dalam matematika, harus dibuktikan dengan menggunakan penalaran deduktif.

Banyak definisi tentang matematika. Disatu pihak berpendapat bahwa matematika adalah ” ilmu tentang bilangan”, di pihak lain berpendapat bahwa matematika adalah ” ilmu tentang bangun-bangun abstrak”. H.W Fowler berpendapat bahwa ” mathematics is the abstract science of space and number”, Marshaal Walker berpendapat bahwa “ mathematics may be defined as the study of abstract structures and their interrelations”. Dienes dalam Herman Hudoyo (1981 : 144) memandang matematika sebagai studi tentang struktur, pengklasifikasian struktur dang pengkatagorissian hubungan-hubungan di antara struktur.

Berdasarkan definisi-definisi yang diajukan oleh para ahli, dapat ditarik beberapa hal pokok atau ciri pokok yang sama (ciri pokok) matematika. Ciri pokok matematika adalah (1) matematika memiliki obyek kajian abstrak, (2) matematika mendasarkan diri pada kesepakatan, (3) matematika sepenuhnya menggunakan pola pikir deduktif, (4) matematika dijiwai dengan kebenaran konsisten (Soedjadi, 1994 : 1)

b. Pengertian Geometri

Istilah ”geometri” berasal dari bahasa Yunani yang berarti ”ukuran bumi”, maksudnya mencakup segala sesuatu yang ada di bumi. Geometri kuno sebagian besar dimulai dari kegiatan praktis bersifat empiris, berupa pengukuran untuk keperluan pertanian pada orangorang Babylonia dan Mesir. Kemudian berkembang menjadi kegiatan untuk perhitungan panjang ruas garis, luas dan volum. Obyek-obyek geometri berupa obyek-obyek pikiran yang abstrak. Pengertian pangkal dalam geometri adalah titik, sedangkan pengertian-pengertian lainnya dalam geometri dapat dikembangkan dari titik.

Obyek-obyek geometri merupakan bagian dari obyek matematika yang abstrak. Obyek-obyek geometri antara lain titik, garis, sinar garis, ruas garis, sudut, segitiga, jajar-genjang, lingkaran, elllip, parabola, kubus, limas, tabung, bola, elipsoida, hiperboloida, hiper paraboloida, dan masih banyak obyek geometri yang lain. Obyek-obyek geometri di ruang berdimensi satu (R), antara lain dapat berupa titik, ruas garis, sinar garis.

Seperti halnya, cabang matematika lainnya, geometri merupakan sistem aksiomatik-deduktif yang sangat ketat, dan mengalami perkembangan yang sangat pesat. Namun untuk keperluan pembelajaran, geometri dapat diajarkan dengan pendekatan kontekstual, pendekatan empiris – induktif, dan pendekatan informal. Pada jenjang pendidikan

yang lebih tinggi, perlu dilakukan pendekatan deduktif aksiomatis untuk membuktikan dalil-dalil geometri sehingga dapat mempertajam penalaran deduktif. Disamping geometri Euclides, berkembang pula geometri elliptik, geometri hiperbolik, geometri fraktal, dan mungkin masih ada geometri lain yang akan/sedang dikembangkan. Pada kegiatan pelatihan ini, pembahasan lebih tertuju pada Geometri Euclides pada ruang dimensi satu (R), ruang dimensi dua (R^2) , ruang dimensi tiga (R^3). Sedangkan pembahasan pada ruang dimensi n (R^n) akan diberikan pada kesempatan lain untuk menambah wawasan peserta PLPG sebagai guru matematika SMA /MA.

c. Persamaan dan Pertidaksamaan di R

Persamaan adalah kalimat terbuka yang menyatakan ungkapan ”sama dengan”, sedangkan pertidaksamaan adalah kalimat terbuka yang menyatakan ungkapan ” tidak sama”. Secara umum, persamaan/ pertidaksamaan dengan satu variabel dapat dinyatakan dalam bentuk $ax + b = 0$, $ax + b > 0$, $ax + b < 0$, dengan a, b merupakan bilangan real dan a tidak sama dengan nol. Persamaan/pertidaksamaan dalam bentuk seperti iini disebut *persamaan/pertidaksamaan berderajat pertama dengan satu variabel. A solution of an equation or inequality in one variabel is a number such that a true statement results if the number is substituted for the variable* (Charles C Carico, 1980 : 2). Sedangkan grafik dari himpunan penyelesaian (HP) dari persamaan/pertidaksamaan berderajat pertama dengan satu variabel, merupakan obyek geometri yang antara lain dapat berupa titik, ruas garis, sinar garis.

Contoh :

Persamaan $2x – 4 = 0$. grafik HPnya berupa titik.

1. Persamaan $–3x – 10 = 0$, grafik HPnya berupa titik.
2. Pertidaksamaan $2x + 6 \geq 10$, grafik HPnya berupa sinar garis.

3. Interval tutup-tutup (pertidaksamaan) $2 \leq x \leq 4$, grafik HPnya berupa ruas garis

d. Standar Kompetensi Dan Kompetensi Dasar Aspek Geometri Pada Jenjang Pendidikan SMA/MA.

Peserta pelatihan sebagai guru matematika SMA/MA, sekurang-kurangnya harus memiliki kemampuan untuk mengajarkan konsep-konsep dan teorema yang berkaitan dengan kompetensi dasar pembelajaran geometri di SMA/MA. Berikut ini akan dikemukakan standar kompetensi dan kompetensi Dasar – Aspek Geometri SMA/MA

Standar Kompetensi

Menentukan kedudukan, jarak, besar sudut yang melibatkan titik, garis, dan bidang dalam ruang dimensi tiga.

Kompetensi Dasar

1. Menentukan kedudukan titik, garis, dan bidang dalam ruang dimensi tiga.
2. Menentukan jarak dari titik ke garis dan dari titik ke bidang dalam ruang dimensi tiga.
3. Menentukan besar sudut antara garis dan bidang dan antara dua bidang dalam ruang dimensi tiga.

e. Persoalan-Persoalan Mendasar Pada Pembelajaran Materi Geometri

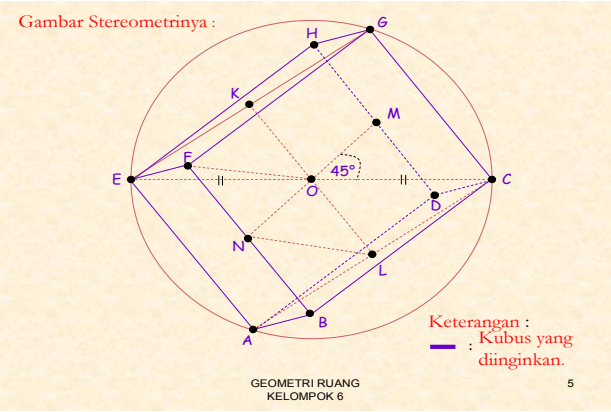
1. Pemahaman tentang konsep-kosep dasar geometri.
   a. Sudut sebagai himpunan titik-titik.
   b. Segitiga sebagai himpunan titik-titik.
   c. Jajar-genjang sebagai himpunan titik-titik.
   d. Kubus sebagai himpunan titik-titik
2. Pemahaman tentang relasi antara obyek-obyek geometri.
   a. Relasi antara titik dan lingkaran

b. Relasi antara garis dan garis.
c. Relasi antara garis dan kubus

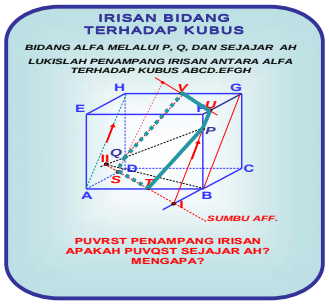
3. Pemahaman tentang operasi antara obyek-obyek geometri.
   a. Operasi antara garis dan garis
   b. Operasi antara garis dan garis lengkung (kurva).
   c. Operasi antara kurva dan kurva.
   d. Operasi antara garis dan kubus
4. Mencampur-aduk antara obyek geometri dan obyek fisik. Perhatikan kerancuan pernyataan-pernyataan berikut ini.
   a. Kubus memiliki 8 buah pojok.
   b. Keliling lingkaran 154 m.
   c. Luas persegi panjang 2 m^2.
   d. Titik-titik A, B, dan C tak segaris. Ruas garis AB sama dengan ruas garis BC.
   e. Memindahkan titik 5 satuan ke kanan, 3 satuan ke atas.
5. Mencampur-aduk antara obyek geometri dan obyek aljabar
   Perhatikan kerancuan pernyataan-pernyataan berikut ini.
   a. $y = 2x + 3$, dengan $x, y \in R$, merupakan garis lurus.
   b. $y = 2x + 5$ dan $2y – 4x + 10 = 0$, merupakan 2 garis sejajar.
   c. (2,3) merupakan titik yang tak terletak pada $y^2 = 4x$.
6. Mencampur-aduk antara relasi obyek geometri dan obyek fisik
   a. Titik P berada di sebelah kanan garis l.
   b. Titik Q berada di luar lingkaran.
   c. Parabola $y = 2x^2 – 4$, membuka ke atas.
7. Mencampur-aduk antara relasi obyek geometri dan relasi obyek aljabar.
   a. Titik P(2,3) memenuhi persamaan $y = 2x – 1$.
   b. (3,4) tak terletak pada persamaan $y = 2x$.
   c. $y = 2x + 5$ memotong $y = -x + 4$.

f. Topik-Topik Terpilih Sebagai Bahan Diskusi Kelompok

1. Transformasi bidang pada Geometri Transformasi.
   a. Pencerminan (refleksi)
   b. Pergeseran (translasi)
   c. Rotasi (perputaran)
2. Gambar Stereometris Bangun Ruang
   a. Gambar stereometris kubus.
   b. Gambar stereometris limas
   c. Gambar stereometris prisma



3. Irisan bidang datar terhadap kubus.
   a. Bidang datar alpha melalui tiga titik yang tidak segaris.
   b. Bidang datar alpha melalui dua titik dan sejajar suatu garis.
   c. Bidang datar alpha melalui satu titik dan tegak lurus suatu garis.



4. Sudut Bidang Tiga (SBT**)**

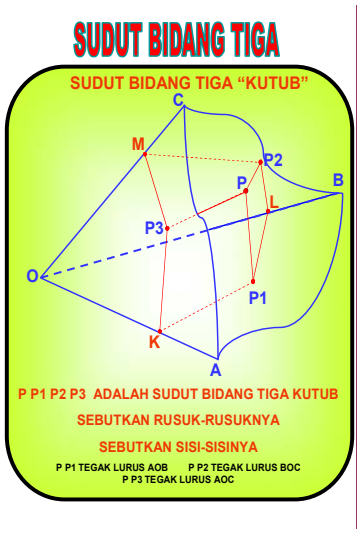
a. Pengertian SBT.

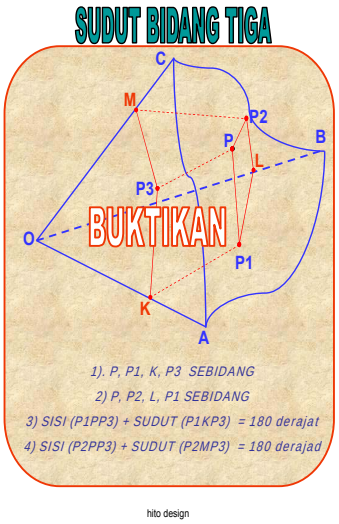
b. Unsur-unsur SBT

c. Sudut Tumpuan

d. Sudut Bidang Tiga Kutub

e. Dalil-dalil





C. Latihan

a. Hasil proyeksi garis lurus pada bidang datar adalah garis lurus. Buktikan.

Gunakan dalil-dalil sebelumnya.

1. Melalui dua garis berpotongan dapat dibuat tepat sebuah bidang.
2. Jika dua garis sejajar, satu garis memotong bidang V maka garis yang lain tentu memotong bidang V.
3. Garis tegak lurus bidang.

b. Hasil pencerminan suatu garis lurus adalah garis lurus. Buktikan.

Gunakan dalil-dalil sebelumnya.

1. Jika hasil pencerminan A, B berturut-turut adalah P, dan Q, maka jarak AB sama dengan jarak PQ.
2. Tiga titik terletak pada satu garis lurus.

c. Jika suatu segitiga ditranslasikan maka hasilnya tetap segitiga yang kongruen dengan segitiga semula. Buktikan.

Gunakan dalil-dali sebelumnya.

1. Translasi suatu garis lurus, tetap merupakan garis lurus.
2. Tiga titik terletak pada satu garis lurus.

d. Terdapat tepat satu bidang datar yang melalui sebuah titik P dan tegak-lurus suatu garis m, yang diketahui. Buktikan.

e. Tunjukkan bahwa persamaan bidang datar adalah $Ax + By + Cz + D = 0$, dengan A,B,C bilangan riel dan ketiganya tak bersama-sama nol. Buktikan.

f. Jika garis k tegak-lurus m, k tegak-lurus n, m dan n dua garis yang berpotongan, maka garis k tegak lurus bidang yang melalui n dan m. Buktikan.

Gunakan dalil-dalil sebagai berikut.

1. Sudut dua garis bersilangan
2. Dalil dua segitiga kongruen.

g. Jika tiga bidang saling berpotongan, maka garis potongnya melalui satu titik atau ketiga garis potongnya saling sejajar. Buktikan.

D. Lembar Kegiatan

(lihat lampiran Kode : LK 1 – Geo di R)

E. Rangkuman

1 Perlu dibedakan secara tajam antara obyek geometri dan obyek fisik/obyek visual. Obyek Geometri merupakan obyek kajian yang abstrak, tidak dapat dilihat, tidak dapat diraba, tidak berwarna. Obyek geometri dapat dinyatakan dengan secara tertulis dalam bentuk simbol

atau gambar, dan dapat dinyatakan secara lisan berupa nama atau istilah.

2 Terdapat keterkaitan antara obyek aljabar dan obyek geometri.

3 Persamaan merupakan obyek aljabar, sedangkan grafik himpunan penyelesaian persamaan merupakan obyek geometri.

F. Tes Formatif

1. Tulislah teorema tentang garis tegak lurus bidang, kemudian buktikan teorema tersebut.
2. Proyeksi garis lurus pada bidang datar merupakan garis lurus. Buktikan.
3. Jelaskan relasi antara titik dan parabola.
4. Jelaskan operasi antara garis dan lingkaran.
5. Tulislah definisi obyek geometri berikut ini sebagai himpunan titik-titk pada suatu bidang datar.

   a. Ruas garis AB.

   b. Sudut

   c. Segitiga

BAB III KEGIATAN BELAJAR 2

A. Kompetensi dan Indikator

a. Kompetensi

Memahami geometri di ruang berdimensi dua (R^2)

b. Indikator

1. Dapat menjelaskan persamaan berderajad pertama di R^2
2. Dapat menjelaskan sudut antara dua garis
3. Dapat menjelaskan jarak titik terhadap garis
4. Dapat menjelaskan persamaan berderajat kedua di R^2
5. Dapat menjelaskan obyek geometri yang berkaitan dengan himpunan penyelesaian persamaan berderajat pertama dengan dua variabel di R^2
6. Dapat menjelaskan obyek geometri yang berkaitan dengan himpunan penyelesaian persamaan berderajat kedua di R^2
7. Dapat melukis obyek geometri di R^2
8. Dapat menjelaskan translasi sumbu
9. Dapat menjelaskan rotasi sumbu

B. Uraian Materi

a. Obyek-obyek geometri di ruang berdimensi dua (R^2)

Obyek-obyek geometri di R^2, dapat berupa :

a. Titik
b. Garis lurus, sinar garis, ruas garis.
c. Garis lengkung (kurva)
d. Sudut
e. Bangun datar

Titik adalah pengertian pangkal. Titik merupakan obyek matematika yang abstrak. Menurut jenisnya, dikenal titik potong, titik singgung, titik puncak, titik stasioner. Semua obyek geometri selain titik, merupakan himpunan titik. Garis lurus, garis lengkung, sudut, segitiga, jajar genjang, persegi, lingkaran, parabola, hperbola, dan obyek geometri yang lain, merupakan himpunan titik-titik. Perlu dibedakan antara ruas garis dan panjang ruas garis, sudut dan besar sudut, lingkaran dan keliling lingkaran. Terdapat relasi (hubungan) antar obyek geometri, dan terdapat operasi pada obyek-obyek geometri.

b. Persamaan berderajat pertama di R^2

Obyek-obyek geometri di ruang berdimensi dua R^2, dapat berupa titik, garris lurus, garis lengkung (kurva). Obyek-obyek tersebut dapat dipertautkan/dikaitkan dengan obyek-obyek aljabar. Misal titik P di R^2 dapat dikaitkan dengan pasangan bilangan real (a, b), demikian halnya dengan garis dapat dikaitkan dengan persamaan. Garis sebagai obyek geometri merupakan grafik himpunan penyelesaian dari suatu persamaan.

Apakah yang dimaksud penyelesaian (solution) dari persamaan? Penyelesaian dari persamaan berderajad pertama dengan dua variabel yang berbentuk

$$\mathbf{Ax + By + C = 0 \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1),}$$

dengan A, B, C bilangan real, dan A, B keduanya tak bersama-sama nol, adalah pasangan bilangan real berurutan (a, b) sedemikian hingga menghasilkan pernyataan yang benar jika komponen pertama a disubstitusikan pada x dan komponen kedua b disubstitusikan pada y.

Dapat ditunjukkan bahwa grafik dari himpunan penyelesaian dari persamaan berderajat pertama $Ax + By + C = 0$, merupakan himpunan titik-titik yang tak terbatas (infinite set) yang terletak pada satu garis lurus. Dengan mengacu bahwa garis lurus (line) sebagai grafik dari persamaan (!) maka persamaan (1) disebut dengan *persamaan linear (linear equation)*. Karena dua titik menentukan tepat sebuah garis lurus (aksioma), maka dengan menentukan dua penyelesaian dari persamaan tersebut, telah cukup untuk menentukan sebuah garis lurus yang merupakan grafik dari persamaan berderajat pertama di $\mathbf{R}^2$.

Tentukanlah grafik dari setiap persamaan berikut ini:

a. $y = 2x + 1$

b. $3x - 2y = 12$

c. $2x + 3y = 0$

c. Grafik dari persamaan berbentuk x = a dan y = b.

Dua kasus khusus dari persamaan linear yakni $x = a$ dan $y = b$, masing-masing dapat dipandang sebagai persamaan dengan dua variabel, yakni $x + 0y = a$, dan $0x + y = b$.

Grafik dari persamaan $x = a$ merupakan garis lurus yang berjarak a satuan dari sumbu y, atau garis yang sejajar sb. Y melalui (a,0). Sedangkan grafik dari persamaan $y = b$ merupakan garis lurus yang berjarak b satuan dari sumbu x, atau garis yang sejajar sb.Y melalui (0, b).

d. Jarak titik terhadap garis

Teorema B.1

Jarak tidak berarah (undirected distance) d antara titik P(a, b) terhadap grafik dari $Ax + By + C = 0$, adalah :

$d = | A.a + B.b + C | / V(A^2 + B^2)$

Buktikan.

Contoh :

Tentukanlah jarak titik P(-2, 3) terhadap grafik 5x – 4y + 7 = 0.

Penyelesaian:

Dari persamaan 5x – 4y + 7 = 0. diperoleh A = 5, B = -4, C = 7

Dengan menggunakan teorema B.1, diperoleh jarak d sebagai berikut: d = I 5(-2) -4(3) + 7I / V 41 = 15/V41

e. Persamaan berderajat kedua di R^2 dan Grafiknya

Bentuk umum persamaan berderajat kedua dengan 2 variabel di $\mathbf{R^2}$

$$\mathbf{Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0. \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)}$$

dengan A,B,C,D,E,F merupakan bilangan real, A dan C keduanya tidak 0.

Grafik dari himpunan penyelesaian dari persamaan (2), merupakan garis lengkung (kuva). Pada pembahasan selanjutnya, pembahasan dibatasi pada garis lengkung yang merupakan irisan kerucut yang berupa parabola, lingkaran, ellips, dan hiperbola.

1. Parabola

a. Definisi

Parabola adalah himpunan titik-titik pada bidang datar yang jaraknya terhadap suatu garis tetap (a fixed line), dan terhadap suatu titik tetap (a fixed point) adalah sama.

b. Persamaan parabola

Jika pada persamaan (2), A = 0 dan C $\neq$ 0, atau A $\neq$ 0 dan C = 0, maka persamaan menjadi :

$Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$……(2.1)

atau

$Ax^2 + Bxy + Dx + Ey + F = 0$… …….(2.2)

Grafik persamaan (2.1) dan (2.2), merupakan parabola. Jika pada (2.1) atau (2.2), nilai B = 0, maka grafiknya merupakan parabola yang sumbu simetrinya sejajar dengan sumbu koordinat.

c. Contoh persamaan parabola

c.1 $y^2 + 3x = 0$

c.2 $4x^2 - y = 0$

c.3 $y = x^2 + 5x + 6$

c.4 $x = 2y^2 + 8y + 20$

c.5 $4xy + y^2 + 4x + 8y + 10 = 0$

2. Lingkaran

a. Definisi

Lingkaran adalah himpunan titik-titik pada bidang datar yang jaraknya sama terhadap suatu titik tetap (a fixed point) Titik tetap tersebut dinamakan pusat lingkaran, dan jarak yang sama dinamakan jari-jari lingkaran.

b. Persamaan lingkaran

Jika pada persamaan (2), A = C, B = 0 maka persamaan menjadi :

$Ax^2 + Ay^2 + Dx + Ey + F = 0$……(2.3)

Grafik persamaan (2.3), merupakan lingkaran.

c. Contoh persamaan lingkaran

c.1 $x^2 + y^2 - 9 = 0$

c.2 $4y^2 + 4x^2 - y - 16 = 0$

c.3 $2x^2 + 2y^2 + 4x + 8y + 10 = 0$

3. Ellips

a. Definisi

Ellips adalah himpunan titik-titik pada bidang datar yang yang jumlah jarak setiap titik terhadap dua titik tetap (two fixed points) adalah konstan. Dua titik tetap tersebut dinamakan fokus ellips.

b. Persamaan ellips

Jika pada persamaan (2), $A \neq C$, dan $A.C > 0$

$Ay^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$……(2.4)

Grafik persamaan (2.1) dan (2.2), merupakan ellips. Jika pada (2.4, nilai B = 0, maka grafiknya merupakan ellips yang sumbu simetrinya sejajar dengan sumbu koordinat.

Teorema E.1

Suatu ellips mempunyai persamaan baku (standard equation)

$X^2/ a^2 + y^2 / b^2 = 1$

jika dan hanya jika pusatnya adalah titik asal (0,0) dan fokusnya pada sumbu x.

Perhatikan dengan seksama hubungan yang yang terdapat pada ellips $a > c$, $a^2 = b^2 + c^2$, dengan 2a, 2b sebagai sumbu ellips, dan 2c adalah jarak kedua fokus.

Teorema E.2

Suatu ellips mempunyai persamaan baku (standard equation) : $x^2/ b^2 + y^2 / a^2 = 1$ jika dan hanya jika pusatnya adalah titik asal (0,0) dan fokusnya pada sumbu y.

Ellips dengan pusat (h, k). Sumbu-sumbu ellips 2a dan 2b sejajar dengan sumbu-sumbu koordinat. Bagaimanakah persamaannya?. Untuk menentukan persamaannya dapat dilakukan dengan mudah yakni menggunakan “ translasi sumbu”. Persamaannya adalah:

$(x – h)^2/ a^2 + (y – k)^2 / b^2 = 1$

Ekuivalen dengan.

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0. \text{ dengan } A \neq C,$$

$B = 0,\ D \neq 0,\ E \neq 0,\ F \neq 0$

Ditentukan ellips, dengan Pusat (h,k). Sumbu-sumbu ellips 2a dan 2b tidak sejajar dengan sumbu-sumbu koordinat. Bagaimana persamaannya? Dengan melakukan rotasi sumbu, diperoleh persamaannya sebagai berikut.

$(x \cos \alpha + y \sin \alpha)^2 / a^2 + (y \cos \alpha - x \sin \alpha)^2 / b^2 = 1$ .....(**)

Ekuivalen

$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$. dengan

$A \neq C$, $B \neq 0$, $D = 0$, $E = 0$, $F \neq 0$

Perhatikan bahwa koefisien xy tidak sama dengan nol. Persamaan (**) akan dibahas kembali pada uraian materi translasi dan rotasi sumbu-sumbu koordinat.

C. Contoh persamaan ellips

c.1 $4x^2 + y^2 - 16 = 0$

c.2 $25x^2 + 9y^2 - 225 = 0$

c.3 $2x^2 + 4xy + 5y^2 - 36 = 0$

c.4 $4x^2 + 9y^2 - 16x - 18y - 11 = 0$

c.5 $2x^2 + 4y^2 - 6x + 7 = 0$

4. Hiperbola

a. Definisi

Hiperbola adalah himpunan titik-titik pada bidang datar yang yang selisih jarak setiap titik terhadap dua titik tetap (two fixed points) adalah konstan. Dua titik tetap tersebut dinamakan fokus ellips.

b. Persamaan hiperbola

Jika pada persamaan (2), $A \neq C$, dan $AC < 0$.

$Ay^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$……(2.4)

Grafik persamaan (2.4), merupakan hiperbola. Jika pada (2.4), nilai $B = 0$, maka grafiknya merupakan hiperbola yang sumbu simetrinya sejajar dengan sumbu koordinat.

Teorema H.1

Suatu hiperbola mempunyai persamaan baku (standard equation) : $x^2 / a^2 - y^2 / b^2 = 1$ jika dan hanya jika pusatnya adalah titik asal (0,0) dan fokusnya pada sumbu x.

Perhatikan dengan seksama hubungan yang yang terdapat pada hiperbola $c^2 – a^2 > 0$, $c^2 = a^2 + b^2$, dengan 2a, 2b sebagai sumbu hiperbola, dan 2c adalah jarak kedua fokus.

Teorema H.2

Suatu hiperbola mempunyai persamaan baku (standard equation) : $y^2/ a^2 - x^2 / b^2 = 1$ jika dan hanya jika pusatnya adalah titik asal (0,0) dan fokusnya pada sumbu y

Ditentukan hiperbola dengan pusat (h, k). Sumbu-sumbu panjang dan sumbu pendek 2a dan 2b sejajar dengan sumbu-sumbu koordinat. Bagaimanakah persamaannya? Dengan melakukan translasi sumbu, dapat diperoleh persamaannya sebagai berikut:

$(x – h)^2/ a^2 - (y - k)^2 / b^2 = 1$

Ekuivalen

$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$. dengan

$A \neq C$, $A.C < 0$, $B = 0$, $D \neq 0$, $E \neq 0$, $F \neq 0$

Ditentukan hiperbola, dengan pusat (h,k). Sumbu-sumbu ellips 2a dan 2b tidak sejajar dengan sumbu-sumbu koordinat. Bagaimanakah persamaan hiperbola tersebut? Dengan melakukan rotasi sumbu, diperoleh persamaannya sebagai berikut:

$(x \cos \alpha + y \sin \alpha)^2/ a^2 - (y \cos \alpha – x \sin \alpha)^2 / b^2 = 1$ .....(***)

Ekuivalen

$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$. dengan

$A \neq C$, $B \neq 0$, $A.C < 0$, $D = 0$, $E = 0$, $F \neq 0$

Persamaan (***) akan dibahas kembali pada uraian materi translasi dan rotasi sumbu-sumbu koordinat. Perhatikan dengan seksama bahwa koefisien xy tidak sama dengan nol. Persoalan ini akan dibahas kembali pada uraian materi translasi dan rotasi sumbu.

c. Contoh persamaan hiperbola

c.1 $4x^2 – y^2 - 16 = 0$

c.2 $25x^2 - 9y^2 - 225 = 0$

c.3 $2x^2 + 4xy - 5y^2 - 36 = 0$

c.4 $4x^2 + 12\,xy - 9y^2 – 2x = 0$

c.5 $2x^2 - 2y^2 – 6x + 7y = 0$

d. Translasi dan rotasi sumbu

Untuk menentukan persamaan dari suatu irisan kerucut, yang memiliki puncak atau pusat yang tidak pada titik asal (0,0), dapat diperoleh dengan menggunakan translasi sumbu. Sedangkan untuk menentukan persamaan irisan kerucut yang memiliki sumbu simetri yang tidak sejajar dengan sumbu-sumbu koordinat, dapat dilakukan dengan rotasi sumbu.

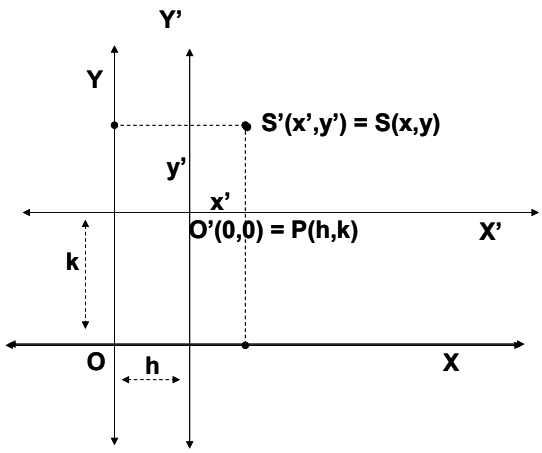
e. Translasi Sumbu

Teorema T.1

Jika titik asal O’ dari sistem sumbu x’,y’ mempunyai kordinat (h, k) dalam sistem x, y, maka koordinat x’, y’ dari titik S dapat dikaitkan dengan terhadap koordinat x, y dari titik S oleh persamaan sebagai berikut :

$x = x' + h$ atau $x' = x – h$

$y = y' + h$ atau $y' = y – k$



Untuk sebarang titik S(x,y) = S'(x',y') terdapat hubungan

x = x' + h atau x' = x - h

dan

y = y' + k atau y' = y - k

Contoh :

Tentukanlah persamaan dalam x', y' untuk persamaan $x + 5y = 3$, bila ditranlasikan terhadap (4,-3).

Penyelesaian:

Untuk h = 4, dan k = -3, diperoleh :

$x = x' + 4$, dan $y = y' – 3$

Dengan melakukan substitusi pada persamaan yang diketahui, diperoleh persamaan dalam x' dan y' sebagai berikut: $x' + 5y' = 14$

Teorema T.2

Jika suatu lingkaran mempunyai jari-jari r, dan pusatnya adalah titik(h, k), maka persamaannya adalah: $(x – h)^2 + (y – k)^2 = r^2$

Buktikan dengan menggunakan translasi sumbu.

Teorema T. 3

Jka suatu parabola mempunyai puncak (h, k) dan sumbu simetrinya sejajar dengan sumbu koordinat, maka persamaannya adalah :

$(y - k)^2 = 2p\ (x - h)$ atau $(x - h)^2 = 2p\ (y - k)$

$(y - k)^2 = -\ 2p\ (x - h)$ atau $(x - h)^2 = -\ 2p\ (y - k)$

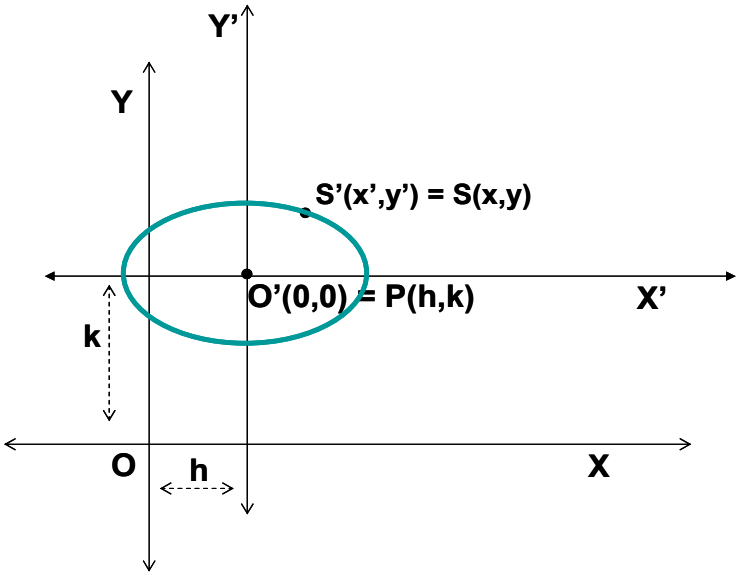
Buktikan dengan menggunakan translasi sumbu.

Teorema T. 4

Jika ellips mempunyai pusat (h, k) dan sumbu simetrinya sejajar dengan sumbusumbu koordinat, maka persamaannya adalah:

$(x - h)^2/ a^2 + (y - k)^2 / b^2 = 1$ sumbu panjang horisontal atau

$(x - h)^2/ b^2 + (y - k)^2 / a^2 = 1$ sumbu panjang vertikal.



Buktikan dengan menggunakan translasi sumbu.

Teorema T.5

Jika hiperbola mempunyai pusat (h, k) dan sumbu simetrinya sejajar dengan sumbu-sumbu koordinat, maka persamaannya adalah:

$(x - h)^2/ a^2 - (y - k)^2 / b^2 = 1$ atau

$(x - h)^2/ b^2 - (y - k)^2 / a^2 = 1$

Buktikan dengan menggunakan translasi sumbu.

Teorema T.6

Jika grafik dari persamaan $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ dengan A, C tak bersama-sama nol, ada (exists), maka grafiknya merupakan:

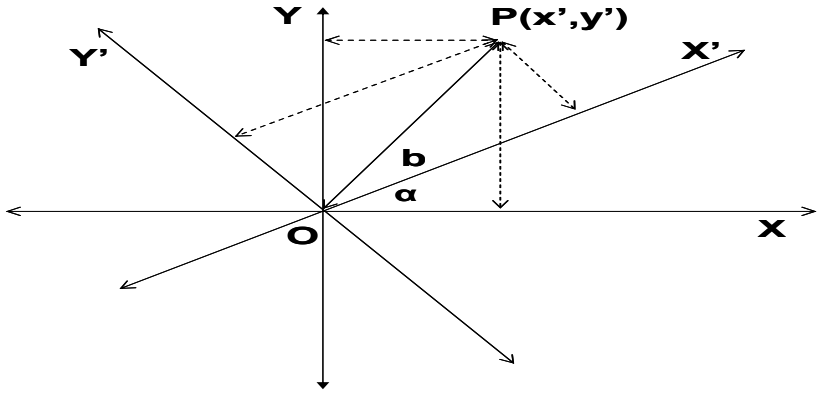
1) parabola atau dua garis sejajar jika A = 0 atau C= 0
2) lingkaran atau sebuah titik jika A = C
3) ellip atau sebuah titik, jika A $\neq$ C, dan A.C > 0
4) hiperbola atau dua garis berpotongan, jika A.C < 0

f. Rotasi Sumbu

Sumbu-sumbu koordinat x, y diputar (dirotasikan terhadap titik asal O, dengan sudut putar alpha, menghasilkan sumbu-sumbu koordinat x', y'. Dengan menggunakan rumus-rumus trigonometri yang cukup sederhana, dapat ditemukan hubungan berupa persamaan dalam x, x', y, dan y'.

Teorema R.1

Jika sumbu-sumbu x, y diputar terhadap titik asal sebesar sudut alpha menghasilkan sumbu x', y', maka koordinat x, y dan koordinat x', y' dari suatu titik dinyatakan dengan hubungan sebagai berikut:



Untuk sebarang titik P(x',y'), dimana sudut antara OX'dan OP = b (b dalam derajad)

Diperoleh hubungan:

$$x = x' \cos \alpha - y' \sin \alpha$$
$$y = x' \sin \alpha + y' \cos \alpha$$

ATAU

$$x' = x \cos \alpha + y \sin \alpha$$
$$y' = y \cos \alpha - x \sin \alpha$$

Bentuk umum persamaan berderajat kedua dengan dua variabel, sering disebut dengan persaman kuadrat dengan variabel x, y adalah:
$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$, dengan A, B, C semuanya tidak nol.
Dengan menggunakan hubungan (formula) rotasi sumbu, diperoleh persamaan dalam x', y; sebagai berikut:
$A'x'^2 + B'x'y' + C'y'^2 + D'x' + E'y' + F' = 0$.
Dengan:
A' = A cos2 a + B sin a cos a + C sin2 a
B' = B cos 2a – (A – C) sin 2a
C' = A sin2 a - B sin a cos a + C cos2 a
D' = D cos a + E sin a
E' = E cos a – D sin a
F' = F, dan a adalah sudut antara sumbu x dan sumbu x'
Jika dipilih a sedemikian sehingga B' = 0, maka diperoleh persamaan :
$A'x'^2 + C'y'^2 + D'x' + E'y' + F' = 0$.
Jika B' = o, maka diperoleh tan 2a = B / (A – C), dengan A-C tak sama dengan nol.
Perhatikan persamaan $A'x'^2 + C'y'^2 + D'x' + E'y' + F' = 0$, tak memuat bentuk x'y'. Jika grafik dari persamaan ini, ada (exists), maka grafiknya berupa:
Ellips atau sebuah titik jika A' tak sama C' dan A'.C' > 0
Parabola, atau dua garis sejajar jika A' atau C' sama dengan nol.
Sebuah hiperbola, atau dua garis yang berpotongan, jika A'.C' < 0

Teorema R.2

Jika grafik dari persamaan kuadrat dalam x, y di R^2 , $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$, dengan $B \neq 0$, ada (exist), maka grafiknya berupa :
Ellips, atau titik, jika $B^2 - 4AC < 0$
Parabola, atau dua garis sejajar, jika $B^2 - 4AC = 0$

Hiperbola, atau dua garis berpotongan, jika $B^2 - 4AC > 0$

C. Latihan

1. Tunjukkan bahwa persamaan dari garis lurus di ruang berdimensi dua adalah Ax+By+C=0,dengan A,B,C merupakan bilangan real, dan AB tak bersama-sama nol.
2. Tulislah persamaan dari garis lurus yang memuat titik (4, 0) dan tegak lurus terhadap grafik $3x – y = 4$.
3. Tentukanlah jarak titiik P(2, -3) terhadap grafik $2x + 6y = 3$.
4. Tentukanlah persamaan dari himpunan titik-titik yang jumlah jaraknya terhadap titik (2,0) dan titik (-2, 0) adalah 10.
5. Tentukanlah koordinat fokus dan puncak dari hiperbola yang memiliki persamaan $9y^2 = 225 + 4x^2$, kemudian gambarlah grafiknya.
6. Diberikan persamaan $x^2 + 4x – 4y = 0$
   a. Tulislah persamaannya dalam bentuk baku.
   b. Gambarlah grafiknya.
7. Diberikan persamaan $4x^2 + 12\,xy + 9y^2 – 2x = 0$
   a. Tulislah persamaannya dalam bentuk baku memuat x', y'
   b. Gambarlah grafiknya.

D. Lembar Kegiatan

(lihat lampiran Kode LK.2 – Geo di R2)

E. Rangkuman

a. Melalui dua titik dapat ditentukan dengan tepat satu garis lurus.

b. Persamaan garis lurus di R^2 adalah Ax+By+C=0, dengan A,B,C bilangan real dan A dan B tak bersama-sama nol.

c. Grafik $Ax^2 + By^2 = C$, ditentukan oleh A, B, dan C sebagai berikut.

   1) A = B Lingkaran

2) $A \neq B$, $A.B > 0$ Ellips

3) $A \neq B$, $A.B < 0$ Hiperbola

4) $A.B > 0$, $C = 0$ Satu titik, titik asal

5) $A.B < 0$, $C = 0$ Dua garis berpotongan

6) $B.C > 0$, $A = 0$ atau

$A>C>0$, $B = 0$ Dua garis sejajar

d. Grafik dari HP persamaan $y = ax^2 + b$, dengan a, b bilangan real dan $a > 0$, merupakan parabola yang mempunyai titik minimum.

e. Dengan melakukan translasi sumbu dan rotasi sumbu, dapat diperoleh persamaaan irisan kerucut yang sumbu simetrinya tidak sejajar sumbu koordinat dan pusatnya tidak pada (0, 0)

f. Grafik dari persamaan kuadrat dalam x, y di R^2 , yang berbentuk $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$, dengan $B \neq 0$, dapat berupa :

1) Ellips, atau titik, jika $B^2 - 4AC < 0$

2) Parabola, atau dua garis sejajar, jika $B^2 - 4AC = 0$

3) Hiperbola, atau dua garis berpotongan, jika $B^2 - 4AC > 0$

g. Bedakan secara tegas antara gambar(obyek visual) yang mewakili obyek geometri dan obyek geometri yang merupakan benda pikiran abstrak

F. Tes Formatif

a. Tentukan panjang ketiga garis tinggi pada segitiga ABC, jika koordinat titik-titik sudutnya adalah A(2, 5), B (0,1), dan C(-3, 8).

b. Tentukanlah jenis irisan kerucut yang memiliki persamaan berikut ini kemudian lukislah grafiknya.

i. $y^2 = 16 + 4x^2$

ii. $x^2 – 2y = 0$

c. Tentukanlah koordinat pusat dan puncak obyek geometri berikut ini, kemudian lukislah grafiknya.

1) $9x^2 – 16y^2 + 18x – 32y -151 = 0$
2) $x^2 - y^2 – 4x = 0$
3) $x^2 – 2xy + 4y^2 + x + y = 0$

BAB V KEGIATAN BELAJAR 4

A. Kompetensi dan Indikator

a. Kompetensi Dasar

Peserta PLPG memahami geometri di R^3

b. Indikator

1. Dapat menjelaskan persamaan berderajad pertama di R^3
2. Dapat menjelaskan persamaan berderajad kedua di R^3
3. Dapat menjelaskan obyek geometri yang merupakan grafik persamaan berderajat pertama di R^3
4. Dapat menentukan normal suatu bidang
5. Dapat melukis irisan antara bidang datar dan bangun ruang.
6. Dapat menjelaskan jarak titik ke bidang datar
7. Dapat menjelaskan obyek geometri yang berkaitan dengan himpunan penyelesaian persamaan berderajat kedua di R^3
8. Dapat mengambar obyek geometri bersisi lengkung di R^3
9. Dapat membuat gambar stereometris bangun ruang bersisi datar

B. Uraian Materi

a. Persamaan Berderajat Pertama Dengan Tiga Variabel di R^3

Persamaan yang berbentuk

$Ax + By + Cz + D = 0$, ...(*)

dengan A, B, C, D merupakan bilangan real dan A, B, C tak bersama-sama nol, dinamakan persamaan berderajat pertama dengan tiga variabel x, y, z di $\mathbf{R^3}$

Grafik dari himpunan penyelesaian persamaan (*), merupakan bidang datar. Bidang datar berkaitan dengan persamaan (*). Sebelum

dilakukan penyajian materi tentang bidang datar, perlu disajikan dulu obyek geometri yang merupakan pengertian pangkal, yakni titik.

Titik dan Jarak Dua Titik di R^3

Titik merupakan pengertian pangkal. Titik di R3 dapat berupa titik potong (titik tembus), titik puncak, titik sudut, titik pusat. Setiap titik di R^3 dapat dikaitkan dengan satu pasangan bilangan real (x, y, z), dan sebaliknya setiap pasangan bilangan real (x, y, z) dapat dikaitkan dengan satu titik di R^3. Jika ada dua titik di R^3 maka antara kedua titik tersebut dapat ditentukan jaraknya.

Teorema J.1

Jarak antara titik P(a,b,c) dan titik P(p,q,r) adalah :

$d = \{(a-p)^2 + (b-q)^2 + (c-r)^2\}$ 1/2

Buktikan.

(Petunjuk : Gunakan teorema Pythagoras)

Posisi setiap garis di R3, ditentukan oleh sudut arah. Sudut arah suatu garis ditunjukan oleh besar sudut antara garis tersebut dengan umbu x, sumbu y, dan sumbu y. Dari sudut arah suatu garis, dapat ditentukan cosinus arahnya, dan bilangan arahnya.

Teorema J.2

Jika d adalah jarak antara P(a,b,c) dan Q(p,q,r), maka cosinus arah garis yang memuat titik P dan titik Q, adalah :

Cos u = a-p / d, cos v = b-q / d, cos w = c-r / d ,dengan u, v,w berturut-turut merupakan sudut arah garis terhadap sumbu x, y, z.

Buktikan.

Teorema J.3

Jika cos u, cos v, cos w merupakan cosinus arah suatu garis maka belaku :

$\text{Cos}^2 u + \cos^2 v + \cos^2 w = 1$

Bilangan arah suatu garis lurus, adalah sebarang pasangan bilangan (l, m, n) yang diperoleh dengan mengalikan suatu konstan dengan cosinus arah suatu garis.

Teorema J.4

Jika suatu garis memuat P(a,b,c) dan Q(p,q,r), maka bilangan arah garis tersebut adalah [l,m,n], dengan l = a-p, m = b-q, dan n = c-r.

Buktikan.

Teorema J.5

Jika s merupakan sudut antara dua garis yang masing-masing memiliki sudut arah a_1, b_1, c_1 dan a_2, b_2, c_2, maka

Cos s = cos a_1 cos a_2 + cos b_1 cos b_2 + cos c_1 cos c_2.

Buktikan.

Teorema J.6

Jika dua garis mempunyai bilangan arah [l_1, m_1, n_1], [l_2,m_2,n_2] maka kedua garis tersebut:

a. sejajar jika dan hanya (jhj) $l_2 = k\, l_1$, $m_2 = k\, m_1$, $n_2 = k\, n_1$ dengan k tak sama dengan nol.

b. saling tegak lurus jhj $l_1.l_2 + m_1.m_2 + n_1.n_2 = 0$

b. Bidang datar dan Normal

Bidang datar merupakan himpunan titik-titik yang memenuhi syarat-syarat tertentu. Bidang datar (selanjutnya cukup disebut dengan bidang) merupakan salah satu obyek geometri di R^3. Selain bidang terdapat obyek geometri yang lain yaitu bidang lengkung, luasan (surface). Pada pembahasan selanjutnya dibedakan antara bidang (plane) dan bidang lengkung (surface).

Aksioma

Melalui tiga titik yang tidak segaris dapat ditentukan dengan tepat satu bidang datar.

Teorema

Melalui sebuah titik, dapat dibuat tepat sebuah bidang datar yang tegak lurus terhadap garis yang ditentukan.

Garis yang tegak lurus terhadap bidang datar dinamakan normal terhadap bidang. Jika garis L tegak lurus bidang datar V, dan bilangan arah L adalah [l,m,n]. maka dapat ditunjukkan bahwa persamaan bidang datar V adalah $Ax + By + C = 0$, dengan A, B, C merupakan bilangan real.

Jarak titik terhadap bidang

Teorema J.2

Jarak tak berarah d antara titik P(a,b,c) dan bidang dengan persamaan $Ax + By + Cz + D = 0$ adalah

$d = | aA + bB + cC + D | / V (A^2 + B^2 + C^2)$

Buktikan

c. Persamaan berderajat kedua di R^3

Bentuk umum persamaan berderajat kedua dengan tiga variabel di R3 adalah

$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + Dxy + Exz + Fyz + Gx + Hy + Ly + J = 0$. ... ...(***) dengan A,B,C,D,E,F,G,H,I,J merupakan bilangan real, dan A, B, C tak bersama-sama nol.

Grafik dari himpunan penyelesaian dari persamaan tersebut, merupakan bidang lengkung (survace). Pada pembahasan selanjutnya, pembahasan bidang lengkung dibatasi pada silinder, paraboloida, bola, elipsoida, dan hiperboloida.

1. Silinder

a. Definisi

A cylinder is a surface generated by a straight line moving paralel to a given line, and always intersecting a given plane curve. (Charles C Carico, 1980 : 170) Silinder merupakan himpunan garis lurus / himpunan titik-titik yang memenuhi syarat tertentu.

b. Persamaan Silinder

Untuk pembahasan selanjutnya, koefisien yang memuat perkalian dua buah variable (D, E, F) pada persamaan (***) adalah nol dengan maksud untuk mengurangi tingkat kesulitan yang dihadapi.

Teorema

Jika pada persamaan hanya memuat dua dari tiga variabel x, y, atau z, maka grafiknya merupakan silinder yang garis yang terbentuk (garis pelukis) sejajar terhadap

a. sumbu x jika persamaan hanya memuat variabel y dan z,

b. sumbu y jika persamaan hanya memuat variabel x dan z,c. sumbu x jika persamaan hanya memuat variabel x dan y,

C Contoh persamaan silinder

c.1 $y^2 - z = 0$

c.2 $x^2 + y^2 – 9 = 0$

c.3 $x^2 + z^2 = 16$

c.4 $z = x^2$

2. Bola (Sphere)

a. Definisi

A sphere is the set of point (x,y,z) in R3equidistant from a fixed point (Charles C Carico, 1980 : 172) Bola merupakan himpunan titik-titik. Titik yang tepat disebut pusat bola, dan jarak yang tetap dinamakan jari-jari.

b. Persamaan Bola

Persamaan

$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + Dxy + Exz + Fyz + Gx + Hy + Iy + J = 0.$, dengan

A = B= C

B Contoh persamaan bola

c.1 $x^2 + y^2 + z^2 - 9 = 0$

c.2 $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y - 16 = 0$

c.3 $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 4x + 6y - 8z - 25 = 0$

d. Bangun Ruang Bersisi Datar

Obyek geometri di R^3 yang berupa bangun ruang yang bersisi datar dapat berupa kubus, balok, limas, dan prisma. Obyek-obyek geometri ini dapat dipandang sebagai himpunan titik-titik yang merupakan hasil operasi gabungan dari beberapa himpunan titik, misalnya kubus Kubus adalah himpunan titik-titik yang merupakan hasil operasi gabungan (union) dari beberapa bidang persegi. Bidang persegi merupakan bagian dari bidang datar yang dibatasi oleh bangun datar persegi. Demikian halnya dengan limas dapat dipandang hasil operasi gabungan dari beberapa himpunan bidang segitiga, dan bidang segi empat.

Obyek geometri sebagai benda pikiran yang abstrak , masing-masing mempunyai ukuran. Sudut mempunyai besar sudut, segitiga mempunyai keliling, bidang segitiga mempunyai luas, kubus mempunyai luas permukaan, ruang kubus mempunyai volume. Oleh karena itu perlu dibedakan antara obyek geometri dan ukuran yang menyertainya.

e. Irisan bidang

Terdapat hubungan (relasi) antara obyek geometri di R^3. Relasi antara garis dan bidang, dapat berupa :

a. Garis terletak pada bidang

b. Garis sejajar bidang

c. Garis memotong bidang

Relasi antara bidang dan kubus, dapat berupa:

a. Bidang tak berpotongan dengan kubus

b. Bidang berpotongan dengan kubus.

Jika bidang memotong kubus, maka garis potong antara bidang dan bidang sisi kubus dapat membentuk bangun datar. Bangun datar tersebut dinamakan irisan antara bidang dan kubus. Bidang datar yang dibatasi bangun datar tersebut, disebut dengan penampang irisan. Irisan dapat ditentukan kelilingnya, sedangkan penampang irisan dapat ditentukan luasnya.

Untuk keperluan pembelajaran geometri di SMA/MA, pembahasan irisan bidang dalam bahan ajar ini dibatasi pada irisan antara bidang dan kubus. Sedangkan iirisan antara bidang dan bangun ruang yang lain (balok, limas, prisma) dapat dijadikan sebagai bahan pengembangan/ pengayaan diskusi.

Irisan antara bidang V dan kubus ABCD. EFGH

Bidang V melalui tiga titik yang tak segaris.

Bidang V melalui dua titik dan sejajar garis.

GLOSARIUM

a < b	a kurang dari b
a > b	a lebih dari b
I a i	nilai mutlak a
(a, b)	pasangan bilangan berurutan yang komponen pertama ada a dan komponen kedua adalah b

DAFTAR PUSTAKA

Charles C Carico, I Drooyan, ***Analytic Geometry,*** John Wiley & Sons, New York.1980.

Edwin J. Purcell, ***Kalkulus dan Geometri Analitik, jilid 1*****,** Penerbit Erlangga, 1999.

Vollewns, ***Ilmu Ukur Analitik,*** Penerbit Sumur Bandung, 1963

Suhito, ***Geometri - SMA" buku ajar,*** LP3 - UNNES, 2008

BAB I PENDAHULUAN

A. Deskripsi

Buku ajar terdiri dari dua kegiatan belajar. Kegiatan belajar 1 akan membahas tentang pengertian sudut, satuan sudut, fungsi trigonometri dan perluasanannya, nilai fungsi trigonometri, aturan sinus, aturan cosinus, dan luas segitiga. Pembahasan konsep ditekankan pada upaya guru untuk dapat menyampaikannya kepada siswa secara konstruktivis, antara lain tentang sudut dan perbandingan trigonometri. Dengan pemahaman konsep tersebut diharapkan siswa dapat menyelesaikan masalah yang terkait dengan sifat dan aturan tentang fungsi trigonometri, persamaan trigonometri dan rumus-rumus trigonometri. Kegiatan belajar 2 akan membahas tentang rumus-rumus trigonometri, yang meliputi rumus sudut jumlah dan sudut selisih, rumus sudut ganda, rumus perkalian sinus dan kosinus, serta identitas trigonometri. Pembahasan rumus ditekankan pada manipulasi aljabar untuk merancang dan menyusun bukti suatu rumus. Buku ajar ini merupakan buku ajar Materi Latih Matematika SMA.

B. Prasyarat

Peserta PLPG dipersyaratkan telah memahami materi tentang aljabar dan fungsi.

C. Petunjuk belajar

1. Bacalah dengan cermat bagian Pendahuluan agar Anda mengetahui kemampuan yang diharapkan dapat dicapai dan kegiatan belajar yang akan disajikan

2. Bacalah sekilas uraian dalam setiap kegiatan belajar dan carilah definisi atau konsep yang Anda anggap belum dipahami untuk selanjutnya didiskusikan sesama peserta.
3. Pelajari secara rinci prinsip atau rumus-rumus yang ada termasuk langkah mendapatkannya.
4. Jawablah semua pertanyaan yang diberikan dalam kegiatan belajar sebagai latihan, diskusikan dengan sesama peserta, teman sejawat guru atau instruktur Anda.
5. Kerjakan soal-soal Tes Formatif pada setiap akhir kegiatan belajar , diskusikan dengan sesama peserta PLPG, teman sejawat guru atau instruktur Anda. Cocokkan jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif pada akhir buku ajar ini.
6. Buatlah rencana kegiatan belajar yang berkaitan dengan isi modul ini berdasarkan GBPP di sekolah Anda.

D. Kompetensi dan Indikator

Kompetensi umum yang diharapkan setelah Anda mempelajari buku ajar ini adalah dapat (1) menggunakan perbandingan, fungsi, persaman, dan identitas trigonometri dalam pemecahan masalah, (2) menggunakan manipulasi aljabar untuk merancang rumus dan menyusun bukti.

Setelah mempelajari buku ajar ini diharapkan Anda dapat:

1. menggunakan sifat dan aturan tentang fungsi trigonometri, rumus sinus, dan rumus kosinus, rumus luas segitiga dalam pemecahan masalah;
2. merancang model matematika yang terkait dengan fungsi trigonometri, rumus sinus dan kosinus, rumus luas segitiga, menyelesaikan model tersebut, dan selanjutnya menafsirkan hasil yang diperoleh;
3. melakukan manipulasi aljabar dalam perhitungan teknis yang berkaitan dengan rumus-rumus trigonometri;

4. menggunakan rumus trigonometri jumlah dua sudut, selisih dua sudut dan sudut ganda;
5. merancang rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut dan sudut ganda.

BAB II KEGIATAN BELAJAR 1

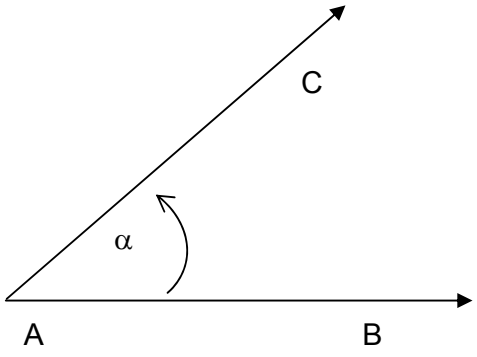
A. Kompetensi dan Indikator

1. Kompetensi
   a. menggunakan perbandingan, fungsi, persaman, dan identitas trigonometri dalam pemecahan masalah
2. Indikator
   a. Menggunakan sifat dan aturan tentang fungsi trigonometri, rumus sinus, dan rumus kosinus, rumus luas segitiga dalam pemecahan masalah.
   b. Merancang model matematika yang terkait dengan fungsi trigonometri, rumus sinus dan kosinus, rumus luas segitiga, menyelesaikan model tersebut, dan selanjutnya menafsirkan hasil yang diperoleh.

B. Uraian Materi

1. Pengertian Sudut

Pengertian sudut dapat diperoleh melalui pendekatan rotasi garis seperti pada gambar 1.



Gambar 1

Dalam pembelajaran, siswa diminta melukis sinar garis (sinar garis $\overrightarrow{AB}$) dan selanjutnya sinar garis $\overrightarrow{AB}$ diputar dengan pusat

A sampai terjadi sinar garis $\overrightarrow{AC}$, sehingga terbentuk sudut BAC, yang biasanya ditulis dengan $\angle$BAC atau sudut α seperti yang terdapat dalam gambar 1. Berawal dari perputaran garis tersebut siswa diajak berdiskusi, agar masing-masing mengkonstruksi konsep sudut pada diri siswa masing-masing.

Dengan diskusi tersebut diharapkan siswa mendapatkan konsep tentang sudut secara umum yang didasarkan atas gerak rotasi suatu sinar pada titik pangkalnya, dari posisi awal ke posisi akhir.

2. Satuan sudut

Terdapat tiga macam satuan besar sudut yaitu sebagai berikut.

a. Sistem seksagesimal

Sistem ini membagi satu putaran penuh menjadi 360 bagian yang sama, yang selanjutnya setiap bagian tersebut dinamakan 1 derajat, dan dituliskan dengan 1^0.

b. Sistem radian

Dalam sistem ini yang dimaksud satu radian adalah besar sudut pusat dari suatu lingkaran yang panjang busur di hadapan sudut tersebut adalah sama dengan jari-jari lingkaran tersebut. Dengan sistem ini satu putaran penuh dinyatakan dengan 2π radian.

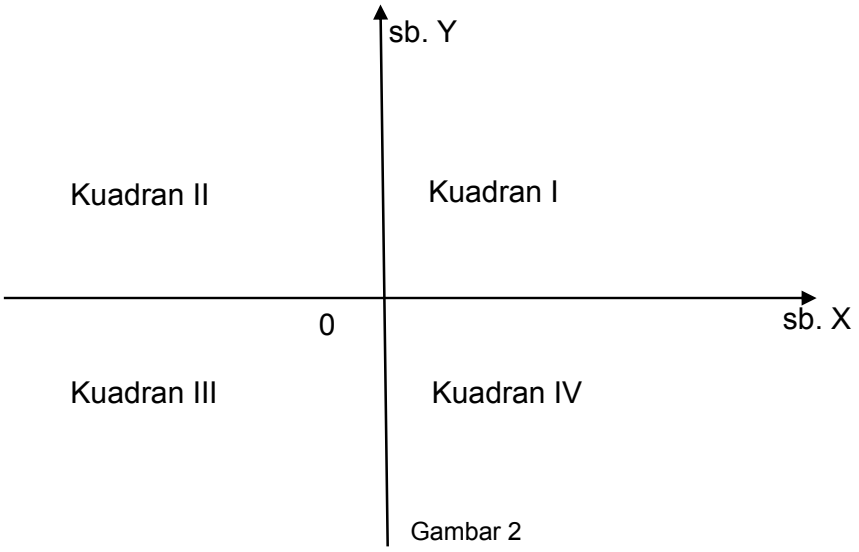
c. Sistem sentisimal

Sistem ini menyatakan bahwa satu putaran penuh adalah 400 grad, disingkat 400^g.

3. Kuadran

Dalam sistem koordinat, bidang koordinat dibagi menjadi 4 (empat) yang masing-masing dikenal dengan istilah kuadran.

Perhatikan gambar berikut.



Gambar 2

Kuadran I memuat sudut α : $0 < \alpha < 90°$

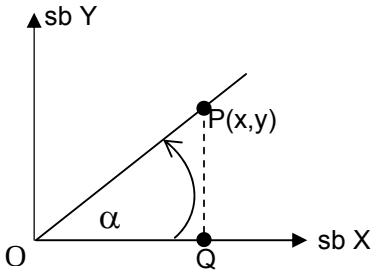
Kuadran II memuat sudut α : $90° < \alpha < 180°$

Kuadran III memuat sudut α : $180° < \alpha < 270°$

Kuadran IV memuat sudut α : $270° < \alpha < 360°$

4. Fungsi Trigonometri

Perhatikan gambar berikut



Gambar 3

Garis OP disebut ***proyektum***
diproyeksikan pada sb X diperoleh hasil OQ
PQ disebut ***proyektor*** dan
OQ disebut ***proyeksi***

Dari gambar 3 diperoleh segitiga OPQ siku-siku di Q.

Dimisalkan: panjang OP = r

Didefinisikan fungsi trigonometri sebagai berikut.

Sinus α disingkat Sin α = $\frac{y}{r}$

Cosinus α disingkat Cos α = $\frac{x}{r}$

Tangen α disingkat Tg α = $\frac{y}{x}$

Cosecan α disingkat Cosec α = $\frac{r}{y}$

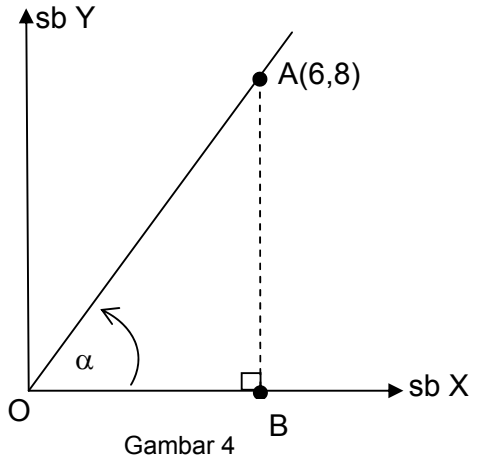
Secan α disingkat Sec α = $\frac{r}{x}$

Cotangen α disingkat Ctg α = $\frac{x}{y}$

Contoh 1:

Titik A(6,8) pada sistem koordinat (Gambar 4).

Tentukan nilai fungsi trigonometri sudut α.



Gambar 4

OB = 6
AB = 8

$$\begin{aligned} OA &= \sqrt{OB^2 + AB^2} \\ &= \sqrt{6^2 + 8^2} \\ &= \sqrt{36 + 64} \\ &= \sqrt{100} \\ &= 10 \end{aligned}$$

Nilai fungsi trigonometri yang diperoleh adalah sebagai berikut.

Sin α = $\frac{8}{10}$ Cos α = $\frac{6}{10}$ Tg α = $\frac{8}{6}$

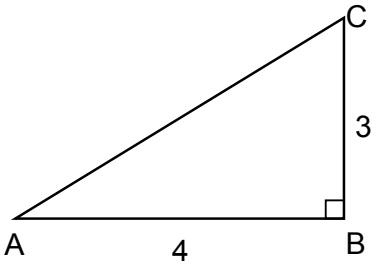
Cosec α = $\frac{10}{8}$ Sec α = $\frac{10}{6}$ Ctg α = $\frac{6}{8}$

Contoh 2:

Diketahui segitiga ABC siku-siku di B, panjang AB= 4, panjang BC= 3.

Tentukan nilai fungsi trigonometri sudut A.

Penyelesaian:



Gambar 5

Menurut Teorema Pythagoras

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$
$$AC = \sqrt{4^2 + 3^2}$$
$$= \sqrt{16 + 9}$$
$$= \sqrt{25}$$
$$= 5$$

Sin A = $\frac{3}{5}$	Cos A = $\frac{4}{5}$	Tg A = $\frac{3}{4}$
Cosec A = $\frac{5}{3}$	Sec A = $\frac{5}{4}$	Ctg A = $\frac{4}{3}$

5. Relasi antar fungsi-fungsi trigonometri

Perhatikan kembali definisi fungsi trigonometri di muka.

$$\left.\begin{array}{l} \text{Sin } \alpha = \dfrac{y}{r} \\[2ex] \text{Cosec } \alpha = \dfrac{r}{y} \end{array}\right\} \therefore \text{Sin } \alpha = \frac{1}{\text{Cosec } \alpha}$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{Cos } \alpha = \dfrac{x}{r} \\[2ex] \text{Sec } \alpha = \dfrac{r}{x} \end{array}\right\} \therefore \text{Cos } \alpha = \frac{1}{\text{Sec } \alpha}$$

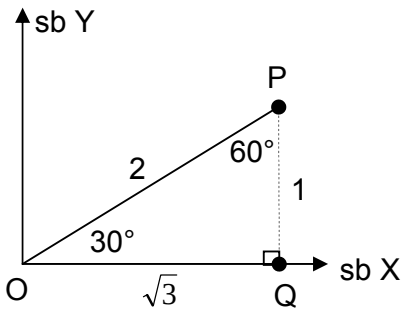
$$\left.\begin{array}{l} \text{Tg } \alpha = \dfrac{y}{x} \\[2ex] \text{Ctg } \alpha = \dfrac{x}{y} \end{array}\right\} \therefore \text{Tg } \alpha = \frac{1}{\text{Ctg } \alpha}$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{Tg } \alpha = \dfrac{y}{x} \\[2ex] \dfrac{\text{Sin } \alpha}{\text{Cos } \alpha} = \dfrac{\frac{y}{r}}{\frac{x}{r}} = \dfrac{y}{r} \cdot \dfrac{r}{x} = \dfrac{y}{x} \end{array}\right\} \therefore \text{Tg } \alpha = \frac{\text{Sin } \alpha}{\text{Cos } \alpha}$$

6. Nilai fungsi trigonometri untuk sudut istimewa

a) Sudut 30° dan 60°

Perhatikan gambar berikut!



Gambar 6

Perbandingan panjang sisi pada segitiga tersebut adalah

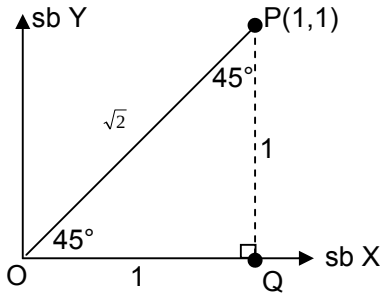
PQ : PO : OQ = 1 : 2 : √3 , sehingga diperoleh:

$$\text{Sin } 30° = \frac{1}{2}, \qquad \text{Cos } 30° = \frac{1}{2}\sqrt{3}, \qquad \text{Tg } 30° = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3}\sqrt{3},$$

$$\text{Sin } 60° = \frac{1}{2}\sqrt{3}, \qquad \text{Cos } 60° = \frac{1}{2}, \qquad \text{Tg } 60° = \sqrt{3},$$

b) Sudut 45°

Perhatikan gambar berikut!



Gambar 7

$$\text{Sin } 45° = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$\text{Cos } 45° = \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

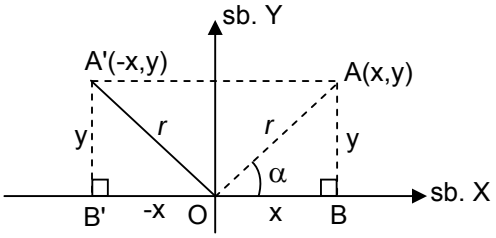
$$\text{Tg } 45° = \frac{1}{1} = 1$$

c) Sudut 0° dan 90 °

Nilai fungsi trigonometri untuk sudut 0° dan 90° diserahkan pada para peserta sebagai bahan diskusi.

7. Nilai fungsi trigonometri untuk sudut di kudran lain

Kuadran II



Gambar 8

Perhatikan gambar di samping!

$\angle BOA = \alpha$

$\angle A'OB' = \alpha$

$\angle BOA' = 180° - \alpha$

Sin $\alpha = \frac{y}{r}$

Sin $(180° - \alpha) = \frac{y}{r}$

$Sin\ (180° - \alpha) = Sin\ \alpha$

Cos $\alpha = \frac{x}{r}$

Cos $(180° - \alpha) = \frac{-x}{r}$

$Cos\ (180° - \alpha) = -Cos\ \alpha$

Tg $\alpha = \frac{y}{x}$

Tg $(180° - \alpha) = \frac{y}{-x}$

$Tg\ (180° - \alpha) = -Tg\ \alpha$

Contoh 3:

a. Sin 150° = ?

Sin 150° = Sin (180° - 30°)

= Sin 30°

$= \frac{1}{2}$

b. Cos 120° = ?

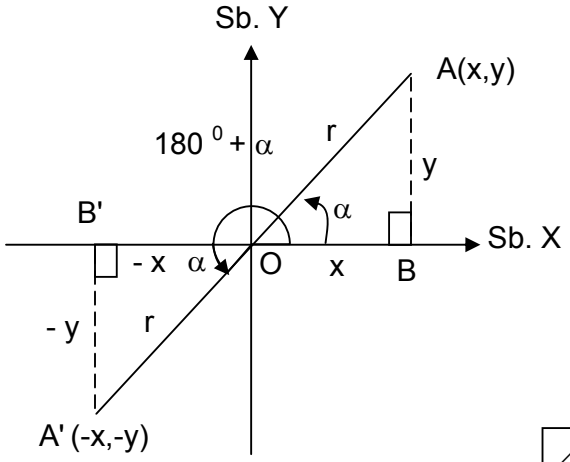
Cos 120° = Cos (180° - 60°)

= - Cos 60°

$= -\frac{1}{2}$

Kuadran III

Perhatikan gambar berikut !



Gambar 9

$\angle$ B O A = α

$\angle$ B' O A' = α

$\angle$ B O A' = 180 ^{0} + α

Dari Gambar 9 diperoleh sebagai berikut.

Sin $\alpha = \frac{y}{r}$

Sin (180 ^{0} + α)= $-\frac{y}{r}$

Sin (180 ^{0} + α) = - Sin α

Cos $\alpha = \frac{x}{r}$

Cos (180 ^{0} + α) = $-\frac{x}{r}$

Cos (180 ^{0} + α) = - Cos α

Tg $\alpha = \frac{y}{r}$

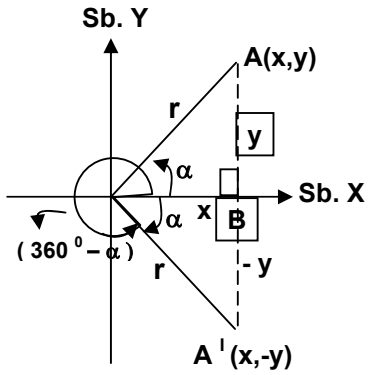
Tg (180 ^{0} + α) = $\frac{y}{r}$

Tg (180 ^{0} + α) = Tg α

Contoh 4: $\text{Cos } 240^0 = \text{Cos } (180^0 + 60^0)$

$= -\text{Cos } 60^0 = -\frac{1}{2}$

Perhatikan gambar berikut !



Gambar 9a

$\text{Sin } \alpha = \frac{y}{r}$

$\text{Sin } (360^0 - \alpha) = -\frac{y}{r}$

$\text{Sin } (360^0 - \alpha) = -\text{Sin } \alpha$

$\text{Cos } \alpha = \frac{x}{r}$

$\text{Cos } (360^0 - \alpha) = \frac{x}{r}$

$\text{Cos } (360^0 - \alpha) = \text{Cos } \alpha$

$\text{Tg } \alpha = \frac{y}{x}$

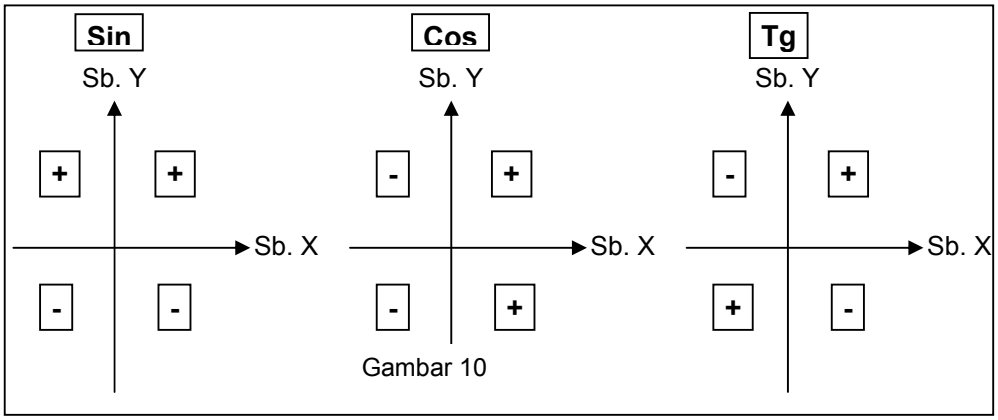
$\text{Tg } (360^0 - \alpha) = -\frac{y}{x}$

$\text{Tg } (360^0 - \alpha) = -\text{Tg } \alpha$

Contoh 4a: $\text{Tg } 300^0 = \text{Tg } (360^0 - 60^0)$

$= -\text{Tg } 60^0 = -\sqrt{3}$

Dari 4 kasus letak suatu sudut dalam bidang koordinat, maka dapat disimpulkan sebagai berikut.

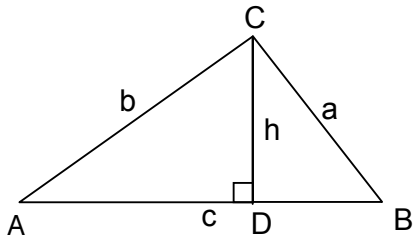


Gambar 10

8. Aturan Sinus, Aturan Cosinus, dan Luas Segitiga

a. Aturan Sinus

Perhatikan gambar berikut ini!



Gambar 11

:: Perhatikan Δ ADC

Sin $A = \frac{h}{b}$, sehingga h = b Sin A ...(*)

:: Perhatikan Δ BDC

Sin $B = \frac{h}{a}$, sehingga h = a Sin B ...(**)

Dari (*) dan (**) diperoleh

$$\left.\begin{array}{l} h = b \text{ Sin } A \\ h = a \text{ Sin } B \end{array}\right\} b \text{ Sin A} = a \text{ Sin } B$$

Jadi

$$\boxed{\frac{a}{\text{Sin } A} = \frac{b}{\text{Sin } B}}$$

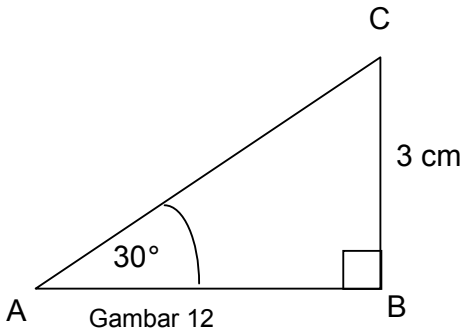
Dengan cara yang sama dapat diperoleh:

$$\boxed{\frac{b}{\text{Sin B}} = \frac{c}{\text{Sin C}}}$$

Sehingga disimpulkan:

$$\boxed{\frac{a}{\text{Sin A}} = \frac{b}{\text{Sin B}} = \frac{c}{\text{Sin C}}}$$

Contoh 5: Dari Gambar 12 berikut tentukan panjang AC.



Gambar 12

Penyelesaian:

Menurut Aturan Sinus diperoleh:

$$\frac{BC}{\text{Sin}\,30^\circ} = \frac{AC}{\text{Sin}\,90^\circ}$$

$$AC = \text{Sin}\,90^\circ \frac{BC}{\text{Sin}\,30^\circ}$$

$$= 1.\frac{3cm}{\frac{1}{2}}$$

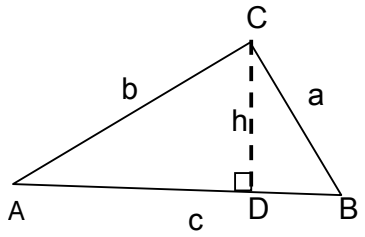
$$= 3cm.2$$

$$= 6\,cm$$

Jadi panjang AC adalah 6 cm.

b. Aturan Cosinus

Perhatikan gambar berikut!



AB = *c* , BC = *a* , AC = *b*

Gambar 13

Perhatikan Δ BDC

Sin $B = \dfrac{h}{a}$ ⇔ $h = a$ Sin B

Cos $B = \dfrac{BD}{a}$ ⇔ $BD = a$ Cos B

$AD = AB - BD$

$= c - a$ Cos B

Perhatikan Δ ADC.

$$
\begin{aligned}
b^2 &= h^2 + AD^2 \\
&= (a \operatorname{Sin} B)^2 + (c - a \operatorname{Cos} B)^2 \\
&= a^2 \operatorname{Sin}^2 B + c^2 - 2ac \operatorname{Cos} B + a^2 \operatorname{Cos}^2 B \\
&= a^2 \operatorname{Sin}^2 B + a^2 \operatorname{Cos}^2 B - 2ac \operatorname{Cos} B \\
&= a^2 (\operatorname{Sin}^2 B + \operatorname{Cos}^2 B) + c^2 - 2ac \operatorname{Cos} B \\
&= a^2 + c^2 - 2ac \operatorname{Cos} B.
\end{aligned}
$$

Jadi $b^2=a^2 + c^2 – 2ac \cos B$.

Dengan cara yang sama dapat diperoleh $a^2=b^2 + c^2 – 2bc \cos A$ dan $c^2=a^2 + b^2 – 2ab \cos C$.

Sehingga disimpulkan sebagai berikut.

Jika a, b, dan c masing-masing menyatakan panjang sisi segitiga ABC, maka berlaku suatu aturan yang disebut sebagai “aturan cosinus”, yaitu:

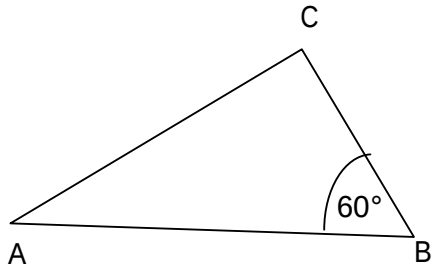
1). $a^2=b^2 + c^2 – 2bc \cos A$;

2). $b^2=a^2 + c^2 – 2ac \cos B$;

3). $c^2=a^2 + b^2 – 2ab \cos C$;

Contoh 5:

Perhatikan gambar berikut.



Gambar 14

Jika AB=8 dan BC=5, tentukan panjang AC.

Penyelesaian:

$\angle$ B = 60°

AB = 8

BC = 5

$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2.AB.BC \text{ Cos } 60^o$

$= 8^2 + 5^2 - 2.8.5.\frac{1}{2}$

$= 64 + 25 - 40$

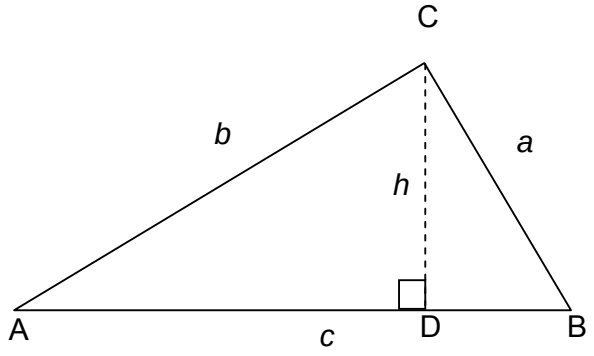
$= 49$

$AC = 7$

Jadi panjang AC adalah 7.

c. Luas Segitiga

Perhatikan gambar berikut.



Gambar 15

AB = *c*,

BC = *a*,

AC = *b*,

h = b . Sin A

Luas Δ ABC $= \frac{1}{2} AB \ . CD$

$= \frac{1}{2} c.b \text{ Sin } A$

$= \frac{1}{2} b.c.\text{Sin } A$

Dengan cara yang sama diperoleh

Luas Δ ABC $\frac{1}{2}$ ac sin B dan Luas Δ ABC = $\frac{1}{2}$ ab sin C

Disimpulkan:

Jika a, b, dan c masing-masing menyatakan panjang sisi segitiga ABC, maka luas segitiga ABC adalah L, dengan

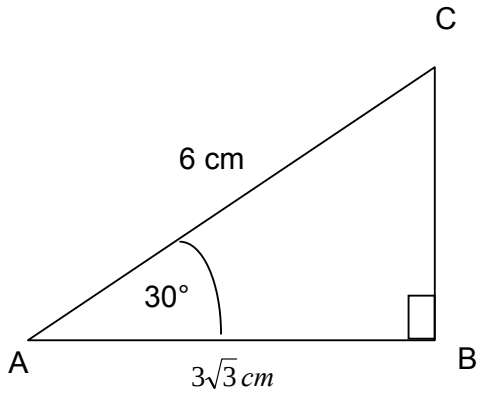
$$L = \frac{1}{2} ab \sin C$$

$$= \frac{1}{2} ac \sin B$$

$$= \frac{1}{2} bc \sin A.$$

Contoh 6:

Hitunglah luas segitiga ABC jika diketahui dalam gambar berikut.



Gambar 16

Penyelesaian:

$$\text{Luas } \Delta \text{ ABC} = \frac{1}{2} .AB.\ AC \text{ Sin } A$$

$$= \frac{1}{2}(3\sqrt{3})(6) \text{ Sin } 30^o.$$

$$= \frac{1}{2}(18)\sqrt{3})\ (\frac{1}{2})$$

$$= \frac{9}{2}\sqrt{3}$$

Jadi luas Δ ABC adalah $\frac{9}{2}\sqrt{3}$ cm^2.

C. Latihan

1. Tentukan nilai fungsi trigonometri titik-titik yang terletak pada kaki terminal

   a. (3,4) b. (2,5) c. (2,2) d. (0,2)

   e.(4,-2) f. (-1,3) g. (-3,-1) h. (√2, √2)

2. Tentukan nilai fungsi trigonometri berikut ini, dengan menggunakan kalkulator atau tabel.

   a. sin 18,5° b. sin 50,2° c. sin 371,4° d. cos 27,6°

   e. cos 212,5° f. cos 543,6° g. tg 41,4° h. tg 323,1°

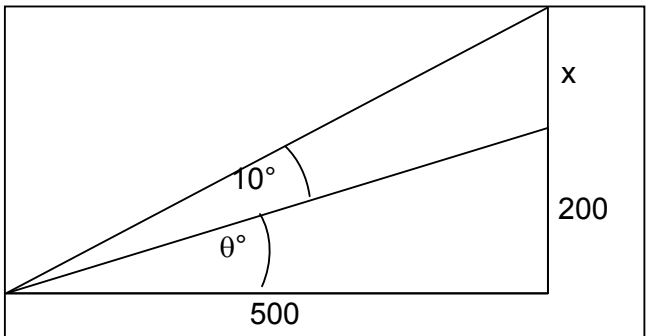
3. Segitiga ABC siku-siku di A. Tentukan nilai fungsi trigonometri sudut lancip B, dan C jika diketahui:

   a. a = 8, b = 4 b. c = 5, a = 9

   c. b = 7,5 , c = 13,4 d. c = 21, ∠B = 27,3°

   e. b = 9,4 , ∠B = 62,7° f. b= 10,2,∠B = 16,2°

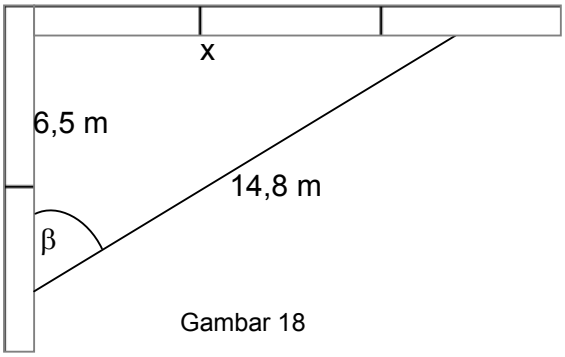
4. Tentukan nilai x pada gambar berikut.



Gambar 17

5. Sebuah tangga disandarkan pada tembok dengan sudut elevasi sebesar 67°. Jika jarak tangga dengan tembok 5 m, tentukan panjang tangga tersebut.

6. Dari titik A orang dapat melihat puncak sebuah menara dengan sudut elevasi 20°. Setelah berjalan mendekati menara sejauh 75 m dari titik B ia dapat melihat puncak menara dengan sudut elevasi 40°. Tentukan tinggi menara tersebut.
7. Tentukan nilai β dan x pada gambar berikut.



Gambar 18

8. Seorang penumpang pesawat melihat dua bangunan utama sebuah kota, sebut bangunan P dan Q dengan sudut depresi masing-masing 17° dan 43°. Jika ketinggian pesawat saat pengamatan adalah 1200 m, tentukan jarak kedua bangunan tersebut.

D. Lembar Kegiatan

Dibentuk kelompok diskusi untuk membahas tentang:

1. Pembuktian rumus luas segitiga, jika segitiga yang diberikan adalah segitiga tumpul.
2. Rencana Pelaksanaan Pembelajaran untuk materi Aturan Sinus, Aturan Cosinus, dan Luas Segitiga.

E. Rangkuman

1. Konsep sudut didasarkan atas gerak rotasi suatu sinar pada titik pangkalnya, dari posisi awal ke posisi akhir.
2. Satuan besar sudut dapat menggunakan sistem seksagesimal, sistem radian, dan sistem sentisimal.

3. Dengan menggunakan fungsi trigonometri, maka untuk sebarang segitiga berlaku aturan sinus, aturan cosinus, dan rumus luas segitiga.

F. Tes Formatif 1

Tes obyektif

1. Sudut yang besarnya 95 grad terletak di kuadran
   a. I
   b. II
   c. III
   d. IV
2. Sudut yang besarnya $45^o13'30''$ sama dengan .... radian.
   a. 0,789327
   b. 0,879237
   c. 0,978327
   d. 0,798237
3. Nilai tangen 150 grad adalah
   a. $\sqrt{3}$
   b. $-\frac{1}{3}\sqrt{3}$
   c. 1
   d. -1
4. Diketahui segtiga lancip ABC, Jika AC=10 cm, BC=8 cm, dan sudut BAC adalah 40°, maka panjang AB adalah
   a. 2,9 cm
   b. 9,2 cm
   c. 12,4 cm
   d. 4,12 cm
5. Diketahui segitiga ABC dengan a = 12, b = 10, dan $A=40^o$. Besar sudut B adalah
   a. $32^o24'$

b. $147^o36'$
c. $53{,}57^o$
d. 57°

6. Diketahui segitiga ABC dengan b = 4, c = 5, dan A=115°. Nilai a adalah
   a. 7,61
   b. 7,16
   c. 6,71
   d. 6,17
7. Diketahui segitiga ABC dengan a = 3,46, b = 5,39, dan c=7,12. Besar C adalah
   a. 105°
   b. 75°
   c. 55°
   d. 135°
8. Diketahui segitiga ABC dengan b = 6 cm, c = $3\sqrt{3}$ cm. Jika segitiga tersebut siku-siku di B, maka besar C adalah
   a. 30°
   b. 60°
   c. 45°
   d. 75°
9. Segitiga ABC mempunyai panjang sisi AB = 14 cm, besar $\angle$ABC = 30°. Jika luas segitiga ABC adalah 35 cm^2, maka panjang sisi BC adalah
   a. 5 cm
   b. 10 cm
   c. 15 cm
   d. 20 cm
10. Seorang pilot dari sebuah pesawat dapat melihat dua buah kapal, sebut kapal A dan kapal B dengan sudut depresi masing–

masing 15° dan 75°. Jika saat itu pesawat dalam ketinggian 150 kaki, berapakah jarak kedua kapal tersebut saat itu?

a. 591,6 kaki
b. 651,9 kaki
c. 519,6 kaki
d. 615,9 kaki

Tes uraian

1. Pada segitiga ABC diketahui besar sudut A= 45° dan sudut B = 30° . Tentukan perbandingan a:b.
2. Sebuah jajargenjang mempunyai panjang sisi-sisi 10 cm dan 12 cm. Jika diketahui panjang diagonal pendeknya adalah 7 cm, maka hitunglah panjang diagonal panjangnya.
3. Hitung luas segilima beraturan jika panjang sisinya adalah 10 cm.

BAB III KEGIATAN BELAJAR 2

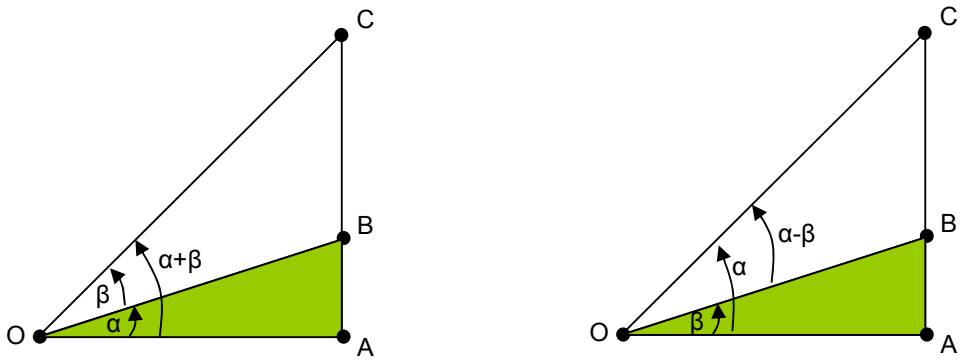
A. Kompetensi dan Indikator

1. Kompetensi
   a. menggunakan manipulasi aljabar untuk merancang rumus dan menyusun bukti.
2. Indikator
   a. melakukan manipulasi aljabar dalam perhitungan teknis yang berkaitan dengan rumus-rumus trigonometri.
   b. menggunakan rumus trigonometri jumlah dua sudut, selisih dua sudut dan sudut ganda.
   c. merancang rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut dan sudut ganda.

B. Uraian Materi

1. Rumus Trigonometri Jumlah dan Selisih Dua Sudut

Misalkan diketahui dua sudut, masing-masing sudut α dan sudut β. Jumlah sudut dengan sudut (+) dan selisih sudut dan sudut (-), secara visual dapat disajikan dalam geometri bidang datar sebagaimana diperlihatkan pada gambar di bawah ini.



(a) Jumlah dua sudut (α+β) (b) Selisih dua sudut (α-β)

Gambar 19

Pada Gambar (a): ∠AOB = α radian

∠BOC = β radian

sehingga ∠ AOC = (α + β) radian

Pada Gambar (b): ∠AOB = α radian

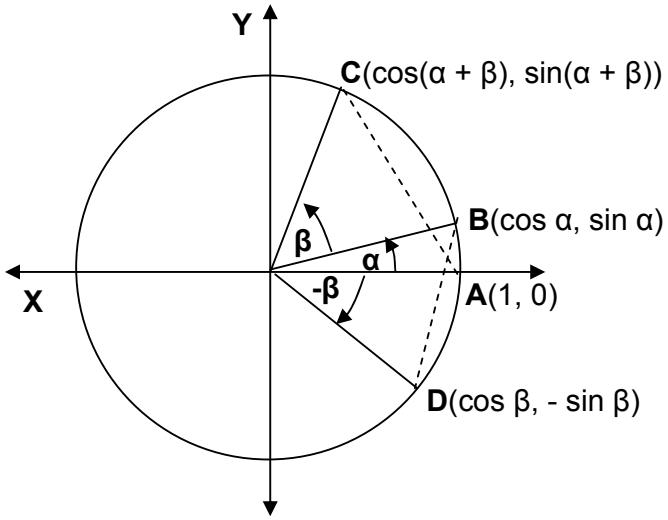
∠AOC = β radian

sehingga ∠ BOC = (α - β) radian

a. Rumus untuk cos (α ± β)

1). Rumus untuk cos (α + β)

Pada gambar di bawah ini diperlihatkan sebuah lingkaran dengan jari-jari 1 satuan (disebut Lingkaran satuan), sehingga titik A mempunyai koordinat (1,0).



Gambar 20

Misalkan <AOB = α <BOC = β, maka:

<AOC = <AOB +<BOC = $\alpha + \beta$.

Dengan mengambil sudut pertolongan <AOD = -β,

maka ΔAOC kongruen dengan ΔBOD.

Akibatnya:

AC=BD atau $AC^2 = BD^2$ .....(*)

Kita ingat bahwa koordinat Cartesius sebuah titik

dapat dinyatakan sebagai (*r cos* α, *r sin* α), sehingga:

1. koordinat titik B(cos α, sin α)
2. koordinat titik C(cos ($\alpha + \beta$), sin ($\alpha + \beta$)), dan
3. koordinat titik D(*cos*(-β), *sin*(-β)) = (*cos* β, *-sin* β).

Ingat bahwa jari-jari lingkaran adalah *r=1*. Dengan menggunakan rumus jarak antara dua titik diperoleh:

Titik A(0,1) dan C(cos($\beta + \alpha$), sin($\beta + \alpha$))

$$AC^2 = \{\cos(\alpha + \beta) - 1\}^2 + \{\sin(\alpha + \beta) - 0\}^2$$

$\Leftrightarrow AC^2 = \cos^2(\alpha+\beta) - 2\cos(\alpha+\beta) + 1 + \sin^2(\alpha+\beta)$

$\Leftrightarrow AC^2 = \{\underbrace{\cos^2(\alpha+\beta) + \sin^2(\alpha+\beta)}_{=1}\} + 1 - 2\cos(\alpha+\beta)$

$\Leftrightarrow AC^2 = 2 - 2\cos(\alpha+\beta)$ ……..(**)

Titik B(cos α, sin α) dan D(cos β, - sin β)

$BD^2 = (\cos\beta - \cos\alpha)^2 + (-\sin\beta - \sin\alpha)^2$

$\Leftrightarrow BD^2 = \cos^2\beta - 2\cos\alpha\cos\beta + \cos^2\alpha + \sin^2\beta + 2\sin\alpha\sin\beta + \sin^2\alpha$

$\Leftrightarrow BD^2 = \underbrace{(\cos^2\beta + \sin^2\beta)}_{=1} + \underbrace{(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha)}_{=1} - 2\cos\alpha\cos\beta + 2\sin\alpha\sin\beta$

$\Leftrightarrow BD^2 = 2 - 2\cos\alpha\cos\beta + 2\sin\alpha\sin\beta$ ……..(***)

Karena $AC^2 = BD^2$, maka diperoleh hubungan :

$2 - 2\cos(\alpha+\beta) = 2 - 2\cos\alpha\cos\beta + 2\sin\alpha\sin\beta$

$\Leftrightarrow \cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$

Jadi, rumus untuk cos (α + β) adalah :

$$\boxed{\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta}$$

Catatan :

Rumus di atas berlaku untuk tiap sudut α dan β dan berlaku untuk tiap ukuran sudut (dalam ukuran radian atau ukuran derajat). Jika sudut-sudut dinyatakan dalam ukuran derajat, maka rumusnya menjadi :

$$\cos(\alpha^o + \beta^o) = \cos\alpha^o \cos\beta^o - \sin\alpha^o \sin\beta^o$$

2). Rumus untuk cos (α - β)

Rumus untuk cos (α – β) dapat diperoleh dari rumus untuk cos (α+β) dengan cara mengganti sudut β dengan sudut (-β) sebagai berikut

$\cos(\alpha + (-\beta)) = \cos\alpha \cos(-\beta) - \sin\alpha \sin(-\beta)$

$\Leftrightarrow \quad \cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha (-\sin\beta)$

$\Leftrightarrow \quad \cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta$

Jadi, rumus untuk cos (α – β) adalah :

$$\boxed{\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta}$$

Kedua rumus di atas dapat dituliskan secara bersama sebagai berikut :

$$\boxed{\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cos\beta \mp \sin\alpha \sin\beta}$$

b. Rumus untuk sin (α ± β)

1). Rumus untuk sin (α + β)

Rumus sin (α+ β) dapat ditentukan dengan menggunakan rumus-rumus yang pernah kita pelajari sebelumnya, yaitu :

a) Rumus sudut berelasi :

$$(i)\ \sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \cos\ \alpha$$

$$(ii)\ \cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \sin\ \alpha$$

b) Rumus cos (α – β) = cos α cos β + sin α sin β

Berdasarkan rumus a) bagian (ii), diperoleh hubungan sebagai berikut:

$$\sin(\alpha + \beta) = \cos(\frac{\pi}{2} - (\alpha + \beta))$$

$$<=> \quad \sin(\alpha + \beta) = \cos((\frac{\pi}{2} - \alpha) - \beta)$$

$$<=> \ \sin(\alpha + \beta) = \cos(\frac{\pi}{2} - \alpha)\cos\ \beta + \sin(\frac{\pi}{2} - \alpha)\sin\ \beta$$

$$<=> \ \sin(\alpha + \beta) = \sin\ \alpha\ \cos\ \beta + \cos\ \alpha\ \sin\ \beta$$

Jadi rumus untuk sin (α + β) adalah

sin (α + β) = sin α cos β + cos α sin β

2). Rumus untuk sin (α - β)

Rumus sin (α – β) dapat diperoleh dari rumus untuk sin (α + β) dengan cara menggantikan sudut β dengan sudut (-β) sebagai berikut :

sin (α +(–β)) = sin α cos (-β) + cos α sin (-β)

⇔ sin (α – β) = sin α cos β + cos α (- sin β)

⇔ sin (α – β) = sin α cos β – cos α sin β

Jadi rumus untuk sin (α – β) adalah

sin (α - β) = sin α cos β - cos α sin β

Kedua Rumus di atas dapat ditulis bersamaan sebagai berikut :

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$$

Catatan :

Cos (-β) = cos β dan sin (-β) = - sin β

Jika sudut-sudut dinyatakan dalam ukuran derajat, rumus di atas dapat ditulis menjadi

$$\sin(\alpha^o \pm \beta^o) = \sin\alpha^o\cos\beta^o \pm \cos\alpha^o\sin\beta^o$$

c. Rumus untuk tan (α ± β)

1). Rumus untuk tan (α + β)

Rumus untuk perbandingan $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$, maka

$$\tan(\alpha+\beta) = \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha+\beta)}$$

$$\Leftrightarrow \tan(\alpha+\beta) = \frac{\sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta} \times \frac{\dfrac{1}{\cos\alpha\cos\beta}}{\dfrac{1}{\cos\alpha\cos\beta}}$$

$$\Leftrightarrow \tan(\alpha+\beta) = \frac{\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} + \dfrac{\sin\beta}{\cos\beta}}{1 - \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\dfrac{\sin\beta}{\cos\beta}}$$

$$\Leftrightarrow \tan(\alpha+\beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta}$$

Jadi, rumus untuk $\tan(\alpha+\beta)$ adalah: $\boxed{\tan(\alpha+\beta)=\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}}$

2). Rumus untuk tan (α - β)

Rumus untuk $\tan(\alpha-\beta)$ dapat diperoleh dari rumus dengan cara mengganti sudut β dengan sudut (-β) sebagai berikut.

$$\tan(\alpha+(-\beta)) = \frac{\tan\alpha+\tan(-\beta)}{1-\tan\alpha\tan(-\beta)}$$

$$\Leftrightarrow \tan(\alpha-\beta)) = \frac{\tan\alpha+(-\tan\beta)}{1-\tan\alpha(-\tan\beta)}$$

$$\Leftrightarrow \tan(\alpha-\beta)) = \frac{\tan\alpha-\tan\beta)}{1+\tan\alpha\tan\beta)}$$

Jadi, rumus untuk $\tan(\alpha-\beta)$ adalah: $\boxed{\tan(\alpha-\beta))=\dfrac{\tan\alpha-\tan\beta)}{1+\tan\alpha\tan\beta)}}$

Kedua rumus di atas dapat ditulis secara bersama sebagai berikut:

$$\tan(\alpha\pm\beta) = \frac{\tan\alpha\pm\tan\beta}{1\mp\tan\alpha\tan\beta}$$

Catatan: $\tan(-\beta) = -\tan\beta$

Jika sudut-sudut dinyatakan dalam ukuran derajat, rumus tersebut dapat ditulis menjadi:

$$\boxed{\tan(\alpha^o \pm \beta^o) = \frac{\tan\alpha^o \pm \tan\beta^o}{1 \mp \tan\alpha^o \tan\beta^o}}$$

2. Rumus Trigonometri Sudut Ganda

Misalkan α adalah sebuah sudut tunggal, maka dua kali sudut α (ditulis: 2 α) disebut juga sebagai sudut ganda atau sudut rangkap. Trigonometri sudut ganda, yaitu sin 2α, cos 2α, dan tan 2α mengikuti kaidah-kaidah tertentu yang dirangkum dalam rumus-rumus trigonometri sudut ganda. Kajian diawali dengan pembuktian rumus untuk sin 2 α.

d. Rumus untuk Sin 2 α.

Perhatikan kembali rumus berikut

$$\text{Sin}(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$$

Apabila sudut β diganti dengan α atau subtitusi β = α, maka rumus di atas menjadi:

$$\sin(\alpha + \alpha) = \sin\alpha\cos\alpha + \cos\alpha\sin\alpha$$

$$\Leftrightarrow \sin 2\alpha = \sin\alpha\cos\alpha + \cos\alpha\sin\alpha$$

$$\Leftrightarrow \sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

karena $\sin\alpha\cos\alpha = \cos\alpha\sin\alpha$

Jadi, rumus untuk sin 2α adalah:

$$\boxed{\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha}$$

e. Rumus untuk Cos 2 α.

Kita ingat kembali rumus untuk . $\cos(\alpha + \beta)$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$

Dengan mengganti sudut β dengan α atau subtitusi β = α, maka rumus di atas menjadi:

$$\cos(\alpha + \alpha) = \cos\alpha\cos\alpha - \sin\alpha\sin\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

Jadi, rumus untuk cos 2α adalah:

$$\boxed{\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha}$$

f. Rumus untuk Tan 2 α.

Perhatikan kembali rumus tan (α + β)

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta}$$

Dengan mengganti sudut β dengan α atau substitusi β = α, maka rumus diatas menjadi:

$$\tan(\alpha + \alpha) = \frac{\tan\alpha + \tan\alpha}{1 - \tan\alpha\tan\alpha}$$

$$\Leftrightarrow \tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1 - \tan^2\alpha}$$

Jadi rumus untuk tan 2α adalah:

$$\boxed{\tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1 - \tan^2\alpha}}$$

Catatan:

1. Dalam menentukan rumus-rumus trigonometri sudut 2α , kita mengganti sudut β = α. Dalam hal demikian, sudut α dan β disebut sudut kembar
2. Rumus-rumus trigonometri sudut rangkap juga berlaku untuk sudut-sudut yang dinyatakan dalam derajat.

$$\sin 2\alpha^\circ = 2\sin\alpha^\circ \cos\alpha^\circ$$

$$\cos 2\alpha^\circ = \cos^2\alpha^\circ - \sin^2\alpha^\circ$$

$$\cos 2\alpha^\circ = 2\cos^2\alpha^\circ - 1$$

$$\cos 2\alpha^\circ = 1 - 2\sin^2\alpha^\circ$$

$$\tan 2\alpha^\circ = \frac{2\tan\alpha^\circ}{1-\tan^2\alpha^\circ}$$

C. Latihan

1. Jika diketahui cos $\alpha = \frac{5}{13}$, α sudut lancip, maka nilai cos 2α = … .

2. Jika sin (α+β)= $\frac{3}{4}$ dan sin (α-β) = $\frac{1}{2}$, maka nilai sec α cosecβ = … .

3. Jika cos (α-30)^o = sin α^o, maka nilai tan α^o = … .

4. Jika α= 75°, tentukan nilai sin α , cos α, dan tan α

5. Nilai cosec $\frac{\pi}{12}$ adalah … .

6. Jika diketahui cos (α+β) = $\frac{1}{2}$ cos (α-β), maka tan β tan α = … .

7. Dengan memanfaatkan rumus sinus sudut rangkap, dapatkan rumus sin $\frac{1}{2}\alpha$.

8. Buktikan bahwa untuk sebarang sudut α dan β berlaku:

   a. sin α cos β = $\frac{1}{2}$(sin (α + β)+ sin (α - β))

   b. cos α sin β = $\frac{1}{2}$(sin (α + β)- sin (α - β))

D. Lembar Kegiatan

Dibentuk kelompok diskusi untuk membahas tentang:

1. Pembuktian rumus sinus, cosinus, dan tan untuk sudut $\frac{1}{2}\theta$.
2. Rencana Pelaksanaan Pembelajaran untuk materi Rumus Trigonometri sudut rangkap.

E. Rangkuman

Untuk semarang dua sudut α dan β berlaku:

1. cos (α ± β) = cos α cos β $\mp$ sin α sin β
2. sin (α ± β) = sin α cos β ± cos α sin β
3. $\tan(\alpha \pm \beta) = \dfrac{\tan\alpha \pm \tan\beta}{1 \mp \tan\alpha \tan\beta}$

F. Tes Formatif 2

Tes obyektif

1. Jika diketahui sec $\alpha = \frac{13}{5}$, α sudut lancip, maka nilai sin 2α = … .

   a. $\frac{13}{24}$ b. $\frac{120}{169}$

   c. $\frac{12}{13}$ d. $\frac{124}{169}$

2. Jika sin $(\alpha+\beta) = \frac{3}{4}$ dan sin $(\alpha-\beta) = \frac{1}{2}$, maka nilai cosec α secβ = … .

   a. $\frac{5}{4}$ b. $\frac{5}{8}$

   c. $\frac{8}{5}$ d. $\frac{4}{5}$

3. Jika cos $(\alpha-30)^o$ = sin α^o, maka nilai sec α^o = … .

   a. $\frac{1}{2}$ b. 1

   c. $\sqrt{3}$ d. 2

4. Nilai tan 15° adalah … .

   a. 1 + $\sqrt{3}$ b. 2 - $\sqrt{3}$

   c. 1 - $\sqrt{3}$ d. 2 + $\sqrt{3}$

5. Nilai cos $\frac{\pi}{12}$ adalah … .

   a. $\frac{1}{4}(\sqrt{2}+\sqrt{6})$ b. $\frac{1}{4}(\sqrt{2}-\sqrt{3})$

   c. $\frac{1}{2}(\sqrt{2}+\sqrt{6})$ d. $\frac{1}{2}(\sqrt{2}+\sqrt{3})$

6. Jika diketahui 2 cos $(\alpha+\beta)$ = cos $(\alpha-\beta)$, maka tan α tan β = … .

   a. $\frac{1}{4}$ b. $\frac{1}{3}$

   c. $\frac{1}{2}$ d. 1

7. Jika cos α = 0,28 maka nilai tan $\frac{\alpha}{2}$ adalah …..

a. $\pm\frac{3}{4}$ b. $\pm\frac{1}{2}$

c. $\frac{1}{4}$ d. 1

8. Nilai sin 18° adalah

a. $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$ b. $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$

c. $\frac{\sqrt{3}+1}{4}$ d. $\frac{\sqrt{3}-1}{4}$

9. Cos (45° – A) – Sin (45° + A) = ……..

a. -1 b. 0

c. 1 d. 2

10. Bentuk sederhana dari cos 2α cos α + sin 2α sin α adalah…..

a. cos α b. sin α

c. tan α d. sin 2α

Tes Uraian

2. Buktikan bahwa cot 2α + tan α = cosec 2α

3. Buktikan bahwa $\cos^6\alpha + \sin^6\alpha = 1 - \frac{3}{4}\sin^2 2\alpha$.

4. Buktikan bahwa cot (A + B) = $\frac{\cot A \cot B - 1}{\cot B + \cot A}$.

KUNCI JAWABAN TES FORMATIF 1

Tes Obyektif

1. b
2. a
3. d
4. c
5. b
6. a
7. a
8. b
9. b
10. c

Tes Uraian

1. Petunjuk: Gunakan aturan sinus.
2. Petunjuk: Gunakan aturan cosinus.
3. Petunjuk: Gunakan aturan luas segitiga.

KUNCI JAWABAN TES FORMATIF 2

Tes Obyektif

1. b
2. c
3. c
4. b
5. c
6. b
7. a
8. b
9. b
10. a

Tes Uraian

1. Petunjuk: Ruas Kiri dinyatakan dalam bentuk perbandingan dengan penyebut $\sin 2\alpha \cos\alpha$, dan selanjutnya gunakan Rumus Cosinus selisih dua sudut.
2. Petunjuk: Ruas Kiri dinyatakan sebagai perkalian 2 faktor, salah satunya adalah faktor $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha$, dan selanjutnya gunakan identitas trigonometri.
3. Petunjuk: Gunakan definisi Cotangen dan selanjutnya pembilang dan penyebut kedua ruas dibagi dengan sin A cos B.

GLOSARIUM

Seksagesimal	:	Sistem untuk menentukan satuan sudut dengan membagi satu putaran penuh menjadi 360 bagian yang sama besar, yang setiap bagiannya disebut sudut 1 derajat, dinotasikan 1°.
Radian	:	Sistem untuk menentukan satuan sudut yang menyatakan bahwa 1 radian adalah besar sudut dalam suatu lingkaran yang memiliki panjang busur di hadapan sudut tersebut sama dengan panjang jari-jari lingkaran tersebut.
Sentisimal	:	Sistem untuk menentukan satuan sudut dengan membagi satu putaran penuh menjadi 400 bagian yang sama besar, yang setiap bagiannya disebut sudut 1 grad, dinotasikan 1^g.

DAFTAR PUSTAKA

H.S. Hall & S.R. Knight, (1947). *Elementary Trigonometry*. London: Macmillan and Co, Ltd.

C.V.Durell & R.M.Wright, (1958). *Elementary Trigonometry*. London:G. Bell and Sons, Ltd.

Setiawan, (2004). *Pembelajaran Matematika Berorientasi Pakem.* Yogyakarta: P3G Matematika.

BAB I PENDAHULUAN

A. DESKRIPSI

Buku ajar ini berisi sebagian kecil dari materi aljabar yaitu Matriks dan Determinan, Sistem Persamaan Linear, dan program Linear. Materi ini mulai dikaji di tingkat SMA dalam bentuk sederhana kemudian dikembangkan di tingkat lanjut.

Secara geometris penyelesaian Sistem Persamaan Linear dua variable dapat digunakan untuk menentukan titik potong dua kurva. Matriks dan Determinan digunakan pada Geometri Transformasi juga pada Analisis dan Statistika. Program Linear pada matematika terapan digunakan untuk menyelesaikan masalah optimasi.

Kompetensi yang akan dicapai setelah mempelajari buku ajar ini adalah sebagai berikut.

Standar Kompetensi :

1. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linear dan pertidaksamaan satu variabel
2. Menyelesaikan masalah program linear
3. Menggunakan konsep matriks, vektor,dan Transformasi dalam pemecahan masalah

Kompetensi Dasar :

1.1 Menyelesaikan sistem persamaan linear dan sistem persamaan campuran linear dan kuadrat dalam dua variabel

1.2 Merancang model matematika dari masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linear

1.3 Menyelesaikan model matematika dari masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linear dan penafsirannya
1.4 Menyelesaikan sistem pertidaksamaan linear dua variabel
1.5 Merancang model matematika dari masalah program linier
1.6 model matematika dari masalah program linear dan penafsirannya
1.7 Menggunakan sifat-sifat dan operasi matriks untuk menunjukkan bahwa suatu matriks persegi merupakan invers dari matriks persegi lain
1.8 Menentukan determinan dan invers matriks ordo 3
1.9 Menggunakan determinan dan invers dalam penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel.

B. PRASYARAT

Tidak ada

C. PETUNJUK BELAJAR

Untuk mempelajari materi ini dapat ditempuh langkah-langkah berikut :

1 Pengertian dan definisi konsep-konsep harus dipahami dengan baik

2 Algoritma untuk menyelesaikan suatu masalah harus dikuasai dengan baik

3 Latihan soal harus dilakukan dengan sungguh-sungguh.

D. KOMPETENSI DAN INDIKATOR

Kompetensi Dasar :

1.1 Menyelesaikan sistem persamaan linear dan sistem persamaan campuran linear dan kuadrat dalam dua variabel

1.2 Merancang model matematika dari masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linear

1.3 Menyelesaikan model matematika dari masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linear danpenafsirannya

2.1 Menggunakan sifat-sifat dan operasi matriks untuk menunjukkan bahwa suatu matriks persegi merupakan invers dari matriks persegi lain

2.2 Menentukan determinan dan invers matriks ordo 3

2.3 Menggunakan determinan dan invers dalam penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel.

3.1 Menyelesaikan sistem pertidaksamaan linear dua variabel

3.2 Merancang model matematika dari masalah program linier

3.3 Menyelesaikan model matematika dari masalah program linear dan penafsirannya

Indikator yang diharapkan dikuasai peserta pelatihan setelah menyelesaikan seluruh kegiatan belajar ini adalah :

1. Menentukan penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel
2. Menentukan penyelesaian sistem persamaan linear tiga variabel
3. Mengidentifikasi masalah yang berhubungan dengan sistem persamaan linear
4. Membuat model matematika yang berhubungan dengan sistem persamaan linear
5. Menentukan penyelesaian model matematika dari masalah yang berhubungan dengan sistem persamaan linear
6. Mengidentifikasi masalah yang berhubungan dengan sistem persamaan linear

7. Membuat model matematika yang berhubungan dengan sistem persamaan linear
8. Menentukan penyelesaian model matematika dari masalah yang berhubungan dengan sistem persamaan linear
9. Menafsirkan hasil penyelesaian masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linear.
10. Mengenal arti sistem pertidaksamaan linear dua variabel
11. Menentukan penyelesaian sistem pertidaksamaan linear dua variabel
12. Mengenal matriks persegi
13. Melakukan operasi aljabar atas dua matriks
14. Menurunkan sifat-sifat operasi matriks persegi melalui contoh
15. Mengenal invers matriks persegi
16. Menentukan determinan matriks ordo 3
17. Menentukan invers dari matriks ordo 3
18. Menentukan persamaan matriks dari sistem persamaan linear
19. Menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel dengan matriks invers.
20. Menentukan persamaan matriks dari sistem persamaan linear
21. Menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel dengan matriks invers
22. Mengenal masalah yang merupakan program linear

23. Menentukan fungsi objektif dan kendala dari program linear
24. Menggambar daerah fisibel dari program linear
25. Merumuskan model matematika dari masalah program linear
26. Menentukan nilai optimum dari fungsi objektif
27. Menafsirkan solusi dari masalah program linear
28. Mengenal arti sistem pertidaksamaan linear dua variabel
29. Menentukan penyelesaian sistem pertidaksamaan linear dua variabel
30. Mengenal masalah yang merupakan program linear
31. Menentukan fungsi objektif dan kendala dari program linear
32. Menggambar daerah fisibel dari program linear
33. Merumuskan model matematika dari masalah program linear
34. Menentukan nilai optimum dari fungsi objektif
35. Menafsirkan solusi dari masalah program linear

BAB II SISTEM PERSAMAAN LINEAR

A. Kompetensi dan Indikator

Kompetensi Dasar

1. Menyelesaikan sistem persamaan linear dan sistempersamaan campuran linear dan kuadrat dalam dua variabel
2. Merancang model matematika dari masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linear
3. Menyelesaikan model matematika dari masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linear dan penafsirannya

Indikator

1. Menentukan penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel
2. Menentukan penyelesaian sistem persamaan linear tiga variabel
3. Mengidentifikasi masalah yang berhubungan dengan sistem persamaan linear
4. Membuat model matematika yang berhubungan dengan sistem persamaan linear
5. Menentukan penyelesaian model matematika dari masalah yang berhubungan dengan sistem persamaan linear
6. Mengidentifikasi masalah yang berhubungan dengan sistem persamaan linear
7. Membuat model matematika yang berhubungan dengan sistem persamaan linear
8. Menentukan penyelesaian model matematika dari masalah yang berhubungan dengan sistem persamaan linear

9. Menafsirkan hasil penyelesaian masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linear.
10. Mengenal arti sistem pertidaksamaan linear dua variabel
11. Menentukan penyelesaian sistem pertidaksamaan linear dua variabel

B. Uraian Materi

Sistem Persamaan Linier

Definisi

Persamaan linier dengan n variabel adalah persamaan yang berbentuk $a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_nx_n = b$ dengan a_1 , a_2 , …, a_n , b bilangan-bilangan riil.

Sistem persamaan linier (SPL) yang terdiri atas n persamaan dengan p variabel

x_1 , x_2 ,… , x_p berbentuk $\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1p}x_p = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2p}x_p = b_2 \\ \vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{np}x_p = b_n \end{cases}$ (*)

dengan a_{ij} dan b_j bilangan-bilangan riil untuk setiap i= 1,2,…,n dan j=1,2,…,p.

Urutan bilangan-bilangan (c_1, c_2, ..., c_p) dikatakan penyelesaian SPL (*) jika

$$\begin{cases} a_{11}c_1 + a_{12}c_2 + \cdots + a_{1p}c_p = b_1 \\ a_{21}c_1 + a_{22}c_2 + \cdots + a_{2p}c_p = b_2 \\ \vdots \\ a_{n1}c_1 + a_{n2}c_2 + \cdots + a_{np}c_p = b_n \end{cases}$$

Selanjutnya disini hanya dibicarakan SPL dengan 2 variabel dan 3 variabel.

Metoda dasar untuk menyelesaikan SPL adalah mengubah SPL yang diketahui menjadi SPL baru yang mempunyai himpunan penyelesaian sama tetapi lebih mudah menyelesaikannya. SPL baru ini umumnya diperoleh dengan sederet langkah menggunakan ketiga jenis operasi berikut untuk mengeliminasi variabel-variabel secara sistematis.

1. Mengalikan sebuah persamaan dengan bilangan riil tak-nol
2. Menukar dua persamaan
3. Menambah kelipatan dari satu persamaan pada persamaan yang lain.

Cara menyelesaikan SPL

1. Eliminasi

Langkah-langkah menyelesaikan SPL dengan eliminasi

a. Eliminasi variabel (jika perlu) sehingga diperoleh SPL dengan dua variabel

b. Selesaikan SPLdengan dua variabel yang diperoleh pada langkah 1

c. Dapatkan nilai variabel yang lain berdasarkan langkah 1 dan 2 di atas.

2. Substitusi

Langkah-langkah menyelesaikan SPL dengan substitusi

a. Nyatakan salah satu variabel pada sebuah persamaan dalamvariabel yang lain

b. Substitusikan variabel yang diperoleh pada langkah 1 ke dalam persamaan yang lain, sehingga diperoleh SPL dengan 2 variabel

c. Lakukan langkah 1 dan 2 untuk SPL dengan 2 variabel yang diperoleh pada langkah 2.

3. Gabungan eliminasi dan substitusi

Contoh Soal

1. Diketahui dua persamaan linear $x+y = 5$ dan $2x – y = 4$. Nilai x yang memenuhi sistem persamaan tersebut adalah …

Penyelesaian.

Metode substitusi

$x+y = 5 \leftrightarrow y = 5-x$

Substitusikan y ke persamaan $2x – y = 4$ sehingga menjadi

$2x-(5-x)=4 \leftrightarrow 3x = 9$. Berarti $x = 3$.

Metode Eliminasi

Menentukan nilai x berarti mengeliminasi y. Besar koefisien sama dan jenis berbeda berarti langsung ditambahkan saja.

$$\begin{array}{rl} x + y = 5 & \\ \underline{2x- y = 4} & + \\ 3x +0=9. & \end{array}$$

Jadi $x = 3$.

2. Dua buah buku dan tiga batang pensil harganya Rp5.250,00. Lima buah buku dan dua batang pensil harganya Rp9.000,00. Harga sebuah buku dan sebatang pensil adalah …

Penyelesaian

Misal harga sebuah buku adalah x dan harga sebuah pensil adalah y.

Model matematik

2x + 3y = 5.250 ….. (1)

5x + 2y = 9.000 …..(2)

Eliminasi y (1) x2 : 4x + 6y = 10.500

(2) x3 : 15x + 6y =27.000 -

-11x + 0 = -16.500 Jadi x = 1.500

Substitusi x pada (1) : 2(1.500) + 3y = 5.250 Jadi y = 750

Berarti x + y = 1.500 + 750 = 2.250.

Jadi harga sebuah buku dan sebatang pensil adalah Rp2.250,00

C. Latihan

1. Tentukan himpunan penyelesaian SPL $\begin{cases} 2x+5y=6 \\ 3x+4y=9 \end{cases}$

2. Tentukan himpunan penyelesaian SPL $\begin{cases} x-3y+7z=39 \\ x+2y-z=-8 \\ x-8y+4z=42 \end{cases}$

3. Jika uang lelah Rp220.000,00 diberikan kepada 4 orang tukang kebun dan 2 orang pembersih ruangan, dan Rp140.000,00 diberikan kepada 3 orang tukang kebun dan seorang pembersih

ruangan,maka masing-masing tukang kebun dan tenaga pembersih ruangan berturut-turut menerima uang lelah sebesar …

4. (Mat Dasar UMPTN 1993)

5. Enam tahun yang lalu jumlah umur ayah dan ibu adalah sebelas kali selisihnya. Sekarang umur ayah adalah tujuh per enam dari umur ibu. Lima tahun yang akan datang umur ayah dan ibu masing-masing …

6. (Mat Dasar UMPTN 1995)

7. Jika garis lurus $3x - 4y = 1$, $2x - 3y = -1$,dan $-x + 2y = k$ berpotongan di satu titik maka $k =$ …

8. (Mat Dasar UMPTN 1991)

D. Rangkuman

Jenis operasi berikut untuk mengeliminasi variabel-variabel secara sistematis.

1. Mengalikan sebuah persamaan dengan bilangan riil tak-nol

2. Menukar dua persamaan

3. Menambah kelipatan dari satu persamaan pada persamaan yang lain.

Cara menyelesaikan SPL

1. Eliminasi

Langkah-langkah menyelesaikan SPL dengan eliminasi

a. Eliminasi variabel (jika perlu) sehingga diperoleh SPL dengan dua variable

b. Selesaikan SPL dengan dua variabel yang diperoleh pada langkah 1

c. Dapatkan nilai variabel yang lain berdasarkan langkah 1 dan 2 di atas.

2. Substitusi

Langkah-langkah menyelesaikan SPL dengan substitusi

a. Nyatakan salah satu variabel pada sebuah persamaan dalam variabel yang lain

b. Substitusikan variabel yang diperoleh pada langkah 1 ke dalam persamaan yang lain, sehingga diperoleh SPL dengan 2 variabel

c. Lakukan langkah 1 dan 2 untuk SPL dengan 2 variabel yang diperoleh pada langkah 2.

E. Tes Formatif 1

Pilihlah satu jawaban yang benar !

1. Himpunan penyelesaian dari sistem persamaan $\begin{cases} p+q+r=12 \\ 2p-q+2r=12 \\ 2p+2q-r=18 \end{cases}$

   adalah {(p,q,r)} dengan p:q:r = ...

   (A) 3:2:1 (B) 2:3:5 (C) 1:2:4 (D) 3:4:5

2. Jika (a,b,c) penyelesaian sistem persamaan $\begin{cases} x+z=3 \\ 2y-z=1 \\ x-y=1 \end{cases}$

   maka a + b + c = ...

(A) 3 (B) 4 (C)6 (D) 8

3. Himpunan penyelesaian sistem persamaan $\begin{cases} \frac{5}{x}+\frac{4}{y}=13 \\ \frac{3}{x}-\frac{2}{y}=21 \end{cases}$ adalah {(a,b)}.

   Nilai a – b = ...

   (A) 8 (B) 2 (C) $\frac{8}{15}$ (D) $\frac{6}{15}$

4. Nilai x yang memenuhi sistem persamaan linear $\begin{cases} 2x-y=-8 \\ 2y+z=8 \\ 3x+y+z=-3 \end{cases}$ adalah

   (A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) -3

5. Sebuah bilangan berupa pecahan. Jika pembilangnya ditambah 2, maka nilai pecahan tersebut menjadi $\frac{1}{4}$ dan jika penyebutnya dikurangi 5 maka nilai pecahan tersebut menjadi $\frac{1}{5}$. Jumlah nilai pembilang dan penyebut pecahan tersebut adalah ...

   (A) 16 (B) 18 (C) 20 (D) 23

6. Suatu kios fotocopi mempunyai dua buah mesin, masing-masing berkapasitas 4 rim/jam dan 2 rim/jam. Jika pada suatu hari jumlah kerja kedua mesin tersebut 10jam dan menghasilkan 34 rim, maka lamanya mesin dengan kapasitas 4 rim/jam bekerja adalah ... jam.

   (A)5 (B) 4 (C) 9 (D) 7

7. Tujuh tahun yang lalu umur ayah sama dengan 6 kali umur Budi. Empat tahun yang akan datang 2 kali umur ayah sama dengan 5 kali umur Budi ditambah 9 tahun. Umur ayah sekarang adalah ... tahun.

   (A)39 (B) 43 (C) 49 (D) 54

8. Pada suatu hari Andi, Bayu, dan Jodi panen jeruk. Hasil kebun Jodi

   10kg lebih sedikit dari hasilkebun Andi dan lebih banyak 10 kg dari hasil kebun Bayu. Jika jumlah hasil panen dari ketiga kebun itu 195 kg, maka hasil panen Andi adalah ...kg

   (A) 55 (B) 65 (C) 75 (D) 85

9. Jika uang lelah Rp220.000,00 diberikan kepada 4 orang tukang kebun dan 2 orang pembersih ruangan dan Rp140.000,00 diberikan kepada 3 orang tukang kebun dan seorang pembersih ruangan, maka masing-masing tukang kebun dan pembersih ruangan berturut-turut menerima uang lelah sebesar ...

   (A) Rp50.000,00 dan Rp10.000,00 (B) Rp50.000,00 dan Rp30.000,00

   (C)Rp40.000,00 dan Rp30.000,00 (D)Rp30.000,00 dan Rp50.000,00

10. Harga 2 kg mangga, 2 kg jeruk, dan 1 kg anggur adalah

    Rp70.000,00 dan harga 1 kg mangga, 2kg jeruk, dan 2 kg anggur

    adalah Rp90.000,00. Jika harga 2kg mangga, 2kg jeruk, dan 3 kg

    anggur Rp130.000,00 maka harga 1 kg jeruk adalah ...

    (A)Rp5.000,00 (B)Rp7.500,00 (C)Rp10.000,00 (D)Rp12.000,00

Kerjakan soal-soal berikut !

1. Tentukan nilai z yang memenuhi sistem persamaan $\begin{cases} x+y+z=3 \\ 3y-z=21 \\ 2x+y+3z=-5 \end{cases}$.

2. Jumlah dua bilangan positif adalah 32. Jika jumlah dari kebalikan setiap bilangan tersebut adalah $\frac{2}{15}$, tentukan selisih dari bilangan terbesar dan terkecil !

3. Uang Amir Rp20.000,00 lebih banyak dibandingkan uang Budi, ditambah dua kali uang Doni. Jumlah uang Amir, Budi, dan Doni adalah Rp100.000,00. Selisih uang Budi dan Doni adalah Rp5.000,00. Berapakah uang Amir ?

BAB III MATRIKS DAN DETERMINAN

A. Kompetensi dan Indikator

Kompetensi Dasar

1. Menggunakan sifat-sifat dan operasi matriks untuk menunjukkan bahwa suatu matriks persegi merupakan invers dari matriks persegi lain
2. Menentukan determinan dan invers matriks ordo 3
3. Menggunakan determinan dan invers dalam penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel.

Indikator :

1. Mengenal matriks persegi
2. Melakukan operasi aljabar atas dua matriks
3. Menurunkan sifat-sifat operasi matriks persegi melalui contoh
4. Mengenal invers matriks persegi
5. Menentukan determinan matriks ordo 3
6. Menentukan invers dari matriks ordo 3
7. Menentukan persamaan matriks dari sistem persamaan linear
8. Menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel dengan matriks invers.
9. Menentukan persamaan matriks dari sistem persamaan linear

10. Menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel dengan matriks invers

B. Uraian Materi

Pengertian dan Macam-macam Matriks

Definisi

Matriks adalah susunan persegi panjang dari bilangan-bilangan dalam bentuk baris dan kolom.

Bilangan-bilangan tersebut disebut *entri* atau *komponen matriks*. Ukuran (ordo) matriks ditentukan oleh banyaknya baris dan kolom.

Contoh.

A = $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

Matriks A berukuran 2 x 3.Komponen-komponen baris ke satu matriks A adalah 1,2,0, dan komponen-komponen baris ke dua matriks A adalah -3,1,4. Komponen-komponen kolom kesatu matriks A adalah 1,-3. Komponen baris ke satu kolom ke tiga adalah 0.

Macam-macam Matriks

Secara umum, matriks A yang berukuran m x n ditulis sebagai berikut

A = $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ & & \dots & \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$

1.Matriks A disebut *matriks persegi* jika m= n. Komponen-komponen a_{11}, a_{12}, … , a_{nn}disebut komponen diagonal utama.

2.Matriks A disebut *matriks segitiga atas* jika a_{ij} = 0 untuk setiap i $>$ j.

3.Matriks A disebut *matriks segitiga bawah* jika a_j = 0 untuk setiap i $<$ j.

4. Matriks Adisebut *matriks diagonal* jika a_{ij} = 0 untuk setiap i $\neq$ j.

5. Matriks Adisebut *matriks skalar* jika A matriks diagonal dengan semua komponen diagonal utamanya sama.

6. Matriks A disebut *matriks identitas* jika A matriks diagonal dengan semua komponen diagonal utama adalah 1.

7. Matriks A disebut *matriks nol* jika semua komponen matriks A adalah 0.

8. Matriks A disebut *matriks baris* jika matriks A hanya mempunyai sebuah baris.

9. Matriks A disebut *matriks kolom* jika matriks A hanya mempunyai sebuah kolom.

Definisi

Dua buah matriks dikatakan *sama* jika ukurannya sama dan komponen-komponen yang bersesuaian sama.

Contoh

A = $(a_{ij})_{pxq}$ dan B = $(b_{ij})_{pxq}$.

A = B jika a_{ij} = b_{ij} untuk setiap I = 1, 2, …p dan j= 1, 2, … q.

Jika $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -7 & 9 \end{pmatrix}$ = $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ maka a = 2, b =5, c =-7, d= 9.

Definisi

Jika matriks A = $(a_{ij})_{pxq}$ maka *transpose* A, ditulis A^t, didefinisikan sebagai matriks berukuran qxp yang baris ke-i dari A^t merupakan kolom ke-i dari A dan kolom ke-j dari A^t merupakan baris ke-j dari matriks A.

Sifat-sifat Misalkan A dan B suatu matriks yang dapat dijumlahkan, A dan C suatu matriks yang dapat dikalikan dan k bilangan riil.

1. $(A^t)^t = A$
2. $(A+B)^t = A^t + B^t$
3. $(kA)^t = kA^t$
4. $(AC)^t = C^tA^t$.

Contoh

Jika matriks P = $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -7 & 9 \end{pmatrix}$ maka P^t = $\begin{pmatrix} 2 & -7 \\ 5 & 9 \end{pmatrix}$

Operasi Matriks

Definisi

Jika A = $(a_{ij})_{pxq}$ dan B = $(b_{ij})_{pxq}$ maka *jumlah* A dan B, ditulis A + B, didefinisikan sebagai A+B=(a_{ij} + b_{ij}) $_{pxq}$.

Matriks yang ukurannya tidak sama tidak dapat dijumlahkan.

Contoh

A = $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & -1 & 5 \end{pmatrix}$; B = $\begin{pmatrix} 7 & -3 & 0 \\ -2 & 8 & 9 \end{pmatrix}$; C = $\begin{pmatrix} 2 & x \\ y-3 & 0 \end{pmatrix}$; D= $\begin{pmatrix} 1 & p \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$

A + B = $\begin{pmatrix} 1+7 & 4-3 & 3+0 \\ 2-2 & -1+8 & 5+9 \end{pmatrix}$ = $\begin{pmatrix} 8 & 1 & 3 \\ 0 & 7 & 14 \end{pmatrix}$

C + D = $\begin{pmatrix} 2+1 & x+p \\ y+1 & 3 \end{pmatrix}$ = $\begin{pmatrix} 3 & x+p \\ y+1 & 3 \end{pmatrix}$.

Matriks A dan C di atas tidak dapat dijumlahkan karena ukurannya tidak sama.

Sifat-sifat

Misalkan A, B, C matriks-matriks yang dapat dijumlahkan.

1.A + B = B + A

2.A + (B + C) = (A + B) + C

3.Terdapat matriks 0 yang semua komponennya nol sehingga A + 0 = 0 + A = A untuk setiap matriks A

4.Untuk setiap matriks A = $(a_{ij})_{pxq}$ terdapat matriks –A = $(-a_{ij})_{pxq}$ sehingga A + (-A) = (-A)+A= 0.

Definisi

Jika A = $(a_{ij})_{pxq}$ dan α suatu bilangan riil maka *hasilkali* A dan α, ditulis αA, didefinisikan sebagai α A=(αa_{ij}) $_{pxq}$.

Sifat-sifat

Misalkan A, B matriks yang ukurannya sama, α, β bilangan riil.

1. α (A+B) = αA + αB

2. $(\alpha + \beta) A = \alpha A + \beta A$

3. $(\alpha \beta)A = \alpha (\beta A)$

4. $\alpha (AB) = (\alpha A)B = A (\alpha B)$.

Definisi

Jika $A = (a_{ij})_{pxq}$ dan $B = (b_{ij})_{qxr}$ maka *hasilkali* A dan B, ditulis AB, didefinisikan sebagai matriks berukuran pxr yang komponen baris ke-i

kolom ke-j dari AB adalah $\sum_{k=1}^{q} a_{ik}\, b_{kj}$

Jika banyaknya kolom matriks A tidak sama dengan banyaknya baris matriks B maka AB tidak terdefinisi.

Sifat-sifat

Misalkan A, B, C matriks-matriks yang dapat dikalikan.

1. A(BC) = (AB)C

2. A(B+C) = AB + AC

3. (B+C)A= BA + CA

Invers Matriks Berukuran 2x2

Matriks I = $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ disebut *matriks identitas* berukuran 2x2. Jika P matriks berukuran 2x2 maka PI = IP= P.

Misalkan A = $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ dan B = $\begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$ dan AB = BA = I.

Karena AB = I maka $\begin{pmatrix} ap+br & aq+bs \\ cp+dr & cq+ds \end{pmatrix}$ = $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ sehingga diperoleh

1. $\begin{cases} ap+br=1 \\ cp+dr=0 \end{cases}$ dan 2. $\begin{cases} aq+bs=0 \\ cq+ds=1 \end{cases}$

Dengan memandang 1 sebagai SPL dengan variabel p dan r diperoleh penyelesaian p= $\dfrac{d}{ad-bc}$ dan r = $\dfrac{-c}{ad-bc}$

Selanjutnya dengan memandang 2 sebagai SPL dengan variabel q dan s diperoleh penyelesaian

q = $\dfrac{-b}{ad-bc}$ dan s = $\dfrac{a}{ad-bc}$

Akibatnya B = $\begin{pmatrix} \dfrac{d}{ad-bc} & \dfrac{-b}{ad-bc} \\ \dfrac{-c}{ada-bc} & \dfrac{a}{ad-bc} \end{pmatrix}$ = $\dfrac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$

Jadi agar ada matriks B yang memenuhi AB = BA = I maka ad- bc $\neq$ 0.

Matriks B disebut *invers* A, ditulis A^{-1}.

Jika ad-bc = 0 maka matriks A tidak mempunyai invers.

DETERMINAN

Definisi

Permutasi himpunan bilangan-bilangan bulat {1, 2, 3,…, n} adalah susunan bilangan-bilangan bulat ini menurut suatu aturan tanpa menghilangkan atau mengulangi bilangan-bilangan tersebut.

Contoh

Permutasi dari {1, 2,3} adalah (1,2,3), (1,3,2), (2,1,3), (2,3,1), (3,1,2), (3,2,1).

Sebuah *inversi* dikatakan terjadi pada suatu permutasi (j_1, j_2, …, j_n) jika sebuah bilangan bulat yang lebih besar mendahului bilangan bulat yang lebih kecil.

Banyaknya inversi pada sebuah permutasi (j_1, j_2, …, j_n) dapat diperoleh melalui:

1. Mencari banyaknya bilangan bulat yang lebih kecil dari j_1 dan mengikuti j_1 dalam permutasi tersebut,

2. Mencari banyaknya bilangan bulat yang lebih kecil dari j_2 dan mengikuti j_2 dalam permutasi tersebut,

3. Dan seterusnya hingga j_{n-1}.

Banyaknya bilangan-bilangan tersebut sama dengan banyaknya inversi seluruhnya dalam permutasi tersebut.

Contoh

Banyaknya inversi pada permutasi (6,1,3,7,4,5,2) adalah 5 + 0 + 1+ 3 + 1 + 1 = 11 karena

1. Bilangan bulat yang lebih kecil dari 6 dan mengikuti 6 adalah 1,3, 4, 5, 2 sehingga banyaknya bilangan bulat yang lebih kecil 6 dan mengikuti 6 adalah 5

2. Bilangan bulat yang lebih kecil dari 1 dan mengikuti 1 adalah tidak ada sehingga banyaknya bilangan bulat yang lebih kecil 1 dan mengikuti 1 adalah 0

3. Bilangan bulat yang lebih kecil dari 3 dan mengikuti 3 adalah 2 sehingga banyaknya bilangan bulat yang lebih kecil 3 dan mengikuti 3 adalah 1

4. Bilangan bulat yang lebih kecil dari 7 dan mengikuti 7 adalah 4, 5, 2 sehingga banyaknya bilangan bulat yang lebih kecil 7 dan mengikuti 7 adalah 3

5. Bilangan bulat yang lebih kecil dari 4 dan mengikuti 4 adalah 2 sehingga banyaknya bilangan bulat yang lebih kecil 4 dan mengikuti 4 adalah 1

6. Bilangan bulat yang lebih kecil dari 5 dan mengikuti 5 adalah 2 sehingga banyaknya bilangan bulat yang lebih kecil 5 dan mengikuti 5 adalah 1

Sebuah permutasi dikatakan *permutasi genap* jika banyaknya inversi seluruhnya adalah bilangan bulat genap.

Sebuah permutasi dikatakan *permutasi ganjil* jika banyaknya inversi seluruhnya adalah bilangan bulat ganjil.

Contoh

Permutasi (6,1,3,7,4,5,2) merupakan permutasi ganjil.

Permutasi (7,5,4,6,1,2,3) merupakan permutasi genap.

Definisi

Misalkan $A = (a_{ij})_{nxn}$. *Hasilkali elementer* dari A adalah setiap hasilkali n komponen dari A,yang tidak boleh berasal dari baris maupun kolom yang sama.

Contoh

Misalkan A = $(a_{ij})_{2x2}$. Sebuah hasilkali elementer dari A berbentuk $a_{1\_}$ $a_{2\_}$ karena n = 2 dan setiap faktor berasal dari baris yang berbeda. Selanjutnya, karena tidak ada faktor yang berasal dari kolom yang sama maka nomor kolom haruslah 1,2 atau 2,1. Jadi hasilkali elementer dari A adalah a_{11} a_{22} dan a_{12} a_{21}.

Misalkan B = $(b_{ij})_{3x3}$. Sebuah hasilkali elementer dari B berbentuk $b_{1\_}$ $b_{2\_}$ $b_{3\_}$ dan nomor kolo merupakan permutasi dari {1,2,3}. Jadi hasilkali elementer dari B adalah

b_{11} $b_{22}b_{33}$, b_{12} b_{23} b_{31} , b_{13} b_{21} b_{32} , b_{11} b_{23} b_{32} , b_{12} b_{21} b_{33} , b_{13} b_{22} b_{31}.

Definisi

Hasilkali elementer bertanda dari matriks A adalah hasilkali elementer $a_{j1}\ a_{j2}\ \ldots\ a_{jn}$ dikalikan dengan +1 atau -1.

Dikalikan +1 jika (j_1 , j_2 , … ,j_n) permutasi genap dan dikalikan -1 jika

(j_1 , j_2 , … ,j_n) permutasi ganjil.

Contoh.

Hasilkali elementer b_{11} b_{23} b_{32} bertanda negatif.

Hasilkali elementer b_{13} b_{21} b_{32} bertanda positif.

Definisi

Misalkan A matriks persegi. *Determinan* A, ditulis det(A) atau |A| , didefinisikan sebagai jumlah semua hasilkali elementer bertanda dari A.

Sifat-sifat Misalkan A = (a_{ij}) matriks berukuran nxn.

1. Jika A memuat baris nol maka det(A) = 0
2. Jika A matriks segitiga maka det(A) = $a_{11}a_{22}a_{33} \ldots a_{nn}$.
3. Jika B matriks yang diperoleh dari A dengan baris ke I dari B sama dengan k kali baris ke i dari A maka det(B) = k det(A).
4. Jika B matriks yang diperoleh dari A dengan menukar dua baris A yang berurutan maka det(B) = -det(A).
5. Jika B matriks yang diperoleh dari A dengan baris ke i dari B sama dengan baris ke i dari A ditambah k kali baris ke j dari A maka det(B) = det(A).
6. Det(A) = det(A^t).
7. Jika C suatu matriks nxn maka det(AC) = det(A)det(C).
8. A matriks persegi yang mempunyai invers jika dan hanya jika det(A) ≠ 0.
9. Jika A matriks yang mempunyai invers maka det(A^{-1}) = $\frac{1}{\det(A)}$

Definisi

Misalkan A = (a_{ij}) matriks berukuran nxn. Minor a_{ij} ,ditulis M_{ij}, didefinisikan sebagai determinan sub matriks A setelah baris ke-i dan kolom ke-j dihilangkan. Bilangan $(-1)^{i+j}$ M_{ij} , ditulis C_{ij}, disebut kofaktor a_{ij}.

Matriks (C_{ij}) berukuran nxn disebut matriks kofaktor dari A.

Matriks $(C_{ij})^t$ disebut adjoin dari A, ditulis adj(A).

Sifat-sifat

1. Jika A matriks persegi maka det(A) sama dengan jumlah dari hasilkali komponen-komponen pada satu baris (atau kolom) dengan kofaktor-kofaktornya, yaitu

det(A)= $a_{1j}\,C_{1j} + a_{2j}\,C_{2j} + \ldots + a_{nj}\,C_{nj}$ atau

det(A) = $a_{i1}\,C_{i1} + a_{i2}\,C_{i2} + \ldots + a_{in}\,C_{in}$.

2. Jika A matriks yang mempunyai invers maka $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)}$ adj(A).

Kaidah Cramer

Jika AX = B adalah SPL yang terdiri dari n persamaan dan n variable,dengan det(A) ≠ 0 maka SPL tersebut mempunyai penyelesaian tunggal yaitu $X_i = \frac{\det(A_i)}{\det(A)}$ untuk setiap i = 1,2,3,…,n dan A_i adalah matriks A dengan kolom ke-i diganti dengan B.

C. Latihan

1. Diketahui matriks-matriks berikut

A = (3 4 -2 0); B = $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$; C = $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 6 \\ 0 & 5 & 4 \end{pmatrix}$; D = $\begin{pmatrix} -8 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$; E = $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$

F = $\begin{pmatrix} 2 & 6 & 5 \\ -4 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & -8 \end{pmatrix}$; G = $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{2} \end{pmatrix}$

a. Tentukan ukuran tiap matriks di atas !

b. Tentukan transpose tiap matriks di atas !

c. Manakah diantara matriks di atas yang merupakan matriks

i.baris ; ii.kolom; iii.persegi; iv.segitiga atas; v.segitiga bawah; vi.diagonal

2. Tentukan nilai x dan y pada kesamaan matriks berikut

a. (3x 4y) = (-9 20)

b. $\begin{pmatrix} 2x+3y \\ x-y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 \\ -2 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} 2x-1 & 3 \\ x-y & 2-3y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$

d. $\begin{pmatrix} x+2y & 1 \\ x-y & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 12 & 0 \end{pmatrix}$

e. $\begin{pmatrix} x^2 & x^3 \\ y^3 & y^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ -64 & 16 \end{pmatrix}$

3. Diketahui A = $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}$ dan B = $\begin{pmatrix} 1-\frac{1}{2}x & -1 \\ 4 & 3-y \end{pmatrix}$.

Jika B^t = A tentukan nilai x dan y !

4.Misalkan matriks A = $\begin{pmatrix} -6 & 5 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$

a.Tentukan nilai x agar matriks (A – xI) tidak mempunyai invers!

b.Tentukan matriks B berordo 2x1 sehingga (A-xI)B = 0!

5. Hitung det(A) jika A = $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 3 & 0 & 1 \\ -3 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

6. Tentukan invers A jika A = $\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 6 & 3 \\ 2 & -4 & 0 \end{pmatrix}$!

7. Tentukan penyelesaian SPL AX = B jika A = $\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 6 & 3 \\ 2 & -4 & 0 \end{pmatrix}$ dan

B = $\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$!

8.Jika matriks-matriks berikut memenuhi hubungan

$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ k \end{pmatrix}$ = a $\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ + b $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$ maka k = ...

(Mat Dasar UMPTN 1991)

9.Jika P dan Q adalah matriks berordo 2x2 yang memenuhi

PQ = $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, Q^{-1} adalah …

(Mat Dasar SPMB 2004)

D. Rangkuman

Matriks adalah susunan persegi panjang dari bilangan-bilangan dalam bentuk baris dan kolom.

Bilangan-bilangan tersebut disebut *entri* atau *komponen matriks*. Ukuran (ordo) matriks ditentukan oleh banyaknya baris dan kolom.

Dua buah matriks dikatakan *sama* jika ukurannya sama dan komponen-komponen yang bersesuaian sama.

Jika matriks A = $(a_{ij})_{pxq}$ maka *transpose* A, ditulis A^t, didefinisikan sebagai matriks berukuran qxp yang baris ke-i dari A^t merupakan kolom ke-i dari A dan kolom ke-j dari A^t merupakan baris ke-j dari matriks A.

Jika A = $(a_{ij})_{pxq}$ dan B = $(b_{ij})_{pxq}$ maka *jumlah* A dan B, ditulis A + B, didefinisikan sebagai A+B=$(a_{ij} + b_{ij})_{pxq}$.

Matriks yang ukurannya tidak sama tidak dapat dijumlahkan.

Jika A = $(a_{ij})_{pxq}$ dan α suatu bilangan riil maka *hasilkali* A dan α, ditulis αA, didefinisikan sebagai α A=$(\alpha a_{ij})_{pxq}$.

Jika A = $(a_{ij})_{pxq}$ dan B = $(b_{ij})_{qxr}$ maka *hasilkali* A dan B, ditulis AB, didefinisikan sebagai matriks berukuran pxr yang komponen baris ke-i kolom ke-j dari AB adalah $\sum_{k=1}^{q} a_{ik}\, b_{kj}$.

Jika banyaknya kolom matriks A tidak sama dengan banyaknya baris matriks B maka AB tidak terdefinisi.

Matriks I =$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$disebut *matriks identitas* berukuran 2x2. Jika P matriks berukuran 2x2 maka PI = IP= P.

Misalkan A = $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ dan B = $\begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$.

Agar ada matriks B yang memenuhi AB = BA = I maka ad- bc $\neq$ 0.

Matriks B disebut *invers* A, ditulis A^{-1}.

Jika ad-bc = 0 maka matriks A tidak mempunyai invers.

Misalkan A matriks persegi. *Determinan* A, ditulis det(A) atau |A| , didefinisikan sebagai jumlah semua hasilkali elementer bertanda dari A.

Jika A matriks persegi maka det(A) sama dengan jumlah dari hasilkali komponen-komponen pada satu baris (atau kolom) dengan kofaktor-kofaktornya, yaitu

det(A)= $a_{1j} C_{1j} + a_{2j} C_{2j} + \ldots + a_{nj} C_{nj}$ atau

det(A) = $a_{i1} C_{i1} + a_{i2} C_{i2} + \ldots + a_{in} C_{in}$.

Jika A matriks yang mempunyai invers maka $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)}$ adj(A).

Jika AX = B adalah SPL yang terdiri dari n persamaan dan n variable,dengan det(A) ≠ 0 maka SPL tersebut mempunyai penyelesaian tunggal yaitu $X_i = \frac{\det(A_i)}{\det(A)}$ untuk setiap i = 1,2,3,…,n dan A_i adalah matriks A dengan kolom ke-i diganti dengan B.

E. Tes Formatif 2

Pilihlah satu jawaban yang benar !

1. Nilai c dari persamaan matriks $\begin{pmatrix} 5 & a & 3 \\ b & 2 & c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 2a & 2 & ab \end{pmatrix}$ adalah…

   (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8

2. Diketahui matriks-matriks

   A = $\begin{pmatrix} 2p & 2 & -3q \\ 4 & -1 & -4 \\ r & q & -2 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} -p & -7 & q \\ -5 & 5 & r \\ -5 & 4 & 7 \end{pmatrix}$, C = $\begin{pmatrix} -2 & -5 & 6 \\ -1 & 4 & -2 \\ -3 & 1 & 5 \end{pmatrix}$.

   Jika A + B = C maka nilai p, q, r berturut-turut adalah …

   (A) -2, 3, dan 2 (B) 2, -3, dan -2 (C) 2, -4, dan 2 (D) -2, -3 dan2

3. Diketahui persamaan matriks

   $\begin{pmatrix} -1 & 4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2p & 1 \\ 1 & q+1 \end{pmatrix}$ maka nilai p+q adalah …

   (A) -3 (B) -1 (C) 1 (D) 3

4. Diketahui matriks A = $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ dan I = $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Matriks (A – kI) adalah matriks singular untuk nilai k = …

   (A)-2 atau 5 (B) -5 atau 2 (C) 2 atau 5 (D) 3 atau 4

5. Diketahui matriks A = $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$. Nilai k yang memenuhi

   k det A^t = det A^{-1} adalah …

(A) 2 (B) 1 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{4}$

6.Diketahui matriks

A = $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} -7 & -3 \\ 11 & 14 \end{pmatrix}$ X = $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ dan AX = B. Nilai d = …

(A) -3 (B) -2 (C) 2 (D) 4

7. Diketahui matriks

A = $\begin{pmatrix} 6 & p \\ -7 & 6 \end{pmatrix}$ dan B = $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ mempunyai determinan yang sama.

Nilai p yang memenuhi adalah …

(A)-7 (B) -5 (C) 3 (D) 5

8. Diketahui matriks A = $\begin{pmatrix} 2k+3 & -12 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -5 & -2 \end{pmatrix}$ dan

C = $\begin{pmatrix} 5 & 11 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$. Nilai k yang memenuhi A + B = C^{-1} adalah …

(A) 2 (B) 0 (C)-2 (D) -3

9.Diketahui matriks P = $\begin{pmatrix} x & 2 \\ 3 & 2x \end{pmatrix}$ dan O = $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -3 & x \end{pmatrix}$. Agar determinan matriks P sama dengan dua kali determinan matriks O, maka nilai x adalah …

(A) -6 dan -2 (B) 6 dan -2 (C) 6 dan 2 (D) 3 dan -4

10. Diketahui $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} 6 & 12 \\ -4 & -10 \end{pmatrix}$ dan A^2 = xA + yB. Nilai xy sama dengan …

(A) -4 (B) -1 (C)2 (D) $\frac{1}{2}$

Kerjakan soal-soal berikut!

1. .Bentuk kuadrat x^2 + 5x – 6 dapat dinyatakan sebagai perkalian matriks (x 1)A $\begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix}$ maka matriks A adalah …

2. Hasilkali akar-akar persamaan $\begin{vmatrix} 3x-1 & 3 \\ x+1 & x+2 \end{vmatrix}$ = 0 adalah …

3. Jika matriks A= $\begin{pmatrix} a & 2 & 3 \\ 1 & a & 4 \\ a & 2 & 5 \end{pmatrix}$ tidak mempunyai invers maka nilai a adalah …

BAB IV PROGRAM LINEAR

A. Kompetensi dan Indikator

Kompetensi Dasar

1. Menyelesaikan sistem pertidaksamaan linear dua variabel
2. Merancang model matematika dari masalah program linear
3. Menyelesaikan model matematika dari masalah program linear dan penafsirannya

Indikator

1. Mengenal masalah yang merupakan program linear
2. Menentukan fungsi objektif dan kendala dari program linear
3. Menggambar daerah fisibel dari program linear
4. Merumuskan model matematika dari masalah program linear
5. Menentukan nilai optimum dari fungsi objektif
6. Menafsirkan solusi dari masalah program linear
7. Mengenal arti sistem pertidaksamaan linear dua variabel
8. Menentukan penyelesaian sistem pertidaksamaan linear dua variabel
9. Mengenal masalah yang merupakan program linear
10. Menentukan fungsi objektif dan kendala dari program linear
11. Menggambar daerah fisibel dari program linear

12. Merumuskan model matematika dari masalah program linear
13. Menentukan nilai optimum dari fungsi objektif
14. Menafsirkan solusi dari masalah program linear

B. Uraian Materi

Pertidaksamaan Linear Dua Variabel

Pertidaksamaan linear dua variabel berbentuk $ax + by \leq c$ atau $ax + by \geq c$ atau $ax + by < c$ atau $ax + by > c$.

Daerah penyelesaian pertidaksamaan linear dua variabel dapat ditentukan dengan langkah berikut

1. Menggambar garis
2. Memilih salah satu titik uji di atas atau di bawah garis
3. Menentukan daerah penyelesaian.

Contoh.

1. Tentukan daerah yang merupakan himpunan penyelesaian pertidaksamaan $4x - 5y \leq 20$.

Penyelesaian.

Pandang persamaan garis $4x - 5y = 20$ atau $4x - 5y - 20 = 0$.

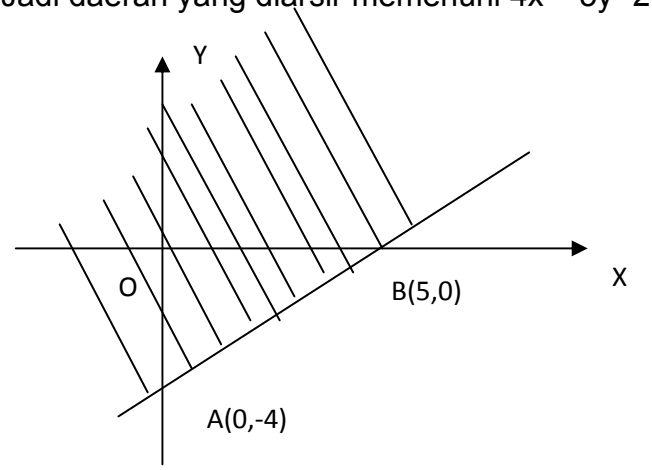
Untuk $x = 0$ diperoleh $y = -4$ sehingga didapat A(0,-4).

Untuk $y = 0$ diperoleh $x = 5$ sehingga didapat B(5,0).

Titik A(0,-4) dan B(5,0) terletak pada garis dengan persamaan $4x - 5y - 20 = 0$

Uji titik (0,0) pada 4x – 5y – 20 diperoleh 4(0) – 5(0) – 20 = -20 〈 0.

Jadi daerah yang diarsir memenuhi 4x – 5y -20 ≤ 0.



2. Tentukan daerah yang merupakan himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan $\begin{cases} 5x+3y \leq 15 \ ; \ x \geq 0 \\ x+3y \geq 6 \ ; \ y \geq 0 \end{cases}$

Penyelesaian.

Pandang persamaan garis 5x + 3y = 15 atau 5x + 3y – 15 = 0.

Untuk x = 0 diperoleh y = 5 sehingga didapat A(0,5).

Untuk y = 0 diperoleh x = 3 sehingga didapat B(3,0).

Titik A(0,5) dan B(3,0) terletak pada garis dengan persamaan 5x +3y -15=0

Uji titik (0,0) pada 5x + 3y -15 = 5(0) + 3(0) – 15 = -15 〈 0

Jadi daerah yang memuat titik (0,0) memenuhi 5x + 3y ≤15.

Pandang persamaan garis x + 3y = 6 atau x + 3y – 6 = 0.

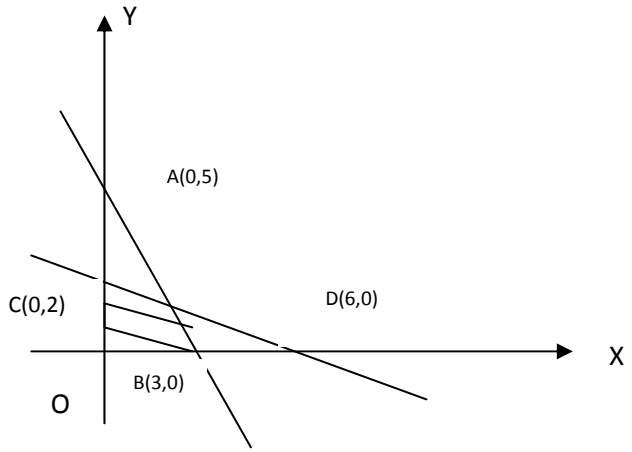
Untuk x = 0 diperoleh y = 2 sehingga didapat C(0,2).

Untuk y = 0 diperoleh x = 6 sehingga didapat D(6,0).

Titik C(0,2) dan B(6,0) terletak pada garis dengan persamaan x +3y -6=0

Uji titik (0,0) pada x + 3y -6 = (0) + 3(0) – 6 = -6 〈 0

Jadi daerah yang memuat titik (0,0) memenuhi x + 3y ≤6.



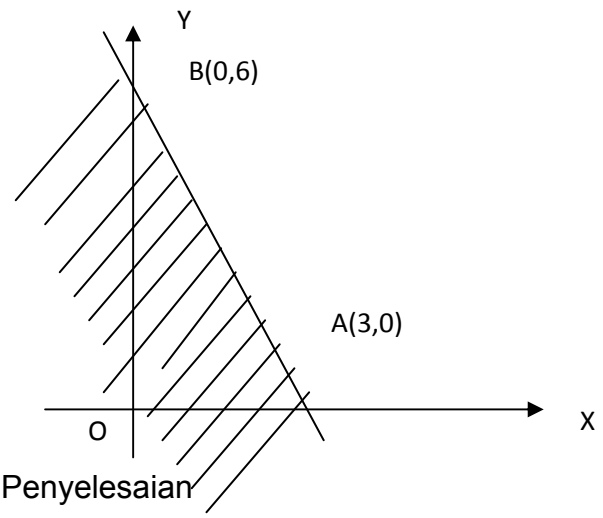
Daerah yang diarsir merupakan himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan $\begin{cases} 5x+3y \leq 15 \ ; \ x \geq 0 \\ x+3y \geq 6 \ ; \ y \geq 0 \end{cases}$.

Jika diketahui gambar dengan kurva dan daerah penyelesaian maka pertidaksamaannya dapat ditentukan dengan langkah berikut

1. Menentukan persamaan garis
2. Memiliki salah satu titik uji pada daerah penyelesaian
3. Menentukan pertidaksamaannya

Contoh

1. Tentukan pertidaksamaan yang daerah penyelesaiannya merupakan daerah yang diarsir pada gambar berikut.



Penyelesaian

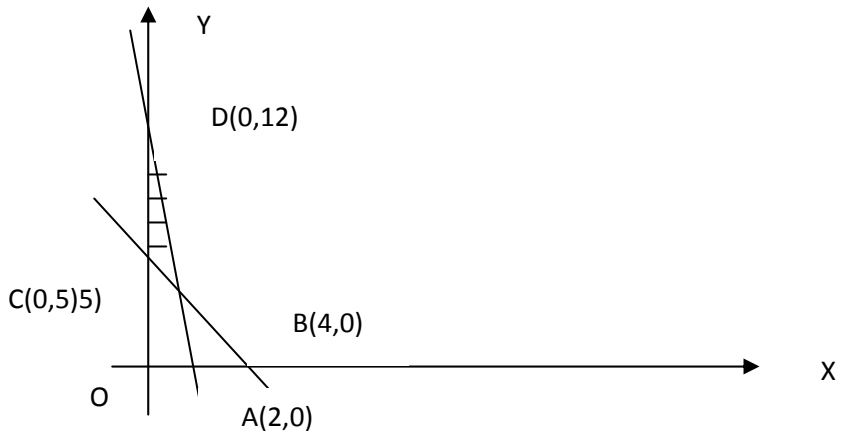
Persamaan garis yang melalui titik A(3,0) dan B(0,6) adalah

$\frac{x-0}{3-0}=\frac{y-6}{0-6}$ $\Leftrightarrow$ -6x = 3(y-6) $\Leftrightarrow$ -2x = y-6 $\Leftrightarrow$ y + 2x – 6 = 0.

Uji titik (0,0) pada y + 2x – 6 diperoleh 0 + 2(0) – 6 = -6 $<$ 0.

Jadi daerah yang diarsir memenuhi pertidaksamaan y + 2x – 6 $<$ 0.

2. Tentukan sistem pertidaksamaan yang daerah penyelesaiannya merupakan daerah yang diarsir pada gambar berikut.



Persamaan garis yang melalui titik A(2,0) dan D(0,12) adalah

$\frac{x-0}{2-0}=\frac{y-12}{0-12}$ $\Leftrightarrow$ -12x = 2 (y-12) $\Leftrightarrow$ -6x = y – 12 $\Leftrightarrow$ y + 6x – 12 = 0.

Uji titik (0,6) pada y+6x-12 diperoleh 6 + 6(0) -12 = -6 $<$ 0.

Daerah yang diarsir memenuhi pertidaksamaan y + 6x – 12 $\leq$ 0

Persamaan garis yang melalui B(4,0) dan C(0,5) adalah

$\frac{x-0}{4-0}=\frac{y-5}{0-5}$ $\Leftrightarrow$ -5x = 4(y-5) $\Leftrightarrow$ -5x = 4y – 20 $\Leftrightarrow$ 4y + 5x – 20 = 0.

Uji titik (0,6) pada 4y + 5x – 20 diperoleh 4(6) + 5(0) – 20 = 4 $>$ 0.

Daerah yang diarsir memenuhi pertidaksamaan 4y + 5x – 20 $\geq$ 0.

Jadi sistem pertidaksamaan yang daerah penyelesaiannya merupakan daerah yang diarsir pada gambar di atas adalah $\begin{cases} x \geq 0 \\ y+6x-12 \leq 0 \\ 4y+5x-20 \geq 0 \end{cases}$

Prinsip-Prinsip Program Linear

Prinsip-prinsip utama dalam program linear adalah :

1. Ada sasaran yang berupa fungsi tujuan.

Nilai optimum fungsi tujuan biasanya terjadi pada titik-titik potong garis dari sistem pertidaksamaan yang ada. Untuk menyelidiki titik-titik yang fungsi tujuannya optimum dapat digunakan garis selidik.

2. Ada keterbatasan sumber daya yang disebut kendala/pembatas.

   Kendala ini berupa sistem pertidaksamaan yang merupakan syarat-syarat yang harus dipenuhi untuk menentukan penyelesaian.

Contoh.

Untuk menambah penghasilan, seorang ibu setiap harinya memproduksi dua jenis kue untuk dijual. Setiap kue I modalnya Rp200,- dengan keuntungan 40%, sedangkan setiap jenis kue II modalnya Rp300,- dengan keuntungan 30%. Jika modal yang terseedia setiap hari adalah Rp100.000,- dan paling banyak hanya dapat memproduksi kue 400 buah, maka persentase keuntungan terbesar yang dapat dicapai ibu tersebut adalah .... % dari modal.

Penyelesaian.

Misalkan banyaknya kue jenis I yang dibuat adalah x,

banyaknya kue jenis II yang dibuat adalah y

Tabel untuk membuat model matematik permasalahan di atas adalah sebagai berikut.

	Jenis	**Modal (Rp)**	**Keuntungan (Rp)**
	Kue I	200	40% dari 200 = 80
	Kue II	300	30% dari 300 = 90
Total		100.000	

Model matematik permasalahan di atas adalah

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 400 \\ 200x + 300y \leq 100.000 \end{cases}$$

Pandang persamaan garis x + y = 400.

Untuk x = 0 diperoleh y = 400 sehingga didapat A(0,400). Untuk y = 0 diperoleh x = 400 sehingga didapat B(400,0). Jadi titik A(0,400) dan B(400,0) terletak pada garis dengan persamaan x + y = 400.

Uji titik (0,0) pada x + y - 400 diperoleh 0 + 0 – 400 = - 400 $<$ 0

Pandang persamaan garis 200x + 300y = 100.000 atau 2x + 3y = 1000.

Untuk y = 0 diperoleh x = 500 sehingga didapat C(500,0).

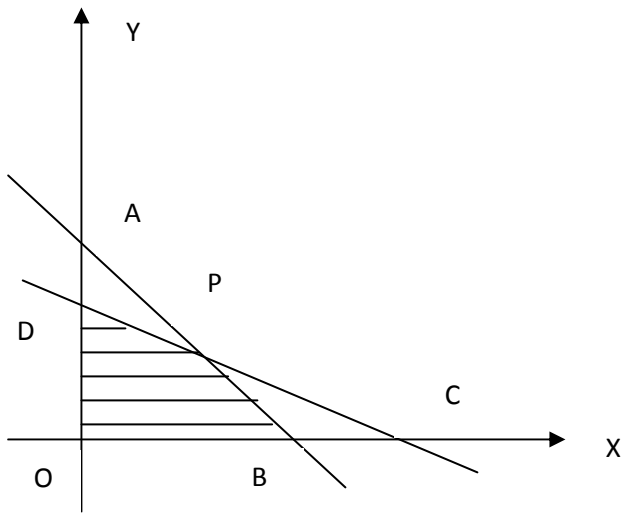
Untuk x = 0 diperoleh y = $\frac{1000}{3}$ sehingga didapat D(0, $\frac{1000}{3}$).

Jadi titik C(500,0) dan D(0, $\frac{1000}{3}$) terletak pada garis dengan persamaan 2x + 3y = 1000.

Uji titik (0,0) pada 2x + 3y - 1000 diperoleh 0 + 0 – 1000 = - 1000 $<$ 0

Dengan metode gabungan eliminasi dan substitusi, diperoleh titik potong garis dengan persamaan x + y = 400 dan 2x + 3y = 1000 adalah P(200,200).

Daerah yang diarsir pada gambar berikut merupakan daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 400 \\ 200x + 300y \leq 100.000 \end{cases}$



Titik	Keuntungan = 80x + 90y
A(400,0)	80(400) + 90(0) = 32000
P(200,200)	80(200) + 90(200) = 34000
D(0, $\frac{1000}{3}$)	80(0) + 90($\frac{1000}{3}$)= 30000

Jadi keuntungan terbesar Rp34.000,-.

Persentase keuntungan 34 % dari modal.

C. Latihan

1. Daerah penyelesaian 3x + 2y ≤ 12 adalah …

2. Pertidaksamaan yang memenuhi daerah penyelesaian pada gambar adalah …

3. Nilai maksimum $4x + 5y$ dengan $x \geq 0$, $y \geq 0$, $x + 2y \leq 10$, dan $x + y \leq 7$ adalah …

(Mat Dasar UMPTN 1993)

4. Dengan persediaan 20 m kain polos dan 10m kain bergaris, seorang penjahit akan membuat 2 model pakaian. Model I memerlukan 1 m kain polos dan 1,5 m kain bergaris. Model II memerlukan 2 m kain polos dan 0,5 m kain bergaris. Bila pakaian tersebut dijual, Model I memperoleh untung Rp15.000,00 per potong dan model II Rp10.000,00 per potong. Laba maksimum yang diperoleh adalah …

(UNAS 2004)

D. Rangkuman

Langkah-langkah menyelesaikan masalah dalam program linear dengan 2 variabel:

1. Membuat model matematik dari masalah program linear
2. Menentukan daerah yang memenuhi sistem pertidaksamaan yang merupakan syarat-syarat yang harus dipenuhi untuk menentukan penyelesaian.
3. Menentukan fungsi tujuan.
4. Nilai optimum fungsi tujuan biasanya terjadi pada titik-titik potong garis dari sistem pertidaksamaan yang ada. Untuk menyelidiki titik-titik yang fungsi tujuannya optimum dapat digunakan garis selidik.

E. Tes Formatif 3

Pilihlah satu jawaban yang benar !

1. Dari sistem pertidaksamaan linear $x+y \leq 50$, $2y \leq x + 40$, $x \geq 0$ dan $y \geq 0$ maka nilai maksimum dari $3x + 5y$ adalah …

   (A) 100 (B) 150 (C) 190 (D) 210

2. Seorang peternak memiliki 10 kandang ternak untuk memelihara ayam dan itik. Setiap kandang dapat menampung ayam sebanyak 36 ekor, atau menampung itik sebanyak 24 ekor. Dia menaksir keuntungan per bulan untuk seekor ayam Rp200,00 dan seekor itik Rp250,00, sedangkan jumlah ternak yang direncanakannya tidak lebih dari 300 ekor. Jika banyaknya kandang diisi ayam disebut x, dan banyaknya kandang diisi itik disebut y, maka model matematika untuk kegiatan peternak tersebut adalah …

   (A) $x \geq 0$, $y \geq 0$, $36x + 24y \leq 300$, $x + y \leq 10$

   (B) $x \geq 0$, $y \geq 0$, $200x + 24y \leq 300$, $x + y \leq 10$

   (C) $x \geq 0$, $y \geq 0$, $36x + 240y \leq 300$, $x + y \leq 10$

   (D) $x \geq 0$, $y \geq 0$, $200x + 250y \leq 300$, $x + y \leq 10$

3. Suatu pabrik roti memproduksi 120 kaleng roti setiap hari. Roti terdiri dari dua jenis, roti asin dan roti manis. Setiap hari roti asin diproduksi paling sedikit 30 kaleng dan roti manis 50 kaleng. Misalkan roti asin sebanyak x kaleng dan roti manis sebanyak y kaleng, maka model matematika soal ini adalah …

   (A) $x + y \leq 120$, $x \geq 30$, $y \geq 50$, $x,y \in$ **C**

(B) $x + y \geq 120$, $x \geq 30$, $y \geq 50$, $x,y \in$ **C**

(C) $x + y \leq 120$, $x \geq 30$, $y \leq 50$, $x,y \in$ **C**

(D) $x + y = 120$, $x \geq 30$, $y \geq 50$, $x,y \in$ **C**

4. Seorang pedagang menjual buah mangga dan melon dengan menggunakan gerobak. Pedagang tersebut membeli mangga dengan harga Rp8000,-/kg dan melon Rp6000,-/kg. Modal yang tersedia Rp1.200.000,- dan gerobaknya hanya dapat memuat mangga dan melon sebanyak 180 kg. Jika harga jual mangga Rp9.200,-/kg dan melon Rp7000,-/kg maka laba maksimum yang diperoleh adalah

   A. Rp150.000,- B. Rp180.000,- C. Rp192.000,- D. Rp204.000,-

5. Seorang wiraswasta membuat dua macam ember yang setiap harinya menghasilkan tidaklebih dari 18 buah. Harga bahan untuk satu ember jenis pertama Rp500,00 dan untuk satu ember jenis kedua Rp1.000,00. Ia tidak akan berbelanja lebih dari Rp13.000,00 setiap hari. Jika ember jenis pertama dibuat sebanyak x buah dan jenis kedua sebanyak y buah, maka system pertidaksamaannya adalah …

   (A) $x + y \leq 18$, $x + 2y \leq 26$, $x \geq 0$, $y \geq 0$,

   (B) $x + y \leq 18$, $x + 2y \geq 26$, $x \leq 0$, $y \leq 0$,

   (C) $x + y \geq 18$, $x + 2y \leq 26$, $x \geq 0$,

   (D) $x + 2y \leq 18$, $2x + y \leq 26$, $y \geq 0$,

6. Seorang pengrajin batik mempunyai modal Rp3.000.000,00 dan 100 lembar kain,akan membuat kain batikjenis I dan jenis II. Ongkos per lembar berturut-turut Rp30.000,00 dan Rp20.000,00. Misalkan banyak

kain jenis I adalah x lembar dan jenis II y lembar. Model matematika dari masalah di atas adalah …

(A) $3x + 2y \leq 300$, $x + y \leq 100$, $x \geq 0$, $y \geq 0$

(B) $3x + 2y \leq 300$, $x + y \geq 100$, $x \geq 0$, $y \geq 0$

(C) $3x + 2y \leq 300$, $x + y \leq 100$, $x \geq 0$, $y \geq 0$

(D) $2x + 3y \leq 300$, $x + y \leq 100$, $x \geq 0$, $y \geq 0$

7. Seorang pengusaha mebel akan membuat meja dan kursi yang terbuat dari kayu. Untuk membuat sebuah meja diperlukan 6 lembar papan, sedangkan untuk membuat sebuah kursi diperlukan 3 lembar papan. Papan yang tersedia sebanyak 900 lembar. Jika banyaknya meja x buah dan kursi y buah serta membuat sebuah meja memerlukan biaya Rp30.000,00 dan untuk sebuah kursi Rp25.000,00. Jika dana yang tersedia Rp6.000.000,00 maka model matematika yang sesuai dengan persoalan tersebut adalah

(A) $2x + 3y \leq 300$, $6x + 5y \leq 1.200$, $x \geq 0$, $y \geq 0$

(B) $x + 2y \leq 300$, $5x + 6y \leq 1.200$, $x \geq 0$, $y \geq 0$

(C) $2x + y \leq 300$, $6x + 5y \geq 1.200$, $x \geq 0$, $y \geq 0$

(D) $x + 2y \leq 300$, $5x + 6y \geq 1.200$, $x \geq 0$, $y \geq 0$

8. Nilai maksimum dari $x + 2y$ yang memenuhi penyelesaian system pertidaksamaan $x + 4y \geq 12$, $2x + y \geq 10$, $x \geq 0$, dan $y \geq 0$ adalah…

(A) 4 (B) 6 (C) 8 (D)10

9. Nilai maksimum fungsi sasaran $z = 6x + 8y$ dari system pertidaksamaan $4x + 2y \leq 60$, $2x + 4y \leq 48$, $x \geq 0$, dan $y \geq 0$ adalah …

(A) 120 (B) 118 (C)116 (D) 114

10. Seorang pedagang roti keliling menjual dua jenis roti I dan II. Harga pembelian roti I adalah Rp1.200,00 dan roti II Rp1.500,00 per buah. Modal hanya Rp240.000,00 dan muatan gerobaknya tidak melebihi 180 roti. Setiap roti memberikan keuntungan per buah Rp850,00 untuk roti I dan Rp1.000,00 untuk roti II. Untuk memperoleh keuntungan maksimal, maka pedagang harus membeli roti I dan roti II masing-masing sebanyak …

    (A) 180 dan 0 (B) 150 dan 0 (C) 100 dan 80 (D)80 dan 100

Kerjakan soal-soal di bawah ini !

1. Tentukan nilai maksimum dari $5x+ 45y$ untuk x dan y yang memenuhi $y \geq 0$, $x + 2y \leq 6$, dan $3x + y \geq 8$!

2. Tentukan nilai minimum dari $z = 3x + 6y$ yang memenuhi syarat

   $4x + y \geq 20$, $x+y \geq 10$, $x + y \leq 20$, $x \geq 0$, dan $y \geq 0$!

3. Pesawat penumpang mempunyai 48 kursi. Setiap penumpang kelas utama bo;eh membawa bagasi 60 kg sedang kelas ekonomi 20 kg. Pesawat hanya dapat membawa bagasi 1440 kg. Harga tiket kelas utama Rp150.000,00 dan kelas ekonomi Rp100.000,00. Supaya pendapatan dari penjualan tiket pada saat pesawat penuh mencapai maksimum,jumlah tempat duduk kelas utama haruslah …

KUNCI JAWABAN SOAL TES FORMATIF 1

Pilihan Ganda

1. A	6. D
2.B	7.B
3.C	8. C
4.D	9. D
5.D	10. C

KUNCI JAWABAN SOAL TES FORMATIF 2

Pilihan Ganda

1. D	6. D
2.D	7. D
3.D	8. D
4.A	9. B
5.D	10. B

KUNCI JAWABAN SOAL TES FORMATIF 3

Pilihan Ganda

1. D	6. A
2.A	7. A
3.D	8. D
4.C	9. A
5.A	10. C

BAB I. PENDAHULUAN

A. Deskripsi

Materi atau ruang lingkup buku ajar ini meliputi pemahaman tentang standar proses pembelajaran untuk satuan pendidikan dasar dan menengah, perencanaan pembelajaran, filosofi pembelajaran konstruktivis, konsep model pembelajaran, berbagai ragam model-model pembelajaran yang inovatif, serta bagaimana aplikasi model pembelajaran dalam RPP (Rencana Pelaksanaan Pembelajaran), keterampilan dasar mengajar, serta praktik model pembelajaran di kelas dalam mata pelajaran matematika SMA/MA.

B. Prasyarat

Kompetensi awal yang dipersyaratkan bagi guru untuk mempelajari Buku Ajar ini adalah sebagai berikut. (1) Penguasaan materi pelajaran SMA/MA pada mata pelajaran matematika. (2) Menguasai delapan keterampilan dasar mengajar. (3) Memiliki komitmen untuk melakukan praktik model pembelajaran yang inovatif.

C. Petunjuk Belajar

Langkah-langkah belajar sebagai berikut.

(1) Membaca dengan cermat isi Buku Ajar ini.

(2) Mendiskusikan pada kelompok.

(3) Mendengarkan dengan seksama penjelasan Tutor.

(4) Memilih salah satu model pembelajaran yang siap untuk dipraktikkan.

(5) Membuat RPP yang mencerminkan penerapan suatu model pembelajaran tertentu yang telah dipilih.

(6) Mempraktikkan di depan kelas melalui kegiatan *Peer Teaching*.

D. Kompetensi dan Indikator

1. Kompetensi

a. Memahami standar proses pembelajaran untuk satuan pendidikan dasar dan menengah.

b. Memahami filosofi pembelajaran konstruktivis.

c. Memahami teori belajar yang relevan di SMA/MA yang mengacu pada filosofi pembelajaran konstruktivis.

d. Memahami berbagai ragam model pembelajaran yang inovatif.

2. Indikator

a. Mmemnjelaskan standar proses untuk satuan pendidikan dasar dan menengah.
b. Menjelaskan filosofi pembelajaran konstruktiis.
c. Menjelaskan teori-teori belajar matematika yang mengacu pada filosofi konstruktivisme,
d. Memberikan contoh model pembelajaran matematika yang inovati,.
e. Membuat RRP pembelajaran matematika SMA/MA yang mengacu standar proses dan filosofi pembelajaran inovatif.
f. Mempraktikan RPP pembelajaran matematika.

BAB II. MATERI PELATIHAN

A. Standar Proses untuk Satuan Pendidikan Dasar dan Menengah

Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Nomer 41 Tahun 2007, tentang standar proses untuk Satuan Pendidikan Dasar dan Menengah, disebutkan bahwa Visi pendidikan nasional adalah terwujudnya sistem pendidikan sebagai pranata sosial yang kuat dan berwibawa untuk memberdayakan semua warga negara Indonesia berkembang menjadi manusia yang berkualitas sehingga mampu dan proaktif menjawab tantangan zaman yang selalu berubah.Terkait dengan visi tersebut telah ditetapkan serangkaian prinsip penyelenggaraan pendidikan untuk dijadikan landasan dalam pelaksanaan reformasi pendidikan. Salah satu prinsip tersebut adalah pendidikan diselenggarakan sebagai proses pembudayaan dan pemberdayaan peserta didik yang berlangsung sepanjang hayat. Dalam proses tersebut diperlukan guru yang memberikan keteladanan, membangun kemauan, dan mengembangkan potensi dan kreativitas peserta didik. Implikasi dari prinsip ini adalah pergeseran paradigma proses pendidikan, yaitu dari paradigma pengajaran ke paradigma pembelajaran. Pembelajaran adalah proses interaksi peserta didik dengan guru dan sumber belajar pada suatu lingkungan belajar. Proses pembelajaran perlu direncanakan, dilaksanakan, dinilai, dan diawasi agar terlaksana secara efektif dan efisien.

Mengingat kebhinekaan budaya, keragaman latar belakang dan karakteristik peserta didik, serta tuntutan untuk menghasilkan lulusan yang bermutu, proses pembelajaran untuk setiap mata pelajaran harus fleksibel, bervariasi, dan memenuhi standar. Proses pembelajaran pada setiap

satuan pendidikan dasar dan menengah harus interaktif, inspiratif, menyenangkan, menantang, dan memotivasi peserta didik untuk berpartisipasi aktif, serta memberikan ruang yang cukup bagi prakarsa, kreativitas, dan kemandirian sesuai dengan bakat, minat, dan perkembangan fisik serta psikologis peserta didik.

Sesuai dengan amanat Peraturan Pemerintah Nomor 19 tahun 2005 tentang Standar Nasional Pendidikan salah satu standar yang harus dikembangkan adalah standar proses. Standar proses adalah standar nasional pendidikan yang berkaitan dengan pelaksanaan pembelajaran pada satuan pendidikan untuk mencapai kompetensi lulusan. Standar proses berisi kriteria minimal proses pembelajaran pada satuan pendidikan dasar dan menengah di seluruh wilayah hukum Negara Kesatuan Republik Indonesia. Standar proses ini berlaku untuk jenjang pendidikan dasar dan menengah pada jalur formal, baik pada sistem kredit semester. jalur formal, baik pada sistem paket maupun pada sistem kredit semester.

Standar proses meliputi perencanaan proses pembelajaran, pelaksanaan proses pembelajaran, penilaian hasil pembelajaran, dan pengawasan proses pembelajaran untuk terlaksananya proses pembelajaran yang efektif dan efisien.

B. Perencanaan Proses Pembelajaran

Perencanaan proses pembelajaran meliputi silabus dan rencana pelaksanaan pembelajaran (RPP) yang memuat identitas mata pelajaran, standar kompetensi (SK), kompetensi dasar (KD), indikator pencapaian kompetensi, tujuan pembelajaran, materi ajar, alokasi waktu, metode pembelajaran, kegiatan pembelajaran, penilaian hasil belajar, dan sumber belajar.

1. Silabus

Silabus sebagai acuan pengembangan RPP memuat identitas mata pelajaran atau tema pelajaran, SK, KD, materi pembelajaran, kegiatan pembelajaran, indikator pencapaian kompetensi, penilaian, alokasi waktu, dan sumber belajar. Silabus dikembangkan oleh satuan pendidikan berdasarkan Standar Isi (SI) dan Standar Kompetensi Lulusan (SKL), serta panduan penyusunan Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP). Dalam pelaksanaannya, pengembangan silabus dapat dilakukan oleh para guru secara mandiri atau berkelompok dalam sebuah sekolah/madrasah atau beberapa sekolah, kelompok Musyawarah Guru Mata Pelajaran (MGMP) atau Pusat Kegiatan Guru (PKG), dan Dinas Pendidikan. Pengembangan silabus disusun di bawah supervisi dinas kabupaten/kota yang bertanggung jawab di bidang pendidikan untuk SD dan SMP, dan dinas provinsi yang bertanggung jawab di bidang pendidikan untuk SMA dan SMK, serta departemen yang menangani urusan pemerintahan di bidang agama untuk MI, MTs, MA, dan MAK.

2. Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP)

RPP dijabarkan dari silabus untuk mengarahkan kegiatan belajar peserta didik dalam upaya mencapai KD. Setiap guru pada satuan pendidikan berkewajiban menyusun RPP secara lengkap dan sistematis agar pembelajaran berlangsung secara interaktif, inspiratif, menyenangkan, menantang, memotivasi peserta didik untuk berpartisipasi aktif, serta memberikan ruang yang cukup bagi prakarsa, kreativitas, dan kemandirian sesuai dengan bakat, minat, dan perkembangan fisik serta psikologis peserta didik. RPP disusun untuk setiap KD yang dapat dilaksanakan dalam satu kali pertemuan atau lebih.

Guru merancang penggalan RPP untuk setiap pertemuan yang disesuaikan dengan penjadwalan di satuan pendidikan. Komponen RPP adalah :

1. Identitas mata pelajaran

   Identitas mata pelajaran, meliputi: satuan pendidikan, kelas, semester, program/program keahlian, mata pelajaran atau tema pelajaran, jumlah pertemuan.

2. Standar kompetensi

   Standar kompetensi merupakan kualifikasi kemampuan minimal peserta didik yang menggambarkan penguasaan pengetahuan, sikap, dan keterampilan yang diharapkan dicapai pada setiap kelas dan/atau semester pada suatu mata pelajaran.

3. Kompetensi dasar

   Kompetensi dasar adalah sejumlah kemampuan yang harus dikuasai peserta didik dalam mata pelajaran tertentu sebagai rujukan penyusunan indikator kompetensi dalam suatu pelajaran.

4. Indikator pencapaian kompetensi

   Indikator kompetensi adalah perilaku yang dapat diukur dan/atau diobservasi untuk menunjukkan ketercapaian kompetensi dasar tertentu yang menjadi acuan penilaian mata pelajaran. Indikator pencapaian kompetensi dirumuskan dengan menggunakan kata kerja operasional yang dapat diamati dan diukur, yang mencakup pengetahuan, sikap, dan keterampilan.

5. Tujuan pembelajaran

   Tujuan pembelajaran menggambarkan proses dan hasil belajar yang diharapkan dicapai oleh peserta didik sesuai dengan kompetensi dasar.

6. Materi ajar

Materi ajar memuat fakta, konsep, prinsip, dan prosedur yang relevan, dan ditulis dalam bentuk butir-butir sesuai dengan rumusan indikator pencapaian kompetensi.

7. Alokasi waktu

   Alokasi waktu ditentukan sesuai dengan keperluan untuk pencapaian KD dan beban belajar.

8. Metode pembelajaran

   Metode pembelajaran digunakan oleh guru untuk mewujudkan suasana belajar dan proses pembelajaran agar peserta didik mencapai kompetensi dasar atau seperangkat indikator yang telah ditetapkan. Pemilihan metode pembelajaran disesuaikan dengan situasi dan kondisi peserta didik, serta karakteristik dari setiap indikator dan kompetensi yang hendak dicapai pada setiap mata pelajaran. Pendekatan pembelajaran tematik digunakan untuk peserta didik kelas 1 sampai kelas 3 SD/MI.

9. Kegiatan pembelajaran

   a. Pendahuluan

      Pendahuluan merupakan kegiatan awal dalam suatu pertemuan pembelajaran yang ditujukan untuk membangkitkan motivasi dan memfokuskan perhatian peserta didik untuk berpartisipasi aktif dalam proses pembelajaran.

   b. Inti

      Kegiatan inti merupakan proses pembelajaran untuk mencapai KD. Kegiatan pembelajaran dilakukan secara interaktif, inspiratif, menyenangkan, menantang, memotivasi peserta didik untuk berpartisipasi aktif, serta memberikan ruang yang cukup bagi prakarsa, kreativitas, dan kemandirian sesuai dengan bakat, minat, dan perkembangan fisik serta psikologis peserta didik. Kegiatan ini dilakukan

secara sistematis dan sistemik melalui proses eksplorasi, elaborasi, dan konfirmasi.

c. Penutup

Penutup merupakan kegiatan yang dilakukan untuk mengakhiri aktivitas pembelajaran yang dapat dilakukan dalam bentuk rangkuman atau kesimpulan, penilaian dan refleksi, umpan balik, dan tindak lanjut.

10. Penilaian hasil belajar

Prosedur dan instrumen penilaian proses dan hasil belajar disesuaikan dengan indikator pencapaian kompetensi dan mengacu kepada Standar Penilaian.

11. Sumber belajar

Penentuan sumber belajar didasarkan pada standar kompetensi dan kompetensi dasar, serta materi ajar, kegiatan pembelajaran, dan indikator pencapaian kompetensi.

3. Prinsip-prinsip Penyusunan RPP

1. Memperhatikan perbedaan individu peserta didik

RPP disusun dengan memperhatikan perbedaan jenis kelamin, kemampuan awal, tingkat intelektual, minat, motivasi belajar, bakat, potensi, kemampuan sosial, emosi, gaya belajar, kebutuhan khusus, kecepatan belajar, latar belakang budaya, norma, nilai, dan/atau lingkungan peserta didik.

2. Mendorong partisipasi aktif peserta didik

Proses pembelajaran dirancang dengan berpusat pada peserta didik untuk mendorong motivasi, minat, kreativitas, inisiatif, inspirasi, kemandirian, dan semangat belajar.

3. Mengembangkan budaya membaca dan menulis Proses pembelajaran dirancang untuk mengembangkan kegemaran membaca, pemahaman beragam bacaan, dan berekspresi dalam berbagai bentuk tulisan.
4. Memberikan umpan balik dan tindak lanjut

   RPP memuat rancangan program pemberian umpan balik positif, penguatan, pengayaan, dan remedi.
5. Keterkaitan dan keterpaduan

   RPP disusun dengan memperhatikan keterkaitan dan keterpaduan antara SK, KD, materi pembelajaran, kegiatan pembelajaran, indikator pencapaian kompetensi penilaian, dan sumber belajar dalam satu keutuhan pengalaman belajar.
6. Menerapkan teknologi informasi dan komunikasi RPP disusun dengan mempertimbangkan penerapan teknologi informasi dan komunikasi secara terintegrasi, sistematis, dan efektif sesuai dengan situasi dan kondisi.

4. Pelaksanaan Pembelajaran

Pelaksanaan pembelajaran merupakan implementasi dari RPP. Pelaksanaan pembelajaran meliputi kegiatan pendahuluan, kegiatan inti dan kegiatan penutup.

Kegiatan Pendahuluan

Dalam kegiatan pendahuluan, guru:

a. menyiapkan peserta didik secara psikis dan fisik untuk mengikuti proses pembelajaran;
b. mengajukan pertanyaan-pertanyaan yang mengaitkan pengetahuan sebelumnya dengan materi yang akan dipelajari;
c. menjelaskan tujuan pembelajaran atau kompetensi dasar yang akan dicapai;

d. menyampaikan cakupan materi dan penjelasan uraian kegiatan sesuai silabus.

Kegiatan Inti

Pelaksanaan kegiatan inti merupakan proses pembelajaran untuk mencapai KD yang dilakukan secara interaktif, inspiratif, menyenangkan, menantang, memotivasi peserta didik untuk berpartisipasi aktif, serta memberikan ruang yang cukup bagi prakarsa, kreativitas, dan kemandirian sesuai dengan bakat, minat dan perkembangan fisik serta psikologis peserta didik. Kegiatan inti menggunakan metode yang disesuaikan dengan karakteristik peserta didik dan mata pelajaran, yang dapat meliputi proses eksplorasi, elaborasi, dan konfirmasi.

Eksplorasi

Dalam kegiatan eksplorasi, guru:

1) melibatkan peserta didik mencari informasi yang luas dan dalam tentang topik/tema materi yang akan dipelajari dengan menerapkan prinsip alam takambang jadi guru dan belajar dari aneka sumber;
2) menggunakan beragam pendekatan pembelajaran, media pembelajaran, dan sumber belajar lain;
3) memfasilitasi terjadinya interaksi antarpeserta didik serta antara peserta didik dengan guru, lingkungan, dan sumber belajar lainnya;
4) melibatkan peserta didik secara aktif dalam setiap kegiatan pembelajaran; dan
5) memfasilitasi peserta didik melakukan percobaan di laboratorium, studio, atau lapangan.

Elaborasi

Dalam kegiatan elaborasi, guru:

1) membiasakan peserta didik membaca dan menulis yang beragam melalui tugas-tugas tertentu yang bermakna;
2) memfasilitasi peserta didik melalui pemberian tugas, diskusi, dan lain-lain untuk memunculkan gagasan baru baik secara lisan maupun tertulis;
3) memberi kesempatan untuk berpikir, menganalisis, menyelesaikan masalah, dan bertindak tanpa rasa takut;
4) memfasilitasi peserta didik dalam pembelajaran kooperatif dan kolaboratif;
5) memfasilitasi peserta didik berkompetisi secara sehat untuk meningkatkan prestasi belajar;
6) memfasilitasi peserta didik membuat laporan eksplorasi yang dilakukan baik lisan maupun tertulis, secara individual maupun kelompok;
7) memfasilitasi peserta didik untuk menyajikan hasil kerja individual maupun kelompok;
8) memfasilitasi peserta didik melakukan pameran turnamen, festival, serta produk yang dihasilkan;
9) memfasilitasi peserta didik melakukan kegiatan yang menumbuhkan kebanggaan dan rasa percaya diri peserta didik.

Konfirmasi

Dalam kegiatan konfirmasi, guru:

1) memberikan umpan balik positif dan penguatan dalam bentuk lisan, tulisan, isyarat, maupun hadiah terhadap keberhasilan peserta didik,

2) memberikan konfirmasi terhadap hasil eksplorasi dan elaborasi peserta didik melalui berbagai sumber,
3) memfasilitasi peserta didik melakukan refleksi untuk memperoleh pengalaman belajar yang telah dilakukan,
4) memfasilitasi peserta didik untuk memperoleh pengalaman yang bermakna dalam mencapai kompetensi dasar:

Kegiatan Penutup

Dalam kegiatan penutup, guru:

a. bersama-sama dengan peserta didik dan/atau sendiri membuat rangkuman/simpulan pelajaran;
b. melakukan penilaian dan/atau refleksi terhadap kegiatan yang sudah dilaksanakan secara konsisten dan terprogram;
c. memberikan umpan balik terhadap proses dan hasil pembelajaran;
d. merencanakan kegiatan tindak lanjut dalam bentuk pembelajaran remedi, program pengayaan, layanan konseling dan/atau memberikan tugas baik tugas individual maupun kelompok sesuai dengan hasil belajar peserta didik;
e. menyampaikan rencana pembelajaran pada pertemuan berikutnya.

C. Pembelajaran Matematika Mengacu pada Filosofi Konstrutivis

Teori belajar kontruktivisme menyatakan bahwa siswa harus membangun pengetahuan di dalam benak mereka sendiri. Setiap pengetahuan atau kemampuan hanya bisa diperoleh atau dikuasai oleh seseorang apabila orang itu secara aktif mengkontruksi pengetahuan atau kemampuan itu di dalam pikirannya.

Pembelajaran matematika yang menacu pada teori konstruktivisme menganggap bahwa:

1. Pengetahuan tidak dapat ditransfer tetapi harus dibangun sendiri oleh pebelajar (orang yang belajar atau siswa) di dalam pikirannya.
2. Belajar menjadi lebih efektif apabila pebelajar (siswa) berinteraksi dengan orang lain
3. Belajar menjadi lebih efektif apabila pengetahuan baru dikaitkan dengan pengetahuan yang sudah dimiliki oleh pebelajar sebelumnya.
4. Matematika dipandang sebagai kegiatan/aktivitas manusia (human activity).
5. Dalam melaksanakan pembelajaran pembelajar (guru) berperan sebagai fasilitator dan mediator.

Implikasi dari anggapan di atas bahwa dalam pembelajaran yang menganut konstruktivisme, maka dalam menyusun pembelajaran perlu mengambil ketentuan-ketentuan di atas sebagai dasar. Ciri-ciri pembelajaran matematika yang mengacu pada teori konstruktivisme, sebagai berikut.

a. Siswa terlibat secara aktif dalam belajarnya,
b. Siswa belajar materi matematika, secara bermakna,
c. Siswa belajar bagaimana belajar itu,
d. Informasi baru harus dikaitkan dengan informasi sebelumnya sehingga menyatu dengan skemata yang telah dimiliki siswa,
e. Orientasi pembelajaran adalah investigasi dan penemuan,
f. Berorientasi pada pemecahan masalah.

Ada dua aliran dalam konstruktivisme, yaitu konstruktivisme psikologis dan konstruktivisme sosiologis. Konstruktivisme psikologis bertolak dari perkembangan psikologis siswa dalam membangun pengetahuannya. Aliran Konstrukstivisme psikologis bisanya juga disebut Konstruktivisme *Personal. Konstruktivisme* sosiologis lebih bertolak dari pandangan bahwa masyarakat yang membangun pengetahuan. Aliran Konstruktivisme sosiologis biasanya juga disebut *Konstruktivisme*

Sosiokultural. Dalam proses pembentukan pengetahuan, baik perspektif personal maupun perspektif sosiokultural sebenarnya sama-sama menekankan pentingnya keaktifan siswa dalam belajar, hanya yang satu lebih menekankan keaktifan individu, sedangkan yang lainnya lebih menekankan pentingnya lingkungan sosialkultural.

Dalam pembelajaran matematika sekolah, kedua perspektif tersebut saling melengkapi, artinya dalam proses pembelajaran dipandang perlu untuk memadukan aliran konstruktivisme personal dan konstruktivisme sosiokultural. Belajar matematika memerlukan proses pembentukan individual yang aktif tetapi juga proses inkulturasi dalam masyarakat. Berikut ini dijelaskan masing-masing aliran tersebut.

Konstruktivisme *Personal*

Dalam perspektif konstruktivis personal disoroti bagaimana seorang siswa pelan-pelan membentuk skema, mengembangkan skema, dan mengubah skema. Ia lebih menekankan bagaimana individu sendiri mengkonstruksi pengetahuan hasil dari berinteraksi dengan pengalaman dan obyek yang dihadapi, dan bagaimana seorang siswa mengadakan abstraksi, baik secara sederhana maupun secara refleksi, dalam membentuk pengetahuan matematikanya.

Implementasi perspektif di atas dalam pembelajaran sebagaimana diungkapkan adalah: (i) pemusatan perhatian kepada berpikir atau proses mental siswa, bukan sekedar hasil yang diperoleh, guru harus memahami proses yang dilakukan siswa dalam sehingga sampai pada jawaban suatu masalah yang ditanyakan. (ii) mengutamakan peran siswa dalam berinisiatif sendiri dan keterlibatan aktif dalam kegiatan pembelajaran, untuk itu guru dituntut untuk mempersiapkan beraneka ragam kegiatan yang memungkinkan siswa melakukan kegiatan secara langsung dengan dunia fisik, (iii) memaklumi akan adanya perbedaan individual, oleh karena

itu guru harus melakukan upaya khusus untuk mengatur kegiatan kelas dalam bentuk individu-individu dan kelompok kecil siswa. Dalam pembelajaran, Piaget menekankan pembelajaran melalui penemuan, pengalaman-pengalaman nyata dan memanipulasi langsung alat, bahan atau media belajar yang lain. Guru mempersiapkan lingkungan yang memungkinkan siswa dapat memperoleh pengalaman belajar yang luas. Menurut Piaget, perkembangan kognitif bukan merupakan akumulasi dari kepingan informasi yang terpisah, namun lebih merupakan pengkonstruksian suatu kerangka mental oleh siswa untuk memahami lingkungan mereka, sehingga siswa bebas membangun pemahaman mereka sendiri.

Konstruktivisme Sosiokultural

Vigotsky meneliti pembentukan dan perkembangan pengetahuan siswa secara psikologis. Namun Vigotsky lebih memfokuskan perhatian kepada hubungan dialektik antara individu dan masyarakat dalam pembentukan pengetahuan tersebut. Menurut Vigotsky belajar merupakan suatu perkembangan pengertian. Dia membedakan adanya dua pengertian, yang *spontan* dan yang *ilmiah.* Pengertian *spontan* adalah pengertian yang didapatkan dari pengalaman siswa sehari-hari. Pengertian ini tidak terdefinisikan dan terangkai secara sistematis logis. Pengertian *Ilmiah* adalah pengertian yang didapat dari kelas. Pengertian ini adalah pengertian formal yang terdefinisikan secara logis dalam suatu sistem yang lebih luas. Dalam proses belajar terjadi perkembangan dari pengertian yang spontan ke yang lebih ilmiah (Fosnot, dalam Suparno 1996).

Menurut Vigotsky, pengertian ilmiah itu tidak datang dalam bentuk yang jadi pada seorang siswa. Pengertian itu mengalami perkembangan. Ini tergantung kepada tingkat kemampuan siswa untuk menangkap suatu

model pengertian yang lebih ilmiah. Dari proses belajar, kedua pengertian tersebut saling berelasi dan saling mempengaruhi. Vigotsky menekankan pentingnya interaksi sosial dengan orang-orang lain terlebih yang punya pengetahuan lebih baik dan sistem yang secara kultural telah berkembang dengan baik (Cobb, 1996). Ia menekankan dialog dan komunikasi verbal dengan orang dewasa dalam perkembangan pengertian siswa. Dalam interaksi verbal dengan “orang dewasa”, siswa ditantang untuk lebih mengerti pengertian ilmiah dan mengembangkan pengertian spontan mereka. Itulah sebabnya banyak implikasi pendidikan yang membuat siswa berpartisipasi dengan aktivitas para ahli. Dalam interaksi dengan mereka itulah, para murid dirantang untuk mengkonstruksikan pengetahuanya lebih sesuai dengan konstruksi para ahli.

Dalam proses pembelajaran matematika, sebaiknya mengkombinasikan konstruktivisme personal dengan perspektif sosiokultural. Hal ini sesuai dengan saran dari Cobb (1994), bahwa agar dalam proses pembelajaran perspekstif konstruktivisme personal dikombinasikan dengan perspektif sosiokultural.

Beberapa Konsep Mendasar Dalam Konstruktivisme

Vigotsky juga memunculkan konsep scafollding, yaitu memberikan sejumlah bantuan kepada seorang siswa selama tahap-tahap awal pembelajaran dan kemudian mengurangi bantuan tersebut dan memberikan kesempatan kepada siswa tersebut untuk mengambil alih tanggung jawab yang semakin besar segera setelah ia dapat melakukannya (Slavin, 1994). Scafollding merupakan bantuan yang diberikan kepada siswa untuk belajar dan untuk memecahkan masalah. Bantuan tersebut dapat berupa petunjuk, dorongan, peringatan, menguraikan masalah ke dalam langkah-langkah pemecahan, memberikan contoh, dan tindakan-tindakan lain yang memungkinkan siswa itu belajar mandiri. Scaffolding dalam dunia pendidikan didasarkan pada konsep Vigotsky sebagaimana dikutif oleh Vernon (2002), Vigotsky menyatakan bahwa, *"what the child is able to do in collaboration today, he will be able to do independently tomorrow".*

Pandangan lainnya mengenai scaffolding, dijelaskan berdasarkan konsep zone of proximal development (ZPD) sebagaimana dikatakan oleh Raymond (2000), *"The zone of proximal development is the distance between what the children can do by themselves and the next learning that they can be helped to achieve with competent assistance"*. Membatasi konsep scaffolding, Bruner (1977) menunjukkan bahwa *"scaffolding is the process in which a learner is helped to master a particular problem beyond his or her own capacity through the assistance (scaffolding) of a teacher or more accomplised person".*

Secara khusus, Vigotsky mendefinisikan scaffolding adalah *"the role of techers and others in supporting the learner's development and providing support structures to get to that next stage or level"*. Aspek yang penting dalam scaffolding adalah menunjukkan pembaruan, dimana kemampuan siswa meningkat dengan pengetahuan baru dan dibarengi

dengan proses pembimbingan dan akhirnya siswa mampu menyelesaikan tugasnya secara mandiri. Hal ini sejalan dengan yang dikatakan Chang, Sung & Chen (2002), *"finally the learner is able to complete the task or master the concepts independently".* Sedangkan tujuan menerapkan scaffolding dalam proses pembelajaran menurut Hartman (2002) adalah, *"for the students become an independent and self regulating learner and problem solver"*.

D. Teori Belajar Untuk Pembelajaran Matematika

1. Teori PIAGET

Menurut Piaget, manusia tumbuh, beradaptasi, dan berubah melalui perkembangan fisik, perkembangan kepribadian, perkembangan sosio-emosional, dan perkembangan kognitif. Perkembangan kognitif sebagian besar bergantung kepada seberapa jauh anak memanipulasi dan aktif dalam berinteraksi dengan lingkungannya.

Ada tiga aspek perkembangan intelektual yaitu struktur, isi, dan fungsi. Struktur atau skemata merupakan organisasi mental tingkat tinggi yang terbentuk pada individu waktu ia berinteraksi dengan lingkungannya. Isi merupakan pola perilaku khas anak yang tercermin pada responnya terhadap berbagai masalah atau situasi yang dihadapi. Sedangkan fungsi adalah cara yang digunakan organisme untuk membuat kemajuan-kemajuan intelektual. Fungsi itu sendiri terdiri dari *organisasi* dan *adaptasi.* Organisasi memberikan organisme kemampuan untuk mengorganisasi proses-proses fisik atau proses-proses psikologi menjadi sistem-sistem yang teratur dan berhubungan. Fungsi kedua yang melandasi perkembangan intelektual adalah adaptasi. Semua organisme lahir dengan kecenderungan untuk menyesuaikan diri atau beradaptasi dengan lingkungan mereka. Cara beradaptasi ini berbeda antara

organisme yang satu dengan organisme yang lain. Adaptasi terhadap lingkungan dilakukan melalui dua proses, yaitu asimilasi dan akomodasi. Dalam proses asimilasi seseorang menggunakan struktur atau kemampuan yang sudah ada untuk menanggapi masalah yang dihadapi dalam lingkungannya. Sedangkan dalam proses akomodasi seseorang memerlukan modifikasi struktur mental yang ada dalam mengadakan respon terhadap tantangan lingkungannya.

Piaget mengemukakan dalam teorinya bahwa kemampuan kognitif manusia berkembang menurut empat tahap, dari lahir sampai dewasa. Tahap-tahap tersebut beserta urutannya berlaku untuk semua orang, akan tetapi usia pada saat seseorang mulai memasuki sesuatu tahapan tertentu tidak selalu sama untuk setiap orang.

Keempat tahap tersebut adalah sebagai berikut.

a. Tahap sensori-motor *(sensory-motor stage*):

   Tahap sensori motor berlangsung sejak manusia lahir sampai berusia sekitar 2 tahun. Pada tahap ini pemahaman anak mengenai berbagai hal terutama bergantung pada kegiatan (gerakan) tubuh beserta alat-alat indera. Sebagai contoh, pada tahap ini anak tahu bahwa di dekatnya ada sesuatu barang mainan kalau ia menyentuh barang itu. Pada tahap ini, tanpa menggunakan kegiatan tubuh atau indera, anak belum bisa memahami sesuatu.

b. Tahap pra-operasional (*pre-operational stage):*

   Tahap pra-operasional berlangsung dari kira-kira usia 2 tahun sampai 7 tahun. Pada tahap ini, dalam memahami segala sesuatu anak tidak lagi hanya bergantung pada kegiatan (gerakan) tubuh atau inderanya, dalam arti, anak sudah menggunakan pemikirannya dalam berbagai hal. Akan tetapi, pada tahap ini pemikiran si anak masih bersifat

egosentris; artinya, pemahamannya mengenai berbagai hal masih terpusat pada dirinya sendiri pada tahap ini anak berpikir bahwa orang-orang lain mempunyai pemikiran dan perasaan seperti yang ia alami. Dengan kata lain, pada tahap ini anak belum bisa berpikir secara objektif, lepas dari dirinya sendiri.

Pada tahap ini, anak masih kesulitan dalam melakukan pembalikan pemikiran *(reversing thought)*. Juga pada tahap ini anak masih mengalami kesulitan dalam berpikir secara induktif ataupun deduktif, tetapi pada tahap ini anak cenderung berpikir transduktif (dari hal khusus ke hal khusus yang lain), sehingga cara berpikirnya belum tampak logis.

c. Tahap operasi konkret *(concrete-opertional stage)*

Tahap ini berlangsung kira-kira dari usia 7 sampai 12 tahun. Pada tahap ini tingkat egosentris anak sudah berkurang, dalam arti bahwa anak sudah dapat memahami bahwa orang lain mungkin memiliki pikiran atau perasaan yang berbeda dari dirinya. Dengan kata lain, anak sudah bisa berpikir secara obyektif. Pada tahap ini anak juga sudah bisa berpikir logis tentang berbagai hal, termasuk hal yang agak rumit, tetapi dengan syarat bahwa hal-hal tersebut disajikan secar konkrit (disajikan dalam wujud yang bisa ditangkap dengan panca indera. Tanpa adanya benda-benda konkrit, anak akan mengalami kesulitan dalam memahami banyak hal dan dalam berpikir logis. Sehingga, untuk anak yang berada dalam tahap ini, pengajaran lebih ditekankan pada hal-hal yang bersifat verbal.

d. Tahap operasi formal *(formal operational stage)*

Tahap ini berlangsung kira-kira sejak usia 12 tahun ke atas. Pada tahap ini anak atau orang sudah mampu berpikir secara logis tanpa

kehadiran benda-benda konkrit; dengan kata lain anak sudah mampu melakukan abstraksi. Akan tetapi, perkembangan dari tahap operasi konkrit ke tahap ini tidak terjadi secara mendadak, ataupun berlangsung sempurna. Tetapi terjadi secara gradual. Sehingga bisa terjadi pada tahun-tahun pertama ketika si anak berada pada tahap ini. Kemampuan anak dalam berpikir secara abstrak masih belum berkembang sepenuhnya, sehingga dalam berbagai hal, si anak mungkin masih memerlukan bantuan alat peraga.

Disamping itu, ada cukup banyak anak yang memasuki tahap ini lebih lambat daripada anak lainnya. Dengan demikian ada kemungkinan, sekalipun anak sudah berada pada di SMP, perkembangan kemampuan berpikirnya masih berada pada tahap operasi konkrit. Untuk anak yang seperti ini, pengajaran yang hanya menekankan pada simbol-simbol dan hal-hal yang bersifat verbal akan sulit dipahami. Oleh karena itu guru perlu memperhatikan secara seksama kemampuan berpikir tiap-tiap siswa, sekalipun usia mereka relatif sama. Agar guru bisa memberikan perlakuan yang sesuai dengan tahap perkembangan kemampuan berpikirnya.

Teori Piaget menjelaskan bahwa perkembangan kemampuan intelektual manusia terjadi karena beberapa faktor yang mempengaruhinya, seperti:

a. Kematangan *(maturation*), yaitu pertumbuhan otak dan sitem syaraf manusia karena bertambahnya usia, dari lahir sampai dewasa.
b. Pengalaman *(experience),* yang terdiri dari
   (1) pengalaman fisik, yaitu interaksi manusia dengan objek-objek di lingkungannya.
   (2) Pengalaman logiko-matematis, yaitu kegiatan-kegiatan pikiran yang dilakukan manusia yang bersangkutan

c. Transmisi sosial, yaitu interaksi dan kerja sama yang dilakukan oleh manusia dengan manusia lainnya.

d. Penyeimbangan *(equilibration),* yaitu proses dimana struktur mental (struktur kognitif) manusia kehilangan keseimbangan sebagai akibat dari adanya pengalaman-pengalaman atau pembelajaran-pembelajaran baru, kemudian berusaha untuk mencapai keseimbangan baru dengan melalui poses asimilasi dan akomodasi. Asimilasi adalah proses di mana informasi-informasi dan pengalaman-pengalaman baru 'diserap' (dimasukkan) ke dalam struktur kognitif manusia, sedangkan akomodasi adalah penyesuaian pada struktur kognitif manusia sebagai akibat dari adanya informasi-informasi dan pengalaman-pengalaman baru yang diserap.

Adaptasi merupakan keseimbangan antara asimilasi dan akomodasi. Jika dalam proses asimilasi seseorang tidak dapat mengadakan adaptasi, maka terjadi ketidakseimbangan (*disequili-brium*). Akibat ketidakseimbangan ini terjadi akomodasi, dan struktur yang ada mengalami perubahan atau timbul struktur baru, barulah terjadi equilibrium. Setelah terjadi equilibrium, seseorang berada pada tingkat kognitif yang lebih tinggi dari sebelumnya dan mampu beradaptasi dengan lingkungannya.

Pemanfaatan teori Piaget dalam pembelajaran dapat dilihat pada pernyataan di bawah ini.

a. Memusatkan pada proses berpikir atau proses mental, dan bukan sekedar pada hasilnya. Di samping kebenaran siswa, guru harus memahami proses yang digunakan anak sehingga sampai pada jawaban itu.

b. Mengutamakan peran siswa dalam berinisiatif sendiri dan keterlibatan aktif dalam kegiatan pembelajaran. Di dalam kelas, penyajian pengetahuan jadi (ready made) tidak mendapat penekanan, melainkan anak didorong menemukan sendiri pengetahuan itu melalui interaksi spontan dengan lingkungannya.
c. Memaklumi akan adanya perbedaan individual dalam hal kemajuan perkembangan. Teori Piaget mengasumsikan bahwa seluruh siswa tumbuh melewati urutan perkembangan yang sama, namun pertumbuhan itu berlangsung pada kecepatan berbeda.

Dari uraian di atas dapat disimpulan bahwa kegiatan pembelajaran itu memuaskan perhatian kepada berpikir atau proses mental anak, yang tidak sekedar kepada hasilnya, mengutamakan peran siswa dalam kegiatan pembelajaran, dan memaklumi perbedaan individu dalam hal kemajuan perkembangannya.

Bagi guru matematika, Teori Piaget jelas sangat relevan, karena dengan menggunakan teori itu, guru akan bisa mengetahui adanya tahap-tahap perkembangan tertentu pada kemampuan berpikir anak-anak di kelas atau di sekolahnya. Enga demikia guru bisa memberikan perlakuan yang tepat bagi para siswanya, misalnya dalam memilih cara penyampaian materi bagi siswa, penyediaan alat-alat peraga, dan sebagainya, sesuai dengan tahap perkembangan kemampuan berpikir yang dimiliki oleh siswa masing-masing. Selain itu guru matematika di SMP perlu mencermati apakah simbol-simbol matematika yang digunakan guru dalam mengajar cukup mudah dipahami siswa atau tidak, dengan mengingat tingkat kemampuan berpikir yang dimiliki oleh masing-masing siswa.

2. Teori BRUNER

Jerome Bruner, seorang ahli psikologi dari Universitas Harvard, Amerika Serikat, telah mempelajari bagaimana manusia memperoleh pengetahuan, menyimpan pengetahuan, dan mentransformasi pengetahuan. Menurut Bruner, belajar merupakan suatu proses aktif yang memungkinkan manusia untuk menemukan hal-hal baru di luar informasi yang diberikan kepada dirinya. Sebagai contoh, seseorang siswa yang mempelajari bilangan prima akan bisa menemukan berbagai hal penting dan menarik tentang bilangan prima, sekalipun pada awal guru hanya memberikan sedikit informasi tentang bilangan prima kepada siswa tersebut. Teori Bruner tentang kegiatan belajar manusia tidak terkait dengan umur atau tahap perkembangan (berbeda dengan Teori Piaget).

Ada dua bagian yang penting dari Teori Bruner, yaitu:

2. Tahap-tahap dalam proses belajar

Menurut Bruner, jika seseorang mempelajari sesuatu pengetahuan (misalnya suatu konsep matematika), pengetahuan itu perlu dipalajari dalam tahap-tahap tertentu agar pengetahuan itu dapat diinternalisasi dalam pikiran (struktur kognitif) orang tersebut. Proses internalisasi akan terjadi secara sungguh-sungguh (yang berarti proses belajar terjadi secara optimal) jika pengetahuan yang dipelajari itu dipelajari dalam tiga tahap yang macamnya dan urutannya adalah sebagai berikut.

a. Tahap **enaktif**, yaitu suatu tahap pembelajaran sesuatu pengetahuan di mana pengetahuan itu dipelajari secara aktif, dengan menggunakan benda-benda konkrit atau menggunakan situasi yang nyata.

b. Tahap **ikonik**, yaitu suatu tahap pembelajaran sesuatu pengetahuan di mana pengetahuan itu direpresentasikan (diwujudkan) dalam bentuk bayangan visual ***(visual imagery),*** gambar, atau diagram, yang menggambarkan kegiatan konkrit atau situasi konkrit yang terdapat pada tahap enaktif tersebut di atas (butir a).

c. Tahap **simbolik**, yaitu suatu tahap pembelajaran di mana pengetahuan itu direpresentasikan dalam bentuk simbol-simbol abstrak *(abstract symbols*, yaitu simbol-simbol arbiter yang dipakai berdasarkan kesepakatan orang-orang dalam bidang yang bersangkutan), baik simbol-simbol verbal (misalnya huruf-huruf, kata-kata, kalimat-kalimat), lambang-lambang matematika, maupun lambang-lambang abstrak yang lain.

Menurut Bruner, proses belajar akan berlangsung secara optimal jika proses pembelajaran diawali dengan tahap enaktif, dan kemudian, jika tahap belajar yang pertama ini telah dirasa cukup, siswa beralih ke kegiatan belajar tahap kedua, yaitu tahap belajar dengan menggunakan modus representasi ikonik; dan selanjutnya, kegiatan belajar itu diteruskan dengan kegiatan belajar tahap ketiga, yaitu tahap belajar dengan menggunakan modus representasi simbolik. Sebagai contoh, dalam mempelajari penjumlahan dua bilangan cacah, pembelajaran akan terjadi secara optimal jika mula-mula siswa mempelajari hal itu dengan menggunakan benda-benda konkrit (misalnya menggabungkan 3 kelereng dengan 2 kelereng, dan kemudian menghitung banyaknya kelereng semuanya). Kemudian, kegiatan belajar dilanjutkan dengan menggunakan gambar atau diagram yang mewakili 3 kelereng dan 2 kelereng yang digabungkan tersebut (dan kemudian dihitung banyaknya kelereng semuanya, dengan menggunakan gambar atau diagram tersebut). Pada tahap yang kedua siswa bias melakukan

penjumlahan itu dengan menggunakan pembayangan visual (visual imagery) dari kelereng, kelereng tersebut. Pada tahap berikutnya, siswa melakukan penjumlahan kedua bilangan itu dengan menggunakan lambang-lambang bilangan, yaitu : 3 + 2 = 5.

Discovery learning dari Jerome Bruner, merupakan model pengajaran yang dikembangkan berdasarkan pada pandangan kognitif tentang pembelajaran dan prinsip-prinsip konstruktivis. Di dalam *discovery learning* siswa didorong untuk belajar sendiri secara mandiri. Siswa belajar melalui keterlibatan aktif dengan konsep-konsep dan prinsip-prinsip dalam memecahkan masalah, dan guru mendorong siswa untuk mendapatkan pengalaman dengan melakukan kegiatan yang memungkinkan siswa menemukan prinsip-prinsip untuk diri mereka sendiri. Pembelajaran ini membangkitkan keingintahuan siswa, memotivasi siswa untuk bekerja sampai menemukan jawabannya. Siswa belajar memecahkan masalah secara mandiri dengan keterampilan berpikir sebab mereka harus menganalisis dan memanipulasi informasi.

Pembelajaran menurut Bruner adalah siswa belajar melalui keterlibatan aktif dengan konsep-konsep dan prinsip-prinsip dalam memecahkan masalah dan guru berfungsi sebagai motivator bagi siswa dalam mendapatkan pengalaman yang memungkinkan mereka menemukan dan memecahkan masalah.

3. Teorema tentang cara belajar dan mengajar matematika

Berdasarkan hasil-hasil eksperimen dan observasi yang dilakukan oleh Bruner dan Kenney, pada tahun 1963 kedua pakar tersebut mengemukakan empat prinsip tentang cara belajar dan mengajar matematika yang masing-masing mereka sebut sebagai ‘teorema’. Keempat teorema tersebut adalah:

a. Teorema Konstruksi *(Construction Theorem)*

Di dalam teorema konstruksi dikatakan bahwa cara yang terbaik bagi seseorang siswa untuk mempelajari sesuatu konsep atau prinsip dalam matematika adalah dengan mengkonstruksi sebuah representasi dari konsep atau prinsip tersebut. Siswa yang lebih dewasa mungkin bisa memahami sesuatu konsep atau sesuatu prinsip dalam matematika hanya dengan menganalisis sebuah representasi yang disajikan oleh guru mereka; akan tetapi, untuk kebanyakkan siswa. khususnya untuk siswa yang lebih muda, proses belajar akan lebih baik jika para siswa mengkonstruksi sendiri representasi dari apa yang dipelajari tersebut. Alasannya, jika para siswa bisa mengkonstruksi sendiri representasi tersebut mereka akan lebih mudah menemukan sendiri konsep atau prinsip yang terkandung dalam representasi tersebut, sehingga untuk selanjutnya mereka juga mudah untuk mengingat hal-hal tersebut dan dapat mengaplikasikannya dalam situasi-situasi yang sesuai. Seperti yang diuraikan pada penjelasan tentang modus-modus representasi, akan lebih baik jika para siswa mula-mula menggunakan representasi konkrit yang memungkinkan siswa untuk aktif, tidak hanya aktif secara intelektual (mental) tetapi juga secara fisik.

b. Teorema Notasi *(Notation Theorem)*

Menurut apa yang dikatakan dalam teorema notasi, representasi dari sesuatu materi matematika akan lebih mudah dipahami oleh siswa apabila di dalam representasi itu digunakan notasi yang sesuai dengan tingkat perkembangan kognitif siswa. Sebagai contoh, untuk siswa sekolah dasar, yang pada umumnya masih berada pada tahap operasi konkrit, soal yang berbunyi : “Tentukanlah sebuah bilangan yang jika ditambah 3 akan menjadi 8”, akan lebih sesuai jika direpresentasikan dalam bentuk … + 3=8; sedangkan untuk siswa SMP, yang tingkat

perkembangannya sudah lebih matang, soal tersebut akan lebih sesuai jika direpresentasikan dalam bentuk : $x + 3 = 8$.

Penggunaan notasi yang tepat akan mempermudah ditemukannya penyelesaian untuk berbagai macam soal, mempermudah ditemukannya berbagai prinsip matematika, dan juga mempermudah pengembangan berbagai konsep, prinsip, dan prosedur dalam matematika.

c. Teorema Kekontrasan dan Variasi (*Contrast and Variation Theorem*)

Di dalam teorema kekonstrasan dan variasi dikemukakan bahwa sesuatu konsep matematika akan lebih mudah dipahami oleh siswa apabila konsep itu dikontraskan dengan konsep-konsep yang lain, sehingga perbedaan antara konsep itu dengan konsep-konsep yang lain menjadi jelas. Sebagai contoh, pemahaman siswa tentang konsep bilangan prima akan menjadi lebih baik bila bilangan prima dibandingkan dengan bilangan yang bukan prima, sehingga perbedaan antara bilangan prima dengan bilangan yang bukan prima, menjadi jelas. Demikian pula, pemahaman siswa tentang konsep persegi dalam geometri akan menjadi lebih baik jika konsep persegi dibandingkan dengan konsep-konsep geometri yang lain, misalnya persegipanjang, jajarangenjang, belahketupat, dan lain-lain. Dengan membandingkan konsep yang satu dengan konsep yang lain, perbedaan dan hubungan (jika ada) antara konsep yang satu dengan konsep yang lain menjadi jelas. Sebagai contoh, dengan membandingkan konsep persegi dengan konsep persegipanjang akan menjadi jelas bahwa persegi merupakan kejadian khusus (*a special case*) dari persegipanjang, artinya: setiap persegi tentu merupakan persegipanjang, sedangkan suatu persegipanjang belum tentu merupakan persegi.

Selain itu di dalam teorema ini juga disebutkan bahwa pemahaman siswa tentang sesuatu konsep matematika juga akan menjadi lebih baik apabila konsep itu dijelaskan dengan menggunakan berbagai contoh yang bervariasi. Misalnya, dalam pembelajaran konsep persegipanjang, persegipanjang sebaiknya ditampilkan dengan berbagai contoh yang bervariasi. Misalnya ada persegipanjang yang posisinya bervariasi (ada yang dua sisinya yang berhadapan terletak horisontal dan dua sisi yang lain vertikal, ada yang posisinya miring, dan sebagainya), ada persegipanjang yang perbedaan panjang dan lebarnya begitu mencolok, dan ada persegipanjang yang panjang dan lebarnya hampir sama, bahkan ada persegipanjang yang panjang dan lebarnya sama. Dengan digunakannya contoh-contoh yang bervariasi tersebut, sifat-sifat atau ciri-ciri dari persegipanjang akan dapat dipahami dengan baik. Dari berbagai contoh tersebut siswa akan bisa memahami bahwa sesuatu konsep bisa direpresntasikan dengan berbagai contoh yang spesifik. Sekalipun contoh-contoh yang spesifik tersebut mengandung perbedaan yang satu dengan yang lain, semua contoh (semua kasus) tersebut memiliki ciri-ciri umum yang sama.

d. Teorema Konektivitas *(Connectivity Theorem*)

Di dalam teorema konektivitas disebutkan bahwa setiap konsep, setiap prinsip, dan setiap keterampilan dalam matematika berhubungan dengan konsep-konsep, prinsip-prinsip, dan keterampilan-keterampilan yang lain. Adanya hubungan antara konsep-konsep, prinsip-prinsip dan keterampilan-keterampilan itu menyebabkan struktur dari setiap cabang matematika menjadi jelas. Adanya hubungan-hubungan itu juga membantu guru dan pihak-pihak lain (misalnya penyusun kurikulum, penulis buku, dan lain-lain) dalam upaya untuk menyusun program pembelajaran bagi siswa.

Dalam pembelajaran matematika, tugas guru bukan hanya membantu siswa dalam memahami konsep-konsep dan prinsip-prinsip serta memiliki keterampilan-keterampilan tertentu, tetapi juga membantu siswa dalam memahami hubungan antara konsep-konsep, prinsip-prinsip, dan keterampilan–keterampilan tersebut. Dengan memahami hubungan antara bagian yang satu dengan bagian yang lain dari matematika, pemahaman siswa terhadap struktur dan isi dari matematika menjadi lebih utuh.

Perlu dijelaskan bahwa keempat teorema tersebut di atas tidak dimaksudkan untuk diterapkan satu per satu dengan urutan seperti di atas. Dalam penerapan (implementasi), dua teorema atau lebih dapat diterapkan secara bersama dalam proses pembelajaran sesuatu materi matematika tertentu. Hal tersebut bergantung pada karakteristik dari materi atau topik matematika yang dipelajari dan karakteristik dari siswa yang belajar.

3. Teori GAGNE

Robert M. Gagne adalah seorang ahli psikologi yang banyak melakukan penelitian mengenai fase-fase belajar, tipe-tipe kegiatan belajar, dan hierarki belajar. Dalam penelitiannya ia banyak menggunakan materi matematika sebagai medium untuk menguji penerapan teorinya. Di dalam teorinya Gagne juga mengemukakan suatu klasifikasi dari objek-objek yang dipelajari di dalam matematika.

1. Objek-objek pembelajaran matematika

Menurut Gagne, secara garis besar ada dua macam objek yang dipelajari siswa dalam matematika, yaitu objek-objek langsung *(direct objects)* dan objek-objek tak langsung *(indirect objects*). Objek-objek langsung dari pembelajaran matematika terdiri atas fakta-fakta

matematika, keterampilan-keterampilan (prosedur-prosedur) matematika, konsep-konsep matematika, dan prinsip-prinsip matematika.

Objek-objek tak langsung dari pembelajaran matematika meliputi kemampuan berpikir logis, kemampuan memecahkan masalah, kemampuan berpikir analitis, sikap positif terhadap matematika, ketelitian, ketekunan, kedisiplinan, dan hal-hal lain yang secara implisit akan dipelajari jika siswa mempelajari matematika.

Penjelasan tentang objek-objek langsung dari matematika:

a. Fakta-fakta matematika adalah konvensi-konvensi (kesepakatan) dalam matematika yang dimasukkan untuk memperlancar pembicaraan-pembicaraan di dalam matematika, seperti lambang-lambang yang ada dalam matematika. Kesepakatan bahwa pada garis bilangan yang horisontal, arah ke kanan menunjukkan bilangan-bilangan yang semakin besar sedangkan arah ke kiri menunjukkan bilangan-bilangan yang semakin kecil, dan sebagainya.

   Di dalam matematika, fakta merupakan sesuatu yang harus diterima begitu saja, karena itu sekadar merupakan kesepakatan. Misalnya, lambang untuk bilangan lima adalah “5” (dalam sistem lambang bilangan Hindu-Arab) atau “V” (dalam sistem lambang bilangan Romawi). Juga, lambang “+” adalah lambang untuk operasi penjumlahan, dan lambang “A $\cap$ B” adalah lambang untuk irisan antara himpunan A dan himpunan B. Di dalam matematika, tidak lagi dipersoalkan mengapa lambang untuk bilangan lima adalah “5” (dalam sistem Hindu-Arab), dan bukannya lambang yang lain. Juga, tidak lagi dipersoalkan mengapa lambang untuk irisan dua himpunan adalah “$\cap$” , dan bukannya lambang yang lain. Menurut Gagne, fakta hanya bisa dipelajari dengan dipakai berulang-ulang dan dihafal.

b. Keterampilan-keterampilan matematika adalah operasi-operasi dan prosedur-prosedur dalam matematika, yang masing-masing merupakan suatu proses untuk mencari (memperoleh) sesuatu hasil tertentu. Contoh keterampilan matematika adalah proses mencari jumlah dua bilangan, proses mencari kelipatan persekutuan terkecil dari dua bilangan, proses mencari turunan (derivatif) suatu fungsi, proses mencari akar (penyelesaian) suatu persamaan, dan sebagainya.

c. Konsep-konsep matematika. Konsep adalah suatu ide abstrak yang memungkinkan orang untuk mengklasifikasikan apakah sesuatu objek tertentu merupakan contoh atau bukan contoh dari ide abstrak tersebut. Suatu konsep yang berada dalam lingkup ilmu matematika disebut konsep matematika. Segitiga, persegipanjang, persamaan, pertidaksamaan, bilangan cacah, dan bilangan prima masing-masing merupakan sebuah konsep matematika. Demikian pula relasi, fungsi, peubah, konstanta, segitiga samakaki, dan lain-lain, masing-masing adalah sebuah konsep matematika.

d. Prinsip-prinsip matematika. Prinsip adalah suatu pernyataan yang bernilai benar, yang memuat dua konsep atau lebih dan menyatakan hubungan antara konsep-konsep tersebut. Beberapa contoh prinsip dalam matematika (disebut juga prinsip matematika):

1) Hasilkali dua bilangan p dan q sama dengan nol bila hanya bila $p=0$ atau $q = 0$. Prinsip ini juga dapat ditulis dengan lambang-lambang matematika, sebagai berikut: $p.q = 0 \Leftrightarrow p = 0$ atau $q = 0$

2) Pada setiap segitiga siku-siku, kuadrat panjang sisi miring sama dengan jumlah kuadrat panjang kedua sisi siku-siku.

2. Fase-fase kegiatan belajar

Menurut Gagne, setiap kegiatan belajar terdiri atas empat fase yang terjadi secara berurutan, yaitu:

a. Fase aprehensi *(apprehention phase).* Pada fase ini siswa menyadari adanya stimulus yang terkait dengan kegiatan belajar yang akan ia lakukan. Dalam pelajaran matematika, stimulus tersebut bisa berupa materi pelajaran yang terletak pada halaman sebuah buku, sebuah soal yang diberikan oleh guru sebagai pekerjaan rumah, atau bisa juga seperangkat alat peraga yang berguna untuk pemahaman konsep tertentu. Pada fase ini, siswa melakukan pencermatan terhadap stimulus tersebut, antara lain dengan mencermati ciri-ciri dari stimulus tersebut dan mengamati hal-hal yang ia anggap menarik atau penting.

b. Fase akuisisi *(acquisition phase*). Pada fase ini siswa melakukan akuisisi (pemerolehan, penyerapan, atau internalisasi) terhadap berbagai fakta, keterampilan, konsep, atau prinsip yang menjadi sasaran dari kegiatan belajar tersebut.

c. Fase penyimpanan *(storage phase).* Pada fase ini siswa menyimpan hasil-hasil kegiatan belajar yang telah ia peroleh dalam ingatan jangka pendek *(short-term memory*) dan ingatan jangka panjang *(long-term memory).*

d. Fase pemanggilan *(retrieval phase).* Pada fase ini siswa berusaha memanggil kembali hasil-hasil dari kegiatan belajar yang telah ia peroleh dan telah disimpan dalam ingatan, baik itu yang menyangkut fakta, keterampilan, konsep, maupun prinsip. Pemanggilan kembali pengetahuan yang telah diperoleh itu dilakukan pada saat siswa mengerjakan soal-soal latihan, di mana ia harus mengingat kembali berbagai hal tertentu yang telah ia pelajari agar ia dapat mengerjakan

soal-soal latihan tersebut, pada saat ia menempuh tes atau ulangan, atau pada saat ia mempelajari bagian-bagian tertentu dari materi pembelajaran yang ada kaitannya dengan materi-materi tertentu yang telah ia pelajari sebelumnya.

Agar kegiatan belajar siswa dapat berlangsung dengan optimal, keempat fase tersebut harus dilakukan dengan sebaik-baiknya. Maksudnya ialah, sebelum siswa mempelajari sesuatu materi yang baru, siswa perlu menyadari adanya materi yang baru tersebut dan berusaha mencermati materi itu dengan sebaik-baiknya (fase aprehensi). Kemudian, sesudah itu siswa harus aktif mempelajari materi yang baru tersebut baik secara individual, bersama dengan guru, maupun bersama-sama dengan siswa-siswa yang lain agar fakta, keterampilan, konsep, dan prinsip yang menjadi sasaran kegiatan belajar dapat ia pahami dan ia internalisasikan dengan sebaik-baiknya (fase akuisisi).

Hasil belajar yang telah diperoleh melalui kegiatan belajar secara aktif tersebut otomatis akan tersimpan dengan baik dalam ingatan siswa (fase penyimpanan).

Selanjutnya, agar hasil belajar yang telah disimpan tersebut dapat digunakan untuk berbagai keperluan, siswa perlu berlatih untuk memanggil kembali hasil-hasil belajar yang telah diperoleh tersebut dengan melalui latihan-latihan soal, ulangan-ulangan, atau dengan menjawab pertanyaan-pertanyaan dari guru. Kegiatan-kegiatan ini, selain berperan sebagai latihan untuk pemanggilan kembali hasil-hasil belajar yang telah diperoleh, juga dapat meningkatkan pemahaman dan penguasaan materi-materi tertentu yang sebelumnya belum dipahami atau dikuasai dengan baik. Di samping itu, latihan-latihan pemanggilan kembali tersebut juga akan menyempurnakan proses penyimpanan materi-materi tersebut untuk waktu-waktu selanjutnya. Dari keseluruhan

uraian ini tampak pula bahwa fase akuisisi, fase penyimpanan, dan fase pemanggilan kembali merupakan fase-fase yang terkait erat satu sama lain, sehingga sekalipun ketiganya dapat dibedakan, dalam proses pembelajaran ketiganya tidak selalu dapat dipisahkan secara tegas satu dengan yang lain. Seperti telah diuraikan tadi, pelaksanaan fase yang satu akan berpengaruh terhadap pelaksanaan fase-fase yang lain. Sebagai contoh, jika fase akuisisi terlaksana dengan baik, fase penyimpanan pun akan terlaksana dengan baik pula. Selanjutnya, jika fase penyimpanan terlaksana dengan baik, fase pemanggilan kembali juga akan terlaksana dengan lancar.

3. Jenis-jenis (tipe-tipe belajar)

Menurut Gagne, kegiatan belajar manusia dapat dibedakan atas 8 jenis, dari jenis belajar yang paling sederhana, yaitu belajar isyarat *(signal learning)* sampai jenis belajar yang paling kompleks, yaitu pemecahan masalah *(problem solving).* Kedelapan jenis belajar tersebut adalah: belajar isyarat *(signal learning*), belajar stimulus – respons *(stimulus – response learning*), rangkaian gerakan *(chaining),* rangkaian verbal *(verbal association),* belajar membedakan *(discrimination learning),* belajar konsep *(concept learning),* belajar aturan *(rule learning),* dan pemecahan masalah *(problem solving).*

Jenis belajar 1: Belajar isyarat

Belajar isyarat adalah kegiatan yang terjadi secara tidak disadari, sebagai akibat dari adanya suatu stimulus tertentu. Sebagai contoh, jika seseorang siswa mendapatkan komentar bernada positip dari guru matematika, secara tidak disadari siswa itu akan cenderung menyukai pelajaran matematika. Sebaliknya, jika seseorang siswa mendapat sesuatu komentar yang bernada negatif dari seorang guru, secara tidak

disadari siswa itu akan cenderung tidak menyukai pelajaran yang dipegang oleh guru tersebut.

Jenis belajar 2 : Belajar stimulus-respons

Belajar stimulus-respons adalah kegiatan belajar yang terjadi secara disadari, yang berupa dilakukannya sesuatu kegiatan fisik sebagai suatu reaksi atas adanya suatu stimulus tertentu. Kegiatan fisik yang dilakukan tersebut adalah kegiatan fisik yang di masa lalu memberikan pengalaman yang menyenangkan bagi orang yang bersangkutan. Sebagai contoh, pada waktu para siswa diberi suatu tugas dari guru yang hasilnya harus dikumpulkan, seseorang siswa mungkin secara sadar berusaha untuk menuliskan hasil pelaksanaan tugas itu dengan rapi, sebab, menurut pengalaman yang ia miliki di masa lalu, suatu pekerjaan yang ditulis dengan rapi cenderung mendapatkan nilai yang lebih tinggi dibandingkan dengan pekerjaan yang tidak ditulis dengan rapi, sekalipun isi kedua pekerjaan itu sama.

Jenis belajar 3 : rangkaian gerakan

Rangkaian gerakan merupakan kegiatan yang terdiri atas dua gerakan fisik atau lebih yang dirangkai menjadi satu secara berurutan, dalam upaya untuk mencapai sesuatu tujuan tertentu. Sebagai contoh, kegiatan melukis garis bagi pada suatu sudut merupakan suatu kegiatan yang terdiri atas beberapa gerakan fisik yang dilakukan secara berurutan, sejak dari pembuatan suatu busur lingkaran yang berpusat di titik tersebut sampai perbuatan garis bagi yang dimaksud.

Jenis belajar 4 : Rangkaian verbal

Rangkaian verbal merupakan kegiatan merangkai kata-kata atau kalimat-kalimat secara bermakna, termasuk menghubungkan kata-kata atau kalimat-kalimat dengan objek-objek tertentu. Misalnya, kegiatan

mendeskripsikan sifat-sifat suatu bangun geometri (persegipanjang, belahketupat, dan lain-lain) kegiatan menyebutkan nama benda-benda tertentu dan sebagainya.

Jenis belajar 5 : Belajar membedakan

Belajar membedakan merupakan kegiatan mengamati perbedaan antara sesuatu objek yang satu dengan sesuatu objek yang lain, misalnya membedakan lambang “2” dengan lambang “5”, membedakan lambang “$\cap$” dengan lambang” $\cup$ “ (pada pembicaraan tentang himpunan), membedakan bilangan bulat dengan bilangan cacah, membedakan konstanta dengan variabel, mencermati perbedaan antara prosedur mencari FPB (Faktor Persekutuan Terbesar) dengan prosedur mencari KPK (Kelipatan Persekutuan Terkecil), dan sebagainya.

Jenis belajar 6 : Belajar konsep

Belajar konsep adalah kegiatan mengenali sifat yang sama yang terdapat pada berbagai objek atau peristiwa, dan kemudian memperlakukan objek-objek atau peristiwa-peristiwa itu sebagai suatu kelas, disebabkan oleh adanya sifat yang sama tersebut.

Seseorang siswa dikatakan telah memahami suatu konsep apabila ia telah mampu mengenali dan mengabstraksi sifat yang sama tersebut, yang merupakan ciri khas dari konsep yang dipelajari, dan telah mampu membuat generalisasi terhadap konsep itu. Artinya, siswa telah memahami bahwa keberadaan konsep itu tidak lagi terkait dengan suatu benda konkret tertentu atau peristiwa tertentu, tetapi bersifat umum (general).

Sebagai contoh, siswa dikatakan telah memahami konsep lingkaran apabila siswa mampu mengenali keberadaan konsep lingkaran itu pada setiap benda konkret yang memang mempunyai wujud lingkaran,

seperti roda, mata uang logam, tutup kaleng susu, dan sebagainya. Siswa juga mampu mengabstraksi konsep lingkaran dari berbagai benda konkrit tersebut sebagai suatu bangun datar yang memuat titik-titik yang berjarak sama dari suatu titik tertentu. Keberadaan konsep lingkaran tidak terikat sesuatu benda konkret tertentu, tetapi bersifat umum.

Jenis belajar 7 : Belajar aturan

Aturan adalah suatu pernyataan yang memberikan petunjuk kepada individu bagaimana harus bertindak dalam menghadapi situasi-situasi tertentu. Belajar aturan adalah kegiatan memahami pernyataan-pernyataan dan sekaligus menggunakannya pada situasi-situasi yang sesuai. Beberapa contoh aturan dalam matematika:

(1) Untuk sebarang dua bilangan real a dan b berlaku :a x b = b x a

(2) Jika panjang jari-jari sebuah lingkaran adalah r, maka luas daerah lingkaran itu adalah π r 2

(3) Jika panjang kedua sisi siku-siku pada sebuah segitiga siku-siku adalah a dan b, dan panjang sisi miring adalah c, maka $a^2 + b^2 = c^2$

Jenis belajar 8 : Pemecahan masalah

Pemecahan masalah merupakan kegiatan belajar yang paling kompleks. Suatu soal dikatakan merupakan masalah bagi seseorang apabila orang itu memahami soal tersebut, dalam arti mengetahui apa yang diketahui dan apa yang diminta dalam soal itu, dan belum mendapatkan suatu cara yang untuk memecahkan soal itu.

Untuk dapat memecahkan suatu masalah, seseorang memerlukan pengetahuan-pengetahuan dan kemampuan-kemampuan yang ada kaitannya dengan masalah tersebut. Pengetahuan-pengetahuan dan

kemampuan-kemampuan itu harus diramu dan diolah secara kreatif, dalam rangka memecahkan masalah yang bersangkutan.

Hirarki belajar

Menurut Gagne, penguasaan suatu pengetahuan atau suatu kemampuan pada umumnya membutuhkan penguasaan terhadap pengetahuan atau kemampuan prasyarat. Pengetahuan atau kemampuan prasyarat ini pun masing-masing (kemungkinan besar) memerlukan beberapa prasyarat pula, demikian seterusnya, sehingga terbentuk suatu susunan yang hirarkis dari berbagai pengetahuan atau kemampuan, yang disebut **hirarki belajar.**

Bila pengetahuan atau kemampuan prasyarat tersebut belum dikuasai oleh seseorang, orang tersebut tidak bisa menguasai pengetahuan atau kemampuan yang dituju. Hal ini sangat relevan untuk pembelajaran matematika. Materi-materi pembelajaran matematika pada umumnya tersusun secara hirarkis; materi yang satu merupakan prasyarat untuk materi berikutnya. Seorang siswa tidak bisa mempelajari sesuatu materi tertentu apabila materi-materi yang merupakan prasyarat belum dikuasai. Sebagai contoh, seorang siswa akan mengalami kesulitan dalam mempelajari perkalian bilangan cacah apabila ia belum menguasai penjumlahan bilangan cacah. Hal ini dikarenakan materi penjumlahan bilangan cacah merupakan prasyarat untuk perkalian bilangan cacah. Banyak siswa di sekolah-sekolah kita mengalami kesulitan dalam mempelajari matematika karena materi-materi atau kemampuan-kemampuan prasyarat untuk hal-hal yang dipelajari belum dikuasai.

4. Teori VYGOTSKY

Teori Vigotsky menekankan pada hakekat sosiokultural dari pembelajaran. Vygotsky, mengkritik pendapat Piaget yang menyatakan bahwa faktor utama yang mendorong perkembangan kognitif seseorang adalah motivasi atau daya dari si individu sendiri untuk mau belajar dan berinteraksi dengan lingkungan. Vygotsky justru berpendapat bahwa interaksi sosial, yaitu interaksi individu tersebut dengan orang-orang lain, merupakan faktor yang terpenting yang mendorong atau memicu perkembangan kognitif seseorang. Sebagia contoh, seorang anak belajar berbicara sebagai akibat dari interaksi anak itu dengan orang-orang di sekelilingnya, terutama orang yang sudah lebih dewasa (yaitu orang-orang yang sudah lebih mahir berbicara daripada si anak). Interaksi dengan orang-orang lain memberikan rangsangan dan bantuan bagi si anak untuk berkembang. Proses – proses mental yang dilakukan atau dialami oleh seorang anak dalam interaksinya dengan orang-orang lain diinternalisasi oleh si anak. Dengan cara ini kemampuan kognitif si anak berkembang. Vygotsky berpendapat pula bahwa proses belajar akan terjadi secara efisien dan efektif apabila si anak belajar secara kooperatif dengan anak-anak lain suasana lingkungan yang mendukung (supportive), dalam bimbingan atau pendampingan seseorang yang lebih mampu atau lebih dewasa, misalnya seorang guru. Menurut Vygotsky, setiap anak mempunyai apa yang disebut zona perkembangan proksimal *(zone of proximal development*), yang oleh Vygotsky didefinisikan sebagai "jarak" atau selisih antara tingkat perkembangan si anak yang aktual, yaitu tingkat yang ditandai dengan kemampuan si anak untuk menyelesaikan soal-soal tertentu secara independent, dengan tingkat perkembangan potensial yang lebih tinggi, yang bisa dicapai oleh si anak jika ia mendapat bimbingan dari seseorang yang lebih dewasa atau lebih kompeten. Dengan kata lain, zona perkembangan proksimal adalah selisih

antara apa yang bisa dilakukan seorang anak secara independen dengan apa yang bisa dicapai oleh anak tersebut jika ia mendapat bantuan seorang anak dari seseorang yang lebih kompeten. Bantuan kepada seorang yang lebih dewasa atau lebih kompeten dengan maksud agar si anak mampu untuk mengerjakan tugas-tugas atau soal-soal yang lebih tinggi tingkat kerumitannya daripada tingkat perkembangan kognitif yang aktual dari anak yang bersangkutan disebut dukungan dinamis atau ***scaffolding.*** Scaffolding berarti memberikan sejumlah besar bantuan kepada siswa selama tahap-tahap awal pembelajaran dan kemudian mengurangi bantuan tersebut dan memberikan kesempatan kepada siswa untuk mengambil alih tanggung jawab yang semakin besar segera setelah ia dapat melakukannya. Bentuk dari bantuan itu berupa petunjuk, peringatan, dorongan, penguraian langkah-langkah pemecahan, pemberian contoh, atau segala sesuatu yang dapat mengakibatkan siswa mandiri.

Vygotsky yakin bahwa fungsi mental yang lebih tinggi umumnya muncul dalam percakapan/kerjasama antar siswa sebelum fungsi mental yang lebih tinggi itu terserap. Slavin mengatakan:

> *"The most important of Vygotsky's theory is an emphasis on the sosiocultural nature of learning. He believed that learning takes place when children are working within their zone of proximal development. Task within the zone of proximal development are ones that a child cannot yet do alone but could do with the assistance of peers or adults. That is, the is capable of learning at given time. Vygotsky further believed that higher mental functional usually exists in comversation and collaboration among individuals before it exists within the individual".*

Dari kutipan di atas nampak bahwa kontribusi penting dari teory Vygotsky penekanannya adalah pada sifat alami sosiokultural dari

pembelajaran. Menurut Vygotsky, pembelajaran berlangsung ketika siswa bekerja dalam *zone of proximal development* sehingga dalam menyelesaikan tugas-tugas belajarnya siswa tidak dapat semdiri.

Tugas guru adalah menyediakan atau mengatur lingkungan belajar siswa, dan mengatur tugas-tugas yang harus dikerjakan siswa, serta memberikan dukungan dinamis, sedemikian hingga setiap siswa bisa berkembang secara maksimal dalam zona perkembangan proksimal masing-masing.

Guru kiranya bisa memanfaatkan baik Teori Piaget maupun Teori Vygotsky dalam upaya untuk melakukan proses pembelajaran yang efektif. Di satu pihak, guru perlu mengupayakan supaya setiap siswa berusaha agar bisa mengembangkan diri masing-masing secara maksimal, yaitu mengembangkan kemampuan berpikir dan bekerja secara independen (sesuai dengan Teori Piaget). Di lain pihak , guru perlu juga mengupayakan supaya tiap-tiap siswa juga aktif berinteraksi dengan siswa-siswa lain dan orang-orang lain di lingkungan masing-masing (sesuai dengan Teori Vygotsky). Jika kedua hal itu dilakukan, perkembangan kognitif tiap-tiap siswa akan bisa terjadi secara optimal.

5. Teori AUSUBEL

Sekalipun selama ini metode ceramah dan metode-metode ekspositoris yang lain banyak digugat karena dianggap kurang mendorong proses berpikir dan proses belajar aktif pada siswa, tidak berarti bahwa metode-metode tersebut dapat ditingkatkan begitu saja. David P. Ausubel adalah salah satu pakar dalam bidang pendidikan dan psikologi yang berpendapat bahwa metode ceramah (*lecture method*) merupakan metode pembelajaran yang sangat efektif, apabila dipakai secara tepat.

Menurut Ausubel, metode-metode ekspositoris merupakan metode-metode yang sangat efektif untuk mentransfer hasil-hasil penemuan di masa lalu kepada generasi-generasi berikutnya. Disebutkan pula oleh Ausubel bahwa baik metode-metode ekspositoris maupun metode-metode yang lain, termasuk metode penemuan dan metode-metode lain yang dimaksudkan untuk mengaktifkan siswa, semuanya masih bisa memberikan hasil pembelajaran yang baik atau hasil pembelajaran yang buruk. Hal tersebut masih tergantung pada pelaksanaannya di dalam kelas. Berkaitan dengan hasil pembelajaran, Ausubel membedakan antara **kegiatan belajar yang bermakna** (*meaningful learning)* dan **kegiatan belajar yang tak bermakna** (*rote learning)*, di mana siswa hanya menghafal apa yang diajarkan guru tanpa memahami makna atau isi dari apa yang dihafalkan).

Menurut Ausubel, belajar bermakna timbul jika siswa mencoba menghubungkan pengetahuan baru dengan pengetahuan yang dimilikinya. Jika pengetahuan baru tidak berhubungan dengan pengetahuan yang ada, maka pengetahuan baru itu akan dipelajari siswa melalui belajar hafalan. Hal ini disebabkan pengetahuan yang baru tidak diasosiasikan dengan pengetahuan yang ada.

Menurut Ausubel, metode-metode ekspositoris yang digunakan dalam proses pembelajaran akan sangat efektif dalam menghasilkan kegiatan belajar yang bermakna apabila dipenuhi dua syarat berikut.

1. **Syarat pertama**: siswa memiliki *meaningful learning set*, yaitu sikap mental yang mendukung terjadinya kegiatan belajar yang bermakna. Contoh sikap mental semacam ini adalah siswa betul-betul mempunyai keinginan yang kuat untuk memahami hal-hal yang akan dipelajari, dan berusaha untuk mengaitkan hal-hal baru yang dipelajari dengan hal-hal lama yang telah ia ketahui, yang kiranya relevan.

2. **Syarat kedua**: materi yang akan dipelajari atau tugas yang akan dikerjakan siswa (*learning task)* adalah materi atau tugas yang bermakna bagi siswa. Artinya, materi atau tugas tersebut terkait dengan struktur kognitif yang pada saat itu telah dimiliki siswa, sehingga dengan demikian siswa bisa mengasimilasikan pengetahuan-pengetahuan baru yang dipelajari itu kedalam struktur kognitif yang ia miliki. Dan dengan demikian, struktur kognitif siswa mengalami perkembangan.

   Ausubel mengemukakan dua prinsip penting yang perlu diperhatikan dalam penyajian materi pembelajaran bagi siswa, yaitu:

a. **Prinsip diferensiasi progresif** (*progressive differentiation principle*), yang menyatakan bahwa dalam penyajian materi pembelajaran bagi siswa, materi, atau gagasan yang bersifat paling umum atau paling inklusif harus disajikan terlebih dulu, dan sesudah itu disajikan materi atau gagasan yang lebih detil. Prinsip ini didasarkan pada pandangan Ausubel bahwa cara belajar yang efektif adalah cara belajar yang mengupayakan adanya pemahaman terhadap struktur dari materi atau bidang ilmu yang dipelajari. Dengan menggunakan prinsip diferensiasi progresif tersebut, struktur dari materi atau bidang ilmu yang dipelajari akan bisa dipahami dengan baik.

b. **Prinsip ekonsiliasi integratif** (*integrative reconciliation principle*), yang menyatakan bahwa materi atau informasi yang baru dipelajari perlu direkonsiliasikan dan diintegrasikan dengan materi atau informasi yang sudah lebih dulu dipelajari pada bidang keilmuan yang bersangkutan. Sehubungan dengan itu, proses pembelaharan harus distrukturisasi secara sedemikian sehingga setiap pelajaran atau materi yang baru terkait secara cermat dengan materi yang telah disajikan dan dipelajari sebelumnya. Menurut Ausubel, setiap bidang ilmu mempunyai struktur tersendiri yang jelas. Lebih lanjut Ausubel menegaskan bahwa, agar

siswa bisa mempelajari materi pembelajaran pada suatu bidang ilmu secara efektif, siswa harus memahami struktur dari bidang ilmu tersebut.

c. Pengorganisir awal

Untuk membantu guru dalam mengajar dengan menggunakan dua prinsip tersebut di atas, Ausubel mengemukakan apa yang disebut pengorganisir awal, yaitu suatu materi atau suatu kegiatan yang dimaksudkan untuk mengawali pembelajaran untuk sesuatu materi tertentu, khsusunya pembelajaran dengan sesuatu materi yang baru.

Pengorganisir awal dimaksudkan untuk membantu siswa dalam mempersiapkan struktur kognitif yang dimiliki agar siap menerima materi pembelajaran yang baru.

6. Teori VAN HIELE

Dua tokoh pendidikan matematika dari Belanda , yaitu Pierre van Hiele dan isterinya, Dian van Hiele-Geldof, pada tahun-tahun 1957 sampai 1959 mengajukan suatu teori mengenai proses perkembangan yang dilalui para siswa dalam mempelajari geometri. Dalam teori yang mereka kemukakan, mereka berpendapat bahwa dalam mempelajari geometri para siswa mengalami perkembangan kemampuan berpikir dengan melalui tingkat-tingkat berikut:

Tingkat 1: Tingkat Visualisasi

Tingkat ini disebut juga **tingkat pengenalan**. Pada tingkat ini, siswa memandang sesuatu bangun geometri sebagai suatu keseluruhan, sesuatu yang *wholistic*. Pada tingkat ini siswa belum memperhatikan kompoenen-komponen dari masing-masing bangun. Dengan demikian, meskipun pada tingkat ini siswa sudah mengenal nama sesuatu bangun, siswa belum mengamati ciri-ciri dari bangun itu. Sebagai contoh, pada

tingkat ini siswa tahu bahwa suatu bangun bernama persegipanjang, tetapi ia belum menyadari ciri-ciri dari bangun yang bernama persegipanjang tersebut.

Tingkat 2 : Tingkat Analisis

Tingkat ini sering disebut juga **tingkat deskriptif**. Pada tingkat ini siswa sudah mengenal bangun-bangun geometri berdasarkan ciri-ciri dari masing-masing bangun. Dengan kata lain, pada tingkat ini siswa sudah bisa menganalisis bagian-bagian yang ada pada suatu bangun dan mengamati sifat-sifat yang dimiliki oleh unsur-unsur tersebut.

Sebagai contoh, pada tingkat ini siswa sudah bisa mengatakan bahwa suatu bangun merupakan persegipanjang karena bangun itu “mempunyai empat sisi, sisi-sisi yang berhadapan sejajar, dan semua sudutnya siku-siku”.

Tingkat 3. Tingkat Abstraksi

Tingkat ini disebut juga tingkat pengurutan atau tingkat relasional. Pada tingkat ini, siswa sudah bisa memahami hubungan antara ciri yang satu dan ciri yang lain pada sesuatu bangun. Sebagai contoh, pada tingkat ini siswa sudah bisa mengatakan bahwa jika pada suatu segiempat sisi-sisi yang berhadapan sejajar, maka sisi-sisi yang berhadapan itu juga sama panjang. Di samping itu pada tingkat ini siswa sudah memahami perlunya definisi untuk tiap-tiap bangun. Pada tingkat ini, siswa juga sudah bisa memahami hubungan antara bangun yang satu dengan bangun yang lain. Misalnya pada tingkat ini siswa sudah bisa memahami bahwa setiap persegi adalah juga persegipanjang karena persegi juga memiliki ciri-ciri persegipanjang.

Tingkat 4 : Tingkat deduksi formal

Pada tingkat ini siswa sudah memahami peranan pengertian-pengertian pangkat, definisi-definisi, aksioma-aksioma, dan teorema-teorema pada geometri. Pada tingkat ini siswa sudah mulai mampu menyusun bukti-bukti secara formal. Ini berarti bahwa pada tingkat ini siswa sudah memahami proses berpikir yang bersifat deduktif-aksiomatis dan mampu menggunakan proses berpikir tersebut.

Tingkat 5 : Tingkat Rigor

Tingkat ini disebut juga tingkat metamatematis. Pada tingkat ini, siswa mampu melakukan penalaran secara formal tentang sistem-sistem matematika (termasuk sistem-sistem geometri), tanpa membutuhkan model-model yang konkret sebagai acuan. Pada tingkat ini, siswa memahami bahwa dimungkinkan adanya lebih dari satu geometri.

Sebagai contoh, pada tingkat ini siswa menyadari bahwa jika salah satu aksioma pada suatu sistem geometri diubah, maka seluruh geometri tersebut juga akan berubah. Sehingga, pada tingkat ini siswa sudah bisa memahami adanya geometri-geometri yang lain di samping geometri Euclides.

Menurut van Hiele, semua anak mempelajari geometri dengan melalui tingkat-tingkat tersebut, dengan urutan yang sama, dan tidak dimungkinkan adanya tingkat yang diloncati. Akan tetapi, kapan seseorang siswa mulai memasuki sesuatu tingkat yang baru tidak selalu sama antara siswa yang satu dengan siswa yang lain.

Selain itu, menurut van Hiele, proses perkembangan dari tingkat yang satu ke tingkat berikutnya terutama tidak ditentukan oleh umur atau kematangan biologis, tetapi lebih tergantung pada pengajaran dari guru dan proses belajar yang dilalui siswa.

D. Beberapa Model Pembelajaran Matematika Yang Inovatif di SMA/MA.

Pemilihan model pembelajaran menyangkut strategi, metode, juga pendekatan dalam pembelajaran. *Strategi pembelajaran* adalah perencanaan dan tindakan yang tepat dan cermat mengenai kegiatan pembelajaran agar kompetensi dasar dapat tercapai. Strategi pembelajaran yang dipilih saat ini adalah strategi yang membuat siswa (peserta didik) semakin aktif dalam belajarnya. Strategi pembelajaran yang seperti ini dikenal dengan istilah *Pembelajaran Aktif*. *Pembelajaran* sendiri, adalah upaya menciptakan iklim dan pelayanan terhadap kemampuan, potensi, minat, bakat, dan kebutuhan siswa (peserta didik) yang beragam agar terjadi interaksi optimal antara guru dengan siswa serta antara siswa dengan siswa. *Metode*, menyangkut cara guru dalam menyampaikan pesan (materi pelajaran). Misalnya, guru menyampaikan pesan melalui metode ceramah, metode tanya-jawab, atau dengan metode demonstrasi. *Pendekatan* pembelajaran adalah cara penyampaian materi pelajaran yang dipandang guru yang bersangkutan paling dekat atau paling cepat sehingga materi pelajaran dapat segera diserap oleh siswa. Sebagai contoh, seorang guru SMP akan menjelaskan materi pokok pecahan. Pendekatan yang dapat dipilih guru tersebut antara lain melalui pendekatan benda konkret, dengan pendekatan geometri, atau dengan pendekatan garis bilangan. Di sekolah, tindakan pembelajaran ini jelas harus dilakukan nara sumber (guru) terhadap para siswanya. *Model pembelajaran* adalah suatu pola atau langkah-langkah pembelajaran tertentu yang diterapkan guru agar tujuan atau kompetensi dari hasil belajar yang diharapkan akan cepat dapat dicapai dengan lebih efektif dan efisien.

Suatu kegiatan pembelajaran di kelas disebut model pembelajaran jika: (1) ada kajian ilmiah dari penemu atau ahlinya, (2) ada tujuan yang ingin dicapai, (3) ada tingkah laku yang spesifik, dan (4) ada lingkungan

yang perlu diciptakan agar tindakan/ kegiatan pembelajaran tersebut dapat berlangsung secara efektif.

Model pembelajaran Inovatif (bersifat pembaharu dan efektif) yang dapat dipilih dan diterapkan oleh para guru sangat beragam. Dalam tulisan ini, akan dikemukakan beberapa jenis model pembelajaran yang dipandang relevan dan diharapkan dapat meningkatkan prestasi serta aktivitas belajar para siswa.

Model pembelajaran tersebut antara lain sebagai berikut.

1. Model Pembelajaran Pengajuan Soal (*Problem Posing*).
2. Model Pembelajaran dengan Pendekatan Kontekstual (*Contextual Teaching and Learning* - CTL).
3. Model Pembelajaran Pakem.
4. Model Pembelajaran Quantum (*Quantum Teaching*).
5. Model Pembelajaran Berbalik (*Reciprocal Teaching*).
6. Model Pembelajaran Tutor Sebaya dalam Kelompok Kecil.
7. Model Pembelajaran *Problem Solving.*
8. Model Pembelajaran RME (*Realistik Mathematics Education*).
9. Model Pembelajaran Kooperatif (*Cooperative Learning*).

Sebenarnya masih banyak lagi jenis model pembelajaran seperti model pembelajaran dengan penemuan (*Inquiry-based learning*), model pembelajaran berbantuan (*Assisted learning*), model pembelajaran tematik, TPS (*Think-Pair-Share*), debat argumentatif, dan sebagainya. Tak mungkin dalam kurun waktu sesingkat ini kesemuanya diberikan di sini. Secara singkat, uraian berbagai model pembelajaran seperti yang disebutkan di atas dapat diterangkan sebagai berikut.

1. Model Pembelajaran Pengajuan Soal (*Problem Posing*)

Model pembelajaran ini mulai dikembangkan di tahun 1997 oleh Lyn D. English, dan awal mulanya diterapkan dalam mata pelajaran matematika. Selanjutnya, model ini dikembangkan pula pada mata-mata pelajaran yang lain.

Pada prinsipnya, model pembelajaran Problem Posing adalah suatu model pembelajaran yang mewajibkan para siswa untuk mengajukan soal sendiri melalui belajar soal (berlatih soal) secara mandiri.

Dengan demikian, penerapan model pembelajaran Problem Posing (Pengajuan Soal) adalah sebagai berikut.

1) Guru menjelaskan materi pelajaran kepada para siswa. Jika perlu, penggunaan alat peraga untuk memperjelas konsep sangat disarankan (misalnya pada Geo. Ruang).
2) Guru memberikan latihan soal secukupnya.
3) Siswa diminta mengajukan 1 atau 2 buah soal yang menantang, tetapi siswa yang bersangkutan harus mampu menyelesaikannya. Tugas ini dapat pula dilakukan secara kelompok.
4) Pada pertemuan berikutnya, secara acak, guru menyuruh siswa untuk menyajikan soal dan penyelesaiannya di depan kelas. Dalam hal ini, guru dapat menentukan siswa lain secara selektif untuk mengerjakan soal dari temannya; berdasarkan bobot soal yang diajukan oleh siswa.
5) Guru memberikan tugas rumah secara individual.

Ada tiga tipe model pembelajaran Problem Posing yang dapat dipilih guru. Pemilihan tipe ini dapat disesuaikan dengan tingkat kecerdasan para siswanya.

1) Problem Posing tipe *Pre Solution Posing*

Siswa membuat pertanyaan dan jawabannya berdasarkan pernyataan yang dibuat oleh guru sebelumnya. Jadi, yang diketahui pada soal itu dibuat guru, sedangkan siswa membuat pertanyaan dan jawabannya sendiri.

Contoh:

Diketahui: Kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 10 cm *(dibuat guru).*

Hitunglah:….. *(siswa membuat pertanyaan dan jawabannya sendiri).*

2) Problem Posing tipe *Within Solution Posing*

Siswa memecah pertanyaan tunggal dari guru menjadi sub-sub pertanyaan yang relevan dengan pertanyaan guru.

Contoh:

Misalnya, guru membuat soal sebagai berikut.

Diketahui: Sistem Persamaan Linier dalam Dua Variabel:

$2x - y = 9$ dan $x + 3y = 8$.

Hitunglah nilai $3x + 2y$.

Siswa harus bisa mengubah soal tersebut di atas menjadi seperti berikut ini.

Diketahui: Sistem Persamaan Linier dalam Dua Variabel:

$2x - y = 9$ dan $x + 3y = 8$.

a. Tentukan nilai x.

b. Tentukan nilai y.

c. Hitunglah nilai $3x + 2y$.

3) Problem Posing tipe *Post Solution Posing*

Siswa membuat soal yang sejenis dan menantang, seperti yang dicontohkan oleh guru. Jika guru dan siswa siap, maka siswa dapat diminta untuk mengajukan soal yang menantang dan variatif pada

pokok bahasan yang diterangkan guru. Siswa harus bisa menemukan jawabannya. Tetapi ingat, jika siswa gagal menemukan jawabannya, maka guru merupakan nara sumber utama bagi siswanya. Jadi, guru harus benar-benar menguasai materi.

2. Model Pembelajaran dengan Pendekatan Kontekstual (*Contextual Teaching and Learning* - CTL).

Model ini dikembangkan oleh Elaine B. Johnson, Ph. D, di tahun 2002, seorang ahli pendidikan dari Amerika Serikat. CTL ini diterapkan di Indonesia dalam era Kurikulum Berbasis Kompetensi di tahun 2004/2005 (yang dikenal dengan Kurikulum 2004) dan diteruslkan dengan KTSP (Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan). Saat ini, CTL sedang gencar disosialisasikan. Apalagi, penggunaan CTL ini sudah memperoleh rekomendasi dari Direktur Pendidikan Dasar dan Menengah, di bulan Agustus 2002.

Model pembelajaran dengan pendekatan Kontekstual merupakan model pembelajaran yang membantu guru mengaitkan antara materi yang diajarkannya dengan situasi dunia nyata siswa dan mendorong siswa membuat hubungan antara pengetahuan yang dimilikinya dengan penerapannya dalam kehidupan mereka sebagai anggota keluarga dan masyarakat.

Karakteristiknya sebagai berikut. 1) Antar siswa perlu kerja sama. 2) Saling menunjang. 3) Menyenangkan dan tidak membosankan. 4) Menyenangkan dan tidak membosankan. 5) Terintegrasi. 6) Menggunakan berbagai sumber. 7) Siswa aktif. 8) *Sharing* dengan teman. 9) Siswa kritis dan guru kreatif. 10) Dinding kelas dan lorong-lorong penuh dengan hasil karya siswa, peta-peta, artikel, humor, dan lain-lain. 11) Laporan kepada orang tua bukan hanya rapor, tetapi juga hasil karya

siswa, hasil praktikum, karangan siswa, dll, dikemas dalam portofolio. 12) Menggunakan penilaian sebenarnya (*authentic assessment*).

Ada 7 langkah/komponen yang perlu ditempuh guru, yaitu:

1) kembangkan pemikiran, bahwa anak perlu *mengkonstruksi sendiri* pengetahuannya (belajar secara mandiri)-konstruktivisme;
2) lakukan kegiatan inkuari untuk semua topik;
3) ungkap rasa ingin tahu siswa dengan bertanya;
4) ciptakan masyarakat belajar (misalnya, melalui belajar kelompok);
5) hadirkan model untuk contoh pembelajaran;
6) lakukan refleksi di akhir pertemuan;
7) lakukan penilaian yang sebenarnya *dengan berbagai cara*.

3. Model Pembelajaran Pakem

Model pembelajaran Pakem seiring dengan munculnya MPMBS (Manajemen Peningkatan Mutu Berbasis Sekolah). Pakem mulai disosialisasikan Tim Pusat Kurikulum bekerja sama dengan Unesco dan Unicef. Pakem singkatan dari Pembelajaran Aktif, Kreatif, Efektif, dan Menyenangkan.

Model pembelajaran Pakem, dapat diterapkan dengan pola sebagai berikut.

1) Mengaktifkan siswa melalui kegiatan bertanya, mengemukakan gagasan, mempertanyakan gagasan siswa lain dan gagasannya sendiri.
2) Kreatif, siswa merancang dan membuat sesuatu, siswa dapat menulis atau mengarang.
3) Efektif, siswa menguasai keterampilan yang diperlukan.

4) Menyenangkan, berarti suasana pembelajaran membuat siswa berani mencoba, berani bertanya, berani mengemukakan pendapat, berani mempertanyakan gagasan orang lain, dan lain-lain.
5) Berarti, guru tidak boleh menjadi “momok” bagi siswanya.
6) Di kelas ada “pojok baca”.
7) Penekanannya, belajar melalui berbuat.

4. Model Pembelajaran Quantum (*Quantum Teaching*)

Model pembelajaran *Quantum Teaching* mulai dikembangkan di Amerika Serikat di tahun 1999. Pelopornya adalah Prof. Dr. Bobbi DePorter dan Prof. Dr. Mark Reardon. Azasnya, *bawalah mereka ke dunia kita, antarkan dunia kita ke dunia mereka.*

Quantum diartikan sebagai interaksi yang *menggubah* (mengorkestrasi) energi menjadi cahaya. Interaksi mencakup unsur-unsur untuk belajar efektif yang mempengaruhi kesuksesan belajar. Interaksi ini menggubah kemampuan dan bakat alamiah siswa, yang diharapkan bermanfaat bagi mereka sendiri dan bagi orang lain. Perhatikan bahwa istilah “menggubah/mengorkestrasi” (mengadopsi dari dunia musik) untuk menyatakan “mengubah dan memadukan secara harmonis” dipergunakan di sini.

Langkahnya adalah sebagai berikut.

1) Orkestrasilah suasana belajar menjadi suasana yang amat menyenangkan bagi siswa. Guru harus ramah, antusias, hangat, dan menarik.
2) Buatlah agar segalanya “berbicara” tentang materi yang kita ajarkan.
3) Buatlah agar segalanya bertujuan untuk keberhasilan relajar siswa.
4) Berilah pengalaman awal (siswa mengkonstruksi sendiri pengeta-huannya), selanjutnya guru memberikan arahan yang diperlukan.

5) Beri pengakuan pada setiap usaha yang telah dilakukan siswa.
6) Jika suatu materi layak dipelajari, keberhasilannya layak pula dirayakan. Artinya, rayakanlah keberhasilan dari setiap siswa.
7) Perlu pengaturan suasana dan lingkungan yang kondusif untuk belajar.
8) Ciptakan keriangan dan ketakjuban (seperti waktu kita belajar naik sepeda).

Suasana sekolah/madrasah dapat dilengkapi dengan suara musik yang lembut, tetapi tidak mengganggu siswa dalam belajarnya. Selain itu, strategi lain yang perlu ditempuh adalah sebagai berikut.

1) Tumbuhkan motivasi belajar, misalnya melalui *AMBAK* (Apa Manfaatnya Bagiku).
2) Tumbuhkan rasa percaya diri.
3) Hilangkan penyebab gangguan belajar.
4) Ciptakan suasana yang nyaman dan santai.
5) Yakinkan bahwa keahlian memerlukan *latihan dan pengulangan*.
6) Kenalilah gaya belajar yang amat disukai mereka (dengan visual/melihat, auditorial/ mendengar, ataukah dengan kinestetik/bekerja).
7) Manfaatkan setiap waktu *tanpa tekanan*.
8) Ketika akhirnya tercapai tujuannya, *rayakanlah*.
9) Gunakan *musik yang lembut*, yang disukai.

5. Model Pembelajaran Berbalik (*Reciprocal Teaching*)

Model ini pertama kali diterapkan dalam mata pelajaran Bahasa, kemudian dimanfaatkan untuk berbagai mata pelajaran. Model ini dikenalkan pertama kali oleh Ann Brown di tahun 1982. Prinsipnya hampir sama dengan tutor sebaya. Dalam hal ini, siswa menyampaikan materi

seperti kalau guru mengajarkan materi tersebut. Variasinya: Guru mengajukan/ memancing dengan suatu pertanyaan, kemudian ada siswa *yang menjawab dan menjelaskan* jawaban dari pertanyaan guru. Jadi, penerapan *Reciprocal Teaching* dikemas dalam metode tanya-jawab terarah.

Langkahnya adalah sebagai berikut.

1) Guru menyiapkan materi yang akan diajarkan dengani model pembelajaran Berbalik (*Reciprocal Teaching*). Materi tersebut diinformasikan kepada siswa.
2) Siswa mempelajari materi tersebut secara mandiri di rumah.
3) Guru menunjuk satu siswa yang dipandang mampu untuk menyajikan materi tersebut di depan kelas, lengkap dengan alat peraga yang mungkin diperlukan.
4) Dengan metode tanya jawab, guru mengungkapkan kembali secara singkat untuk melihat tingkat pemahaman para siswa.
5) Guru melatih siswa mengerjakan soal (pendalaman materi).
6) Guru memberikan tugas rumah sebagai bentuk latihan rutin.

Menurut Paulina Pannen (2001:1), melalui pembelajaran berbalik ini, diharapkan siswa dapat mengembangkan kemauan belajar mandiri, siswa memiliki kemampuan untuk mengembangkan pengetahuannya sendiri, melatih siswa agar dapat mempresentasikan idenya, dan guru cukup berperan sebagai fasilitator, mediator, dan manager dari proses pembelajaran.

6. Model Pembelajaran Tutor Sebaya dalam Kelompok Kecil

Hisyam Zaini (2002:60) mengatakan bahwa metode belajar yang paling baik adalah dengan mengajarkan kepada orang lain. Oleh karena

itu, pemilihan model pembelajaran tutor sebaya akan sangat membantu siswa dalam belajarnya karena mereka juga mampu mengajarkan materi atau penyelesaian soal kepada teman-temannya (belajar mempresentasikan idenya).

Jika model pembelajaran tutor sebaya dalam kelompok kecil ini diterapkan, maka langkahnya sebagai berikut.

1) Pilihlah materi/soal yang memungkinkan materi/soal tersebut dapat dipelajari/ dikerjakan siswa secara mandiri. Materi pelajaran dibagi dalam sub-sub materi (segmen materi).
2) Bagilah para siswa menjadi kelompok-kelompok kecil yang heterogen, sebanyak sub-sub materi yang akan disampaikan guru. Siswa-siswa pandai disebar dalam setiap kelompok dan bertindak sebagai tutor sebaya.
3) Masing-masing kelompok diberi tugas mempelajari satu sub materi. Setiap kelompok dipandu oleh siswa yang pandai sebagai tutor sebaya.
4) Beri mereka waktu yang cukup untuk persiapan, baik di dalam kelas maupun di luar kelas.
5) Setiap kelompok melalui wakilnya menyampaikan sub materi atau penyelesaian soalnya di depan kelas, sesuai dengan tugas yang telah diberikan. Guru bertindak sebagai nara sumber utama.
6) Setelah semua kelompok menyampaikan tugasnya secara berurutan sesuai dengan urutan sub materi atau penyelesaian soalnya, beri kesimpulan dan klarifikasi seandainya ada pemahaman siswa yang perlu diluruskan.

7. Model Pembelajaran Pemecahan Masalah (*Problem Solving*)

Model pembelajaran melalui pemecahan masalah dipandang sebagai model pembelajaran yang mampu meningkatkan kemampuan

siswa dalam berpikir tinggi. Dr. Chuck W. Wiederhold (2001), seorang ahli pendidikan banyak meneliti dan mengembangkan model pembelajaran ini.

Suatu soal hanya dapat dijadikan sebagai sarana dalam Model Pembelajaran *Problem Solving*, jika dipenuhi syarat-syarat sebagai berikut.

a. Siswa memiliki pengetahuan prasyarat untuk mengerjakan soal tersebut.
b. Siswa belum tahu algoritma/cara pemecahan soal tersebut.
c. Penyelesaian soal terjangkau oleh siswa.
d. Siswa mau dan berkehendak untuk menyelesaikan soal tersebut.

Jika model pembelajaran ini diterapkan, maka langkah yang dapat ditempuh guru adalah sebagai berikut.

1) Guru mengajarkan materi seperti biasa. Untuk siswa SMP/MTs, pemanfaatan alat peraga masih dimungkinkan/diperlukan.
2) Dengan tanya jawab, guru memberikan contoh soal.
3) Guru memberikan 1 atau 2 soal yang harus dipecahkan siswa berdasarkan persyaratan soal sebagai sebuah problem solving.
4) Siswa dengan dipandu guru menyelesaikan soal yang dipakai sebagai bahan ajar dalam model pembelajaran Pemecahan Masalah tersebut.

8. Model Pembelajaran RME (*Realistik Mathematics Education*)

Model ini didasari atas pemikiran Freudenthal (1991) yang menulis "*Mathematics must be connected to reality and mathematics as human activity*".

Karakteristik RME:

1) Penggunaan konteks real (*dikaitkan dengan kehidupan nyata*) sebagai titik tolak belajar matematika.
2) Menekankan penyelesaian secara informal sebelum menggunakan cara formal atau menggunakan rumus.
3) Ada upaya mengaitkan sesama topik dalam pelajaran matematika.
4) Menghargai *keberagaman jawaban* siswa dan kontribusi siswa.

Penerapan RME di sekolah:

1) Sebelum suatu pelajaran (materi pokok) diberikan kepada siswa, kepada siswa diberikan *kegiatan terencana* (bisa lewat nyanyian, alat peraga, workkshop mini, permainan, atau 1-2 soal kontekstual/realistik) yang mengarahkan agar siswa *dapat menemukan atau mengkonstruk pengetahuannya sendiri*. Semua kegiatan yang dirancang tersebut dapat dikerjakan oleh para siswa secara informal atau coba-coba berdasarkan apresiasi atau cara spesifik siswa (karena materi atau algoritma soal tersebut belum diberikan oleh guru kepada siswa).
2) Guru mengamati/menilai/memeriksa hasil pekerjaan siswa. Guru perlu menghargai keberagaman jawaban siswa.
3) Guru dapat meminta 1 atau 2 siswa untuk mendemonstrasikan temuannya (cara menyelesaikannya) di depan kelas.
4) Dengan tanya jawab, guru dapat mengulangi jawaban siswa, agar siswa yang lainnya memiliki gambaran yang jelas tentang pola pikir siswa yang telah menyelesaikan soal tersebut.
5) Setelah itu, guru baru menerangkan materi pokok pendukung soal yang baru saja dibahas (atau kegiatan yang baru saja dilakukan),

termasuk memberikan informasi tentang algoritma yang tepat untuk menyelesaikan soal tersebut.

6) Dengan kegiatan ini, diharapkan para siswa pada akhirnya dapat mengkonstruk pengetahuannya sendiri. Tetapi, guru tetap perlu memberikan arahan secukupnya jika hal itu memang diperlukan.

9. Model Pembelajaran *Cooperative Learning*

Cooperative Learning dikembangkan atas dasar filsofi konstruktivis, terutama konstruktivis social dari Vigotsky. Ragam model pembelajaran *Cooperative* Learning cukup banyak seperti STAD (*Student Teams Achievement Divisions*), TGT (*Teams Games Tournament*), TAI (*Team Assisted Individualization*), Jigsaw, Jigsaw II, atau CIRC (*Cooperative Integrated Reading and Composition*).

9.1 Model pembelajaran *Cooperative Learning* tipe *Jigsaw*

Langkah model pembelajaran *Cooperative Learning* tipe Jigsaw adalah sebagai berikut.

1) Para siswa dibagi dalam kelompok-kelompok kecil *yang heterogen* (4 sampai 5 siswa). Setiap kelompok diberi materi/tugas/soal-soal tertentu untuk dipelajari/dikerjakan.
2) Ketua kelompok membagi materi/tugas guru agar menjadi topik-topik kecil (sub-sub soal) untuk dipelajari/dikerjakan oleh masing-masing anggota kelompok (Misalnya, setiap siswa dalam 1 kelompok mendapat 1 soal/tugas yang berbeda).
3) Anggota kelompok yang harus mempelajari/mengerjakan tugas atau soal yang sama bertemu untuk mendiskusikan tugas (atau soal) tersebut sampai mengerti benar penyelesaian tugas/soal tersebut.
4) Kemudian siswa itu kembali ke kelompok asalnya dan bergantian mengajar teman dalam satu kelompoknya.

Catatan:

Untuk mata pelajaran matematika/IPA, pada umumnya para siswa belum mampu untuk mempelajari materi secara mandiri. Oleh karena itu, sebaiknya materi tetap dipresentasikan oleh guru, sedangkan yang dikerjakan siswa dalam kegiatan model pembelajaran *Cooperative Learning* tipe *Jigsaw* adalah soal-soalnya (4 atu 5 soal yang variatif) saja.

9.2 Model pembelajaran *Cooperative Learning* tipe *Jigsaw II*

Pada prinsipnya, tipe *Jigsaw II* mirip dengan tipe *Jigsaw.* Bedanya, di akhir kegiatan kepada para siswa diberi kuis. Saat mengerjakan kuis, para siswa tidak boleh bekerja sama. Dengan kuis, maka setiap siswa memperoleh skor individual dan skor/poin bagi tim/kelompoknya. Guru perlu memberikan penghargaan bagi siswa atau tim yang berprestasi untuk memotivasi siswa dalam belajarnya.

9.3 Model pembelajaran *Cooperative Learning* tipe STAD

STAD singkatan dari *Student Teams-Achievement Divisions*. STAD merupakan model pembelajaran kooperatif untuk pengelompokan campur yang melibatkan pengakuan tim dan tanggung jawab kelompok untuk pembelajaran individu anggota. Inti kegiatan dalam STAD adalah sebagai berikut.(1) Mengajar: Guru mempresentasikan materi pelajaran. (2) Belajar dalam Tim: Siswa belajar melalui kegiatan kerja dalam tim/kelompok mereka dengan dipandu oleh LKS, untuk menuntaskan materi pelajaran. (3) Pemberian Kuis: Siswa mengerjakan kuis secara individual dan siswa tidak boleh bekerja sama. (4) Penghargaan: pemberian penghargaan kepada siswa yang berprestasi dan tim/kelompok yang memperoleh skor tertinggi dalam kuis (Mohamad Nur, 1999:23).

Yang perlu disiapkan guru sebelum memulai model pembelajaran ini adalah sebagai berikut.

1. Nilai rata-rata harian dari siswa. Nilai ini sebagai acuan untuk membentuk ke-lompok siswa yang heterogen dan skor rata-rata suatu kelompok (jumlah nilai rata-rata siswa dalam suatu kelompok dibagi dengan banyaknya siswa dalam kelompok tersebut).
2. Guru membentuk kelompok siswa yang heterogen tanpa membedakan kecerdasan, suku/bangsa, maupun agama. Jadi, dalam setiap kelompok sebaiknya ada siswa yang pandai, sedang atau lemah, dan masing-masing siswa sebaiknya merasa cocok satu sama lain. Setiap kelompok terdiri atas 4 sampai 5 siswa.
3. Guru mempersiapkan LKS (Lembar Kegiatan Siswa). LKS itu untuk belajar dan bukan untuk sekedar diisi dan dikumpulkan.
4. Kunci jawaban LKS untuk mengecek pekerjaan siswa (dicek oleh siswa sendiri). Oleh karena itu, penting bagi siswa untuk pada akhirnya diberi kunci jawaban LKS.
5. Kuis, berupa tes singkat untuk seluruh siswa. Kuis berbeda dengan ulangan harian. Waktu kuis berkisar antara 10 menit sampai 15 menit saja.
6. Guru membentuk kelompok siswa yang heterogen tanpa membedakan kecerdasan, suku/bangsa, maupun agama. Jadi, dalam setiap kelompok sebaiknya ada siswa yang pandai, sedang atau lemah, dan masing-masing siswa sebaiknya merasa cocok satu sama lain. Setiap kelompok terdiri atas 4 sampai 5 siswa.
7. Membuat tes/ulangan untuk melihat ketercapaian hasil belajar yang diharapkan.

Langkah –langkah STAD dalam Pembelajaran di Sekolah

1. Guru dapat meminta para siswa untuk mempelajari suatu pokok bahasan yang segera akan dibahas, di rumah masing-masing.

2. Di kelas, guru membentuk kelompok belajar yang heterogen dan mengatur tempat duduk siswa agar setiap anggota kelompok dapat saling bertatap muka.
3. Guru membagikan LKS. Setiap kelompok diberi 2 set saja (mengapa?).
4. Anjurkan agar setiap siswa dalam kelompok dapat mengerjakan LKS secara berpasangan dua-dua atau tigaan. Kemudian saling mengecek pekerjaannya di antara teman dalam pasangan atau tigaan itu.
5. Bila ada siswa yang tidak dapat mengerjakan LKS, teman 1 tim/kelompok ber-tanggung jawab untuk menjelaskan kepada temannya yang tidak bisa tadi.
6. Berikan kunci LKS agar siswa dapat mengecek pekerjaannya sendiri.
7. Bila ada pertanyaan dari siswa, mintalah mereka mengajukan pertanyaan itu kepada teman satu kelompok sebelum mengajukannya kepada guru.
8. Guru berkeliling untuk mengawasi kinerja kelompok.
9. Ketua kelompok, melaporkan keberhasilan kelompoknya atau melapor kepada guru tentang hambatan yang dialami anggota kelompoknya dalam mengisi LKS. Jika diperlukan, guru dapat memberikan bantuan kepada kelompok secara proporsional.
10. Ketua kelompok harus dapat menetapkan bahwa setiap anggota telah memahami, dan dapat mengerjakan LKS yang diberikan guru.
11. Guru bertindak sebagai nara sumber atau fasilitator jika diperlukan.
12. Setelah selesai mengerjakan LKS secara tuntas, berikan kuis kepada seluruh siswa. Para siswa tidak boleh bekerja sama dalam mengerjakan kuis. Setelah siswa selesai mengerjakan kuis, langsung dikoreksi untuk melihat hasil kuis.

13. Berikan penghargaan kepada siswa yang benar, dan kelompok yang memperoleh skor tertinggi. Berilah pengakuan/pujian kepada prestasi tim.
14. Guru memberikan tugas/PR secara individual kepada para siswa tentang pokok bahasan yang sedang dipelajari.
15. Guru bisa membubarkan kelompok yang dibentuk dan para siswa kembali ke tempat duduknya masing-masing.
16. Guru dapat memberikan tes formatif, sesuai dengan TPK/kompetensi yang ditentukan.

9.4 Model Pembelajaran *Cooperatie Learning* tipe TGT

TGT singkatan dari *Teams-Games-Tournaments*. Kegiatan dalam TGT sama dengan STAD. Hanya saja, untuk menambah skor perolehan tim/kelompok setelah pelaksanaan kuis, antar kelompok dipertandingkan suatu permainan edukatif (*Educative Games*). Jadi, guru harus mempersiapkan suatu permainan matematis yang bersifat mendidik yang dimainkan siswa setelah pelaksanaan kuis. Dengan demikian, kelompok siswa melakukan lomba bermain dengan kelompok lain untuk memperoleh tambahan skor/poin bagi tim mereka (Mohamad Nur, 1999:20).

9.5 Model pembelajaran *Cooperative Learning* tipe TAI

TAI singkatan dari *Team Assisted Individualization*. TAI termasuk dalam pembelajaran kooperatif. Dalam model pembelajaran TAI, siswa ditempatkan dalam kelompok-kelompok kecil (4 sampai 5 siswa) yang heterogen dan selanjutnya diikuti dengan *pemberian bantuan dari guru secara individu bagi siswa yang memerlukannya*. Dengan pembelajaran kelompok, diharapkan para siswa dapat meningkatkan pikiran kritisnya, kreatif, dan menumbuhkan rasa sosial yang tinggi. Sebelum dibentuk

kelompok, siswa diajarkan bagaimana bekerja sama dalam suatu kelompok. Siswa diajari menjadi pendengar yang baik, dapat memberikan penjelasan kepada teman sekelompok, berdiskusi, mendorong teman lain untuk bekerja sama, menghargai pendapat teman lain, dan sebagaimya. Salah satu ciri pembelajaran kooperatif adalah kemampuan siswa untuk bekerja sama dalam kelompok kecil yang heterogen. Masing-masing anggota dalam kelompok memiliki tugas yang setara. Karena pada pembelajaran kooperatif keberhasilan kelompok sangat diperhatikan, maka siswa yang pandai ikut bertanggung jawab membantu temannya yang lemah dalam kelompoknya.Dengan demikian, siswa yang pandai dapat mengembangkan kemampuan dan keterampilannya, sedangkan siswa yang lemah akan terbantu dalam memahami permasalahan yang diselesaikan dalam kelompok tersebut.

Model pembelajaran TAI memiliki delapan komponen. Kedelapan komponen tersebut adalah sebagai berikut. (1) *Teams*, yaitu pembentukan kelompok heterogen yang terdiri atas 4 sampai 5 siswa, (2) *Placement test*, yakni pemberian pre-test kepada siswa atau melihat rata-rata nilai harian siswa agar guru mengetahui kelemahan siswa pada bidang tertentu, (3) *Student Creative*, melaksanakan tugas dalam suatu kelompok dengan menciptakan situasi di mana keberhasilan individu ditentukan atau dipengaruhi oleh keberhasilan kelompoknya, (4) *Team Study*, yaitu tahapan tindakan belajar yang harus dilaksanakan oleh kelompok dan *guru memberikan bantuan secara individual kepada siswa yang membutuhkannya*, (5) *Team Scores and Team Recognition*, yaitu pemberian skor terhadap hasil kerja kelompok dan pemberian kriteria penghargaan terhadap kelompok yang berhasil secara cemerlang dan memberikan dorongan semangat kepada kelompok yang dipandang kurang berhasil dalam menyelesaikan tugas, (6) *Teaching Group*, yakni

pemberian materi secara singkat dari guru menjelang pemberian tugas kelompok, (7) *Facts Test*, yaitu pelaksanaan tes-tes kecil berdasarkan fakta yang diperoleh siswa, dan (8) *Whole-Class Units*, yaitu pemberian materi oleh guru kembali di akhir waktu pembelajaran dengan strategi pemecahan masalah.

Penerapan Model Pembelajaran TAI dalam Suatu Mata Pelajaran di Sekolah

Dengan mengadopsi model pembelajaran TAI untuk mengajarkan suatu mata pelajaran, maka seorang guru mata pelajaran dapat menempuh tahapan pembelajaran sebagai berikut.

1. Guru menentukan suatu pokok bahasan yang akan disajikan kepada para siswanya dengan *mengadopsi* model pembelajaran TAI.
2. Guru menjelaskan kepada seluruh siswa tentang akan diterapkannya model pembelajaran TAI, sebagai suatu variasi model pembelajaran. Guru menjelaskan kepada siswa tentang pola kerja sama antar siswa dalam suatu kelompok.
3. Guru menyiapkan materi bahan ajar yang harus dikerjakan kelompok. Bila terpak-sa, guru dapat memanfaatkan LKS yang dimiliki para siswa.
4. Guru memberikan pre-test kepada siswa tentang materi yang akan diajarkan (mengadopsi komponen *placement test*). Pre-test bisa digantikan dengan nilai rata-rata ulangan harian siswa.
5. Guru menjelaskan materi baru secara singkat (mengadopsi komponen *teaching group*).
6. Guru membentuk kelompok-kelompok kecil dengan anggota anggota 4 – 5 siswa pada setiap kelompoknya. Kelompok dibuat heterogen tingkat kepandaiannya dengan mempertimbangkan keharmonisan kerja kelompok (mengadopsi komponen *teams*).

7. Guru menugasi kelompok dengan bahan yang sudah disiapkan. Dalam hal ini, jika guru belum siap, guru dapat memanfaatkan LKS siswa. Dengan buku paket dan LKS, melalui kerja kelompok, siswa mengisi isian LKS (mengadopsi komponen *student creative*).
8. Ketua kelompok, melaporkan keberhasilan kelompoknya atau melapor kepada guru tentang hambatan yang dialami anggota kelompoknya. Jika diperlukan, guru dapat memberikan bantuan secara individual (mengadopsi komponen *team study*).
9. Ketua kelompok harus dapat menetapkan bahwa setiap anggota telah memahami materi bahan ajar yang diberikan guru, dan siap untuk diberi ulangan oleh guru (mengadopsi komponen *team scores* dan *team recognition*). Setelah diberi ulangan, guru harus mengumumkan hasilnya dan menetapkan kelompok terbaik sampai kelompok yang kurang berhasil (jika ada).
10. Pada saat guru memberikan tes, tindakan ini mengadopsi komponen *facts tests*.
11. Menjelang akhir waktu, guru memberikan latihan pendalaman secara klasikal dengan menekankan strategi pemecahan masalah (mengadopsi komponen *whole-class units*).
12. Guru dapat memberikan tes formatif, sesuai dengan TPK/kompetensi yang ditentukan.

9.6 Model pembelajaran *Cooperative Learning* tipe CIRC

CIRC singkatan dari *Cooperative Integrated Reading and Composition*, termasuk salah satu tipe model pembelajaran *Cooperative Learning*. Pada awalnya, model CIRC diterapkan dalam pembelajaran Bahasa. Dalam kelompok kecil, para siswa diberi suatu teks/bacaan (cerita atau novel), kemudian siswa latihan membaca atau saling membaca, memahami ide pokok, saling merevisi, dan menulis ikhtisar cerita atau

memberikan tanggapan terhadap isi cerita, atau untuk mempersiapkan tugas tertentu dari guru (Mohamad Nur, 1999:21).

Dalam model pembelajaran CIRC, siswa ditempatkan dalam kelompok-kelompok kecil yang heterogen, yang terdiri atas 4 atau 5 siswa. Dalam kelompok ini ini tidak dibedakan atas jenis kelamin, suku/bangsa, atau tingkat kecerdasan siswa. Jadi, dalam kelompok ini sebaiknya ada siswa yang pandai, sedang atau lemah, dan masing-masing siswa sebaiknya merasa cocok satu sama lain. Dengan pembelajaran kelompok, diharapkan para siswa dapat meningkatkan pikiran kritisnya, kreatif, dan menumbuhkan rasa sosial yang tinggi. Sebelum dibentuk kelompok, siswa diajarkan bagaimana bekerja sama dalam suatu kelompok. Siswa diajari menjadi pendengar yang baik, dapat memberikan penjelasan kepada teman sekelompok, berdiskusi, mendorong teman lain untuk bekerja sama, menghargai pendapat teman lain, dan sebagaimya. Salah satu ciri pembelajaran kooperatif adalah kemampuan siswa untuk bekerja sama dalam kelompok kecil yang heterogen. Masing-masing anggota dalam kelompok memiliki tugas yang setara. Karena pada pembelajaran kooperatif keberhasilan kelompok sangat diperhatikan, maka siswa yang pandai ikut bertanggung jawab membantu temannya yang lemah dalam kelompoknya. Dengan demikian, siswa yang pandai dapat mengembangkan kemampuan dan keterampilannya, sedangkan siswa yang lemah akan terbantu dalam memahami permasalahan yang diselesaikan dalam kelompok tersebut.

Slavin ((1995:98) menyatakan bahwa "*in addition to solving the problems of management and motivation in individualized programmed instruction, CIRC was created to take advantage of the considerable socialization potential of cooperative learning*".

Kegiatan pokok dalam CIRC untuk memecahkan soal cerita meliputi rangkaian kegiatan bersama yang spesifik, yakni: (1) Salah satu anggota kelompok *membaca* atau beberapa anggota saling membaca, (2) membuat prediksi atau menafsirkan atas isi soal cerita, termasuk menuliskan apa yang diketahui, apa yang ditanyakan, dan memisalkan yang ditanyakan dengan suatu variabel tertentu, (3) saling membuat ikhtisar atau rencana penyelesaian soal cerita, dan (4) menuliskan penyelesaian soal ceritanya secara urut (menuliskan urutan komposisi penyelesaiannya), dan (5) saling merevisi dan mengedit pekerjaan/penyelesaian (jika ada yang perlu direvisi).

Penerapan Model Pembelajaran CIRC untuk Menyelesaikan Soal Cerita

Dengan mengadopsi model pembelajaran *Cooperative Learning* tipe CIRC untuk melatih siswa meningkatkan keterampilannya dalam menyelesaikan soa*l* cerita, maka langkah yang ditempuh seorang guru mata pelajaran adalah sebagai berikut.

1. Guru menerangkan suatu pokok bahasan tertentu kepada para siswanya (misalnya dengan metode ekspositori).
2. Guru memberikan latihan soal termasuk cara menyelesaikan soal cerita.
3. Guru siap melatih siswa untuk meningkatkan keterampilan siswanya dalam menyelesaikan soal cerita melalui penerapan *Cooperative Learning* tipe CIRC.
4. Guru membentuk kelompok-kelompok belajar siswa (*Learning Society*) yang heterogen. Setiap kelompok terdiri atas 4 atau 5 siswa.
5. Guru mempersiapkan 1 atau 2 soal cerita dan membagikannya kepada setiap siswa dalam kelompok yang sudah terbentuk.

6. Guru memberitahukan agar dalam setiap kelompok terjadi serangkaian kegiatan spesifik sebagai berikut.

   (a) Salah satu anggota kelompok membaca atau beberapa anggota saling membaca soal cerita tersebut, (b) membuat prediksi atau menafsirkan atas isi soal cerita, termasuk menuliskan apa yang diketahui, apa yang ditanyakan, dan memisalkan yang ditanyakan dengan suatu variabel tertentu, (c) saling membuat ikhtisar atau rencana penyelesaian soal cerita, (d) menuliskan penyelesaian soal ceritanya secara urut (menuliskan urutan komposisi penyelesaiannya), (d) saling merevisi dan mengedit pekerjaan/penyelesaian (jika ada yang perlu direvisi), dan (e) menyerahkan hasil tugas kelompok kepada guru.
7. Setiap kelompok bekerja berdasarkan serangkaian kegiatan pola CIRC (*Team Study*). Guru berkeliling mengawasi kerja kelompok.
8. Ketua kelompok, melaporkan keberhasilan kelompoknya atau melapor kepada guru tentang hambatan yang dialami anggota kelompoknya. Jika diperlukan, guru dapat memberikan bantuan kepada kelompok secara proporsional.
9. Ketua kelompok harus dapat menetapkan bahwa setiap anggota telah memahami, dan dapat mengerjakan soal cerita yang diberikan guru.
10. Guru meminta kepada perwakilan kelompok tertentu untuk menyajikan temu-annya di depan kelas.
11. Guru bertindak sebagai nara sumber atau fasilitator jika diperlukan.
12. Guru memberikan tugas/PR soal cerita secara individual kepada para siswa tentang pokok bahasan yang sedang dipelajari.
13. Guru bisa membubarkan kelompok yang dibentuk dan para siswa kembali ke tempat duduknya masing-masing.
14. Menjelang akhir waktu pembelajaran, guru dapat mengulang secara klasikal tentang strategi pemecahan soal cerita.

15. Guru dapat memberikan tes formatif, sesuai dengan TPK/kompetensi yang ditentukan.

GLOSARIUM

Cooperative Learning merupakan model pembelajaran yang dilaksanakan dengan membentuk kelompok-kelompok kecil yang heterogen, terdiri atas 4 sampai 5 peserta didik.

Filosofi pembelajaran kontruktivis, bahwa setiap pengetahuan atau kemampuan hanya bisa diperoleh atau dikuasai oleh seseorang apabila orang itu secara aktif mengkontruksi pengetahuan atau kemampuan itu di dalam pikirannya.

Metode mengajar, menyangkut cara guru dalam menyampaikan pesan (materi pelajaran).

Model pembelajaran adalah suatu pola atau langkah-langkah pembelajaran tertentu yang diterapkan guru agar tujuan atau kompetensi dari hasil belajar yang diharapkan akan cepat dapat dicapai dengan lebih efektif dan efisien.

Pembelajaran adalah upaya menciptakan iklim dan pelayanan terhadap kemampuan, potensi, minat, bakat, dan kebutuhan siswa (peserta didik) yang beragam agar terjadi interaksi optimal antara guru dengan siswa serta antara siswa dengan siswa.

Pendekatan pembelajaran adalah cara penyampaian materi pelajaran yang dipandang guru yang bersangkutan paling dekat atau paling cepat sehingga materi pelajaran dapat segera diserap oleh siswa.

Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP) adalah bentuk persiapan tertulis dari guru sebelum mengajar.

Scafollding merupakan bantuan yang diberikan kepada siswa untuk belajar dan untuk memecahkan masalah.

Strategi pembelajaran adalah perencanaan dan tindakan yang tepat dan cermat mengenai kegiatan pembelajaran agar kompetensi dasar dapat tercapai.

Siswa, disebut juga dengan peserta didik atau murid.

ZPD, dapat digambarkan sebagai statu jarak antara kemampuan aktual dan kemampuan potensial..

Daftar Pustaka

Asikin, Mohammad. 2002. Pembelajaran Matematika Berdasarkan Pendekatan Konstruktivisme dan CTL.

Amin Suyitno, 2004. *Dasar-Dasar dan Proses Pembelajaran Matematika.* Semarang: FMIPA UNNES

Bobbi DePorter dan Mark Reardon. 1999. *Quantum Teaching – Orchestrating Student Success*. Boston : Allyn and Bacon.

Chang, K. Chen. I, & Sung, Y. 2002. The Effect of Concept Mapping to Enhance Text Comprehension and Summarization. *The Journal of Experimental Education 71(1), 5-23.*

Chuck W. Wiederhold. 2001. *Higher-Level Thinking.* San Clemente: Kagan Cooperative Learning.

Cobb, Yackel & Wood. 1992. A Contructivist alternative to the representational view of Mind in Mathematics Education. *Journal for Research in Mathematics Education*. 23: 2-33.

Dirjen Dikdasmen. 2002. *Pendekatan Kontekstual (Contextual Teaching and Learning)*. Jakarta : Depdiknas.

Elaine B. Johnson. 2002*. Contextual Teaching and Learning*. California : Corwin Press. Inc.

Freudenthal. 1991. *Revisiting Mathematics Education*. China Lectures. Dordrecht Kluwer: Academic Publishers.

Hudoyo, Herman. 1998. Mengajar Belajar Matematika. Jakarta : P2LPTK.

--------. 2003. *Guru Matematika Kontruktivis (Contructivist Mathematics Teacher*). Makalah disajikan pada Seminar Nasional, 27-23 Maret 2003 di Universitas Sanata Dharma Yogyakarta. Yogyakarta: Universitas Sanata Dharma.

---------. 2005. *Kapita Selekta Pembelajaran Matematika.* Malang: Universitas Negeri Malang

Joyce, Bruce. 1992. Models of Teaching. Massachusetts : A Division of Simon & Schuster, Inc.

Hisyam Zaini. 2002. *Strategi Pembelajaran di Perguruan Tinggi.* Yogyakarta : CTSD (Center for Teaching Staff Development).

Lyn D. English. 1997. *Promoting a Problem Posing Classroom – Teaching Children Mathematics*. Journal for Research in Mathematics Education. Volume 29. Number 1. November 1997, h 172-179.

Mohamad Nur. 1999. *Pengajaran Berpusat Kepada Siswa dan Pendekatan Konstruktivis dalam Pengajaran,* Terjemahan. Surabaya: Universitas Negeri Surabaya.

Paulina Pannen. 2001. *Kontruktivisme dalam Pembelajaran – Bahan Penataran AA bagi Dosen.* Jakarta : Dirjen Dikti

Slavin, R.E. 1997. *Educational Psychology Theory and Practice*. Fifth Edition. Boston: Allyn and Bacon.

Suherman, Erman, dkk. 2001. Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer. Bandung : JICA

..... 2002. Pendekatan Kontekstual (CTL). Jakarta : Departemen Pendidikan Nasional.

Suhito. 2003. Model Pembelajaran Matematika. Makalah disampaikan pada workshop guru bidang studi matematika. 2003 : Dinas Pendidikan dan Kebudayaan Prop Jawa Tengah.

Suparno, Paul. 1997. *Filsafat Konstruktivisme dalam Pendidikan.* Yogyakarta: Kanisius.

---------- 2001. *Teori Prkembangan Kognitif Jean Peaget.* Yogyakarta: Kanisius.

Robert E. Slavin. 1995. *Cooperative Learning – Theory, Research, and Practice.* Boston: Allyn and Bacon.

Vygotsky and Social Cognition (n.d). 2002. Retrieved October 10, 2002 from http//www.funderstanding.com/vigotsky.cfm

Wardani, I, G. A, dkk. 1985. *Delapan Keterampilan Dasar Mengajar*. Jakarta: Dirjen Dikti.

BAB I PENDAHULUAN

A. Deskripsi

Mata sajian Media Pembelajaran Matematika diberikan untuk memberikan wawasan kepada Guru tentang macam-macam media pembelajaran dalam bidang studi matematika serta memberikan ketrampilan kepada guru untuk membuat media tersebut.Pada kajian ini, pembuatan media pembelajaran lebih ditekankan pada pembuatan media pembelajaran menggunakan komputer berbentuk presentasi dengan microsoft power point.

B. Prasyarat

Pada kajian di sini, peserta disyaratkan dapat menggunakan komputer, khususnya dapat mengoperasikan mocrosoft power point.

C. Petunjuk Belajar

Untuk kajian teori, pelajarilah materi ini dengan baik, selanjutnya siapkan komputer dengan program Derive dan Microsoft Power point. Untuk praktikum dengan komputer ikutilah petunjuk pembuatan program dan buatlah contoh lain untuk pengembangan kemampuan saudara.

D. Kompetensi dan Indikator.

Setelah kajian ini diharapkan peserta/guru dapat:

1. Memahami pemanfaatan media pembelajaran matematika
2. Memahami macam-macam media pembelajaran yang dapat digunakan dalam pembelajaran matematika.
3. Menggunakan program Derive untuk membantu menyelesaikan asalah matematika.
4. Membuat program/penyajian untuk presentasi dengan microsoft power point.

BAB II PENGERTIAN MEDIA PEMBELAJARAN

A. KOMPETENSI DAN INDIKATOR

Setelah kajian ini diharapkan peserta/guru dapat:

1. Memahami pemanfaatan media pembelajaran matematika
2. Memahami macam-macam media pembelajaran yang dapat digunakan dalam pembelajaran matematika.

B. Pengertian Media Pembelajaran

Banyak batasan yang diberikan orang tentang media. Asosiasi Teknologi dan Komunikasi Pendidikan (Association of Education and Communication Technology / AECT) di Amerika misalnya membatasi media sebagai segala bentuk dan saluran yang digunakan orang untuk menyalurkan pesan/informasi.

Gagne (1970) menyatakan bahwa media adalah berbagai jenis komponen dalam lingkungan siswa yang dapat merangsangnya untuk belajar.

MEDIA (latin Medius = di tengah):

Sarana; bahan-bahan atau alat-alat ungkapan dalam suatu bidang seni; misalnya Seni Lukis : kanvas, cat, akrilik, crayon, pastel. Seni Patung: batu alam, pualam, perunggu, beton, kayu, semen, tanah liat dan lain-lain. **MEDIA (KOMUNIKASI) MASSA (Mass Media):** Suatu lembaga organisasi yang kompleks, terdiri atas manusia, sarana-sarana material dan teknologi yang diarahkan untuk produksi dan penyebaran pesan-pesan Komunikasi Massa. Secara singkat : MEDIA untuk menyebarluaskan pesan-pesan kepada khalayak umum. Media massa meliputi : surat kabar, film, radio, poster, plakat, kain rentang (spanduk) dsb.

MEDIUM (latin): Yang tengah, penengah.

1) Secara Fisik : Ruang berisi materi atau ruang hampa udara sebagai pembawa gejala-gejala fisik tertentujuga zat perantara itu sendiri.

2) Para psikologi : orang yang dipakai untuk percobaan dan penelitian di bidang para psikologi.

3) Spiritisme orang-orang dalam keadaan tertentu (setengah sadar) dipakai sebagai penghubung, dimana tubuh mereka untuk sementara waktu digunakan sebagai alat agar arwah-arwah orang yang telah meninggal (mereka yang hidup di alam lain) dapat menyatakan din secara terbuka.

Sementara itu **Briggs** (1970) berpendapat bahwa media adalah segala alat fisik yang dapat menyajikan pesan serta merangsang siswa untuk belajar. Buku, film, kaset, film bingkai (slide film), CD-Audio maupun CD-Video adalah contohnya. Agak berbeda dengan sernua itu adalah batasan yang diberikan oleh Asosiasi Pendidikan Nasional (National Education Association/NEA). Dikatakan bahwa media adalah bentuk-bentuk komunikasi baik tercetak maupun Audiovisual serta peralatannya. Media hendaknya dapat dimanipulasi, dapat dilihat, didengar dan dibaca.

Apa pun batasan yang diberikan, ada persamaan-persamaan di antaranya yaitu bahwa media adalah segala sesuatu yang dapat digunakan untuk menyalurkan pesan dari pengirim ke penerima sehingga dapat merangsang pikiran, perasaan, perhatian dan minat serta perhatian siswa sedemikian rupa sehingga proses belajar terjadi.

C. Perkembangan Media Pembelajaran

Kalau kita lihat perkembangannya, pada mulanya media dianggap sebagai alat bantu mengajar guru *(teaching aids),* Alat bantu yang dipakai adalah alat bantu visual, yaitu gambar, model, obyek dan alat-alat lain yang dapat memberikan pengalaman konkrit, motivasi belajar serta mempertinggi days serap dan retensi belajar siswa. Namun sayang, karena terlalu memusatkan perhatian pada slat bantu visual yang dipakainya, orang kurang memperhatikan aspek disain, pengembangan pembelajaran *(instruction)* produksi dan evaluasinya.

Dalam usaha memanfaatkan media sebagai alat bantu ini Edgar Dale mengadakan klasifikasi pengalaman menurut tingkat dari yang paling konkrit ke yang paling abstrak. Klasifikasi tersebut kemudian dikenal dengan nama kerucut pengalaman (Cone of experience) Edgar Dale dan pada saat itu dianut secara luas dalam menentukan slat bantu apa yang paling sesuai untuk pengalaman belajar tertentu.

Pada akhir tahun 1950 teori komunikasi mulai mempengaruhi penggunaan alat bantu audio visual, sehingga selain sebagai alat bantu, media juga berfungsi sebagai penyalur pesan atau informasi belajar. Sejak saat itu, alat audio visual bukan hanya dipandang sebagai alat bantu pengajar saja, melainkan juga sebagai alat penyalur pesan atau media. Teori ini sangat penting dalam penggunaan media untuk kegiatan program-program pembelajaran.

D. Jenis dan Karakteristik Media Pembelajaran

Dalam pengertian teknologi pendidikan, media atau bahan sebagai sumber belajar merupakan komponen dari sistem instruksional di samping pesan, orang, teknik latar dan peralatan. Pengertian media ini masih sering dikacaukan dengan peralatan. Media atau bahan adalah perangkat lunak *(software)* berisi pesan atau informasi pembelajaran yang biasanya disajikan dengan mempergunakan peralatan. Sedangkan peralatan **atau** perangkat keras *(hardware)* sendiri merupakan sarana untuk dapat menampilkan pesan yang terkandung pada media tersebut (AECT, 1977). Dengan masuknya berbagai pengaruh ke dalam khazanah pendidikan seperti ilmu cetak-mencetak, tingkah laku (behaviorisme), komunikasi, dan laju perkembangan teknologi elektronika, media dalam perkembangannya tampil dalam berbagai jenis format (modul cetak, film, televisi, film bingkai, film rangkai, program radio, video, komputer, dst.) masing-masing dengan ciri-ciri dan kemampuannya sendiri. Dari sini kemudian timbul usaha-usaha penataannya, yaitu pengelompokan atau klasifikasi menurut kesamaan ciri atau karakteristiknya. Beberapa contoh usaha ke arah pengertian media tersebut antara lain:

a) **Pengertian menurut Rudy Bretz.** Bretz mengidentifikasi ciri utama dari media menjadi tiga unsur pokok, yaitu: suara, visual

dan gerak.

Visual sendiri dibedakan menjadi tiga yaitu gambar, garis (line graphic) dan simbol yang merupakan suatu tampilan dari bentuk yang dapat ditangkap dengan indera penglihatan. Di samping itu Bretz juga nnembedakan antara media siar (telecommunication) dan media rekam (recording) sehingga terdapat 8 klasifikasi media: 1). media audio visual gerak, 2). media audio visual diam, 3). media audio semi-gerak, 4). media audio gerak, 5). media visual diam, 6). media semi-gerak, 7). media audio dan 8). media cetak.

b) **Menurut Duncan :** Semakin rumit jenis perangkat media yang dipakai, semakin mahal biaya investasinya, semakin sulit pengadaannya, tetapi juga semakin umum penggunaannya dan semakin luas lingkup sasarannya. Sebaliknya, semakin sederhana perangkat media yang digunakan biayanya akan lebih murah, pengadaannya lebih "mudah, sifat penggunaannya lebih khusus, namun lingkup sasarannya lebih terbatas.

c) **Menurut Briggs.** Lebih mengarah kepada karakteristik menurut rangsangan yang dapat ditimbulkannya daripada dari medianya sendiri, yaitu kesesuaian rangsangan tersebut dengan karakteristik peserta diktat. Briggs mengidentifikasi 13 macam media yang dipergunakan dalam proses belajar mengajar, yaitu objek, model, suara langsung, rekaman audio, media cetak, pembelajaran terprogram, papan tulis, media transparansi, film rangkai, film bingkai, film, televisi dan gambar.

d) **Menurut Gagne.** Tanpa menyebutkan jenis dari, masing-masing medianya, Gagne membuat 7 macam pengelompokan media, yaitu : benda untuk didemonstrasikan, komunikasi lisan, media

cetak, gambar diam, gambar gerak, film bersuara dan mesin belajar.

e) **Menurut Schram (1977).** Ada media rumit dan mahal (big media) dan media sederhana dan murah (little media). Atau juga kelompok media massal, media kelompok dan media individual.

Untuk tujuan-tujuan praktis, di bawah ini akan dibahas karakteristik beberapa jenis media yang lazim dipakai dalam kegiatan belajar mengajar khususnya di Indonesia.

Media gratis.

1). Gambar/Foto
2). Sketsa
3). Diagram
4). Bagan {Chart)
5). Grafik(Graphs)
6). Kartun
7). Poster
8). Peta dan globe
9). Papan Hanel (Flannel Board)
10). Papan Buletin {Bulletin Board)

Media Audio

1) Radio
2) Alat Perekam Pita Magnetic

Media Proyeksi Diam (Still Projected Media)

1) Film bingkai(Film slide).
2) Film rangkai
3) Media Transparensi (OHT)
4) Proyektor Tak Tembus Pandang (Opaque Proyektor)
5) Mikrofis (Microfiche)

Media Proyeksi Gerak & Audio Visual

1) Film
2) Film Gelang
3) Program SiaranTelevisi
4) Video (Cassette, laser disc, Compact Disc)

Multi Media

Program Komputer Multi Media

Benda

1) Benda nyata
2) Benda tiruan/miniatur.

MEDIA GRAFIS (Graphics Media)

Media grafts termasuk media visual. Sebagaimana halnya media yang lain, media gratis berfungsi untuk menyalurkan pesan dari sumber ke penerima pesan. Saluran yang dipakai menyangkut indera penglihatan. Pesan yang akan disampaikan dituangkan ke dalam simbol-simbol komunikasi visual.

Simbol-simbol tersebut perlu dipahami benarartinya agar proses penyampaian pesan dapat berhasil dan efisien. Selain fungsi umum tersebut, secara khusus gratis berfungsi pula untuk menarik perhatian, memperjelas sajian ide, menggambarkan atau menghiasi fakta yang mungkin akan cepat dilupakan atau diabaikan bila tidak digrafiskan.

Selain sederhana dan mudah pembuatannya media gratis termasuk media yang relatif murah ditinjau dari segi biayanya. Banyak jenis media gratis, beberapa di antaranya seperti yang kita bahas berikut ini :

1) Gambar/Foto

Di antara media pembelajaran, gambar/foto adalah media yang paling umum dipakai. Dia merupakan bahasa yang umum, yang dapat dimengerti dan dinikmati di manamana. Oleh karena itu ada pepatah Cina yang mengatakan bahwa sebuah gambar berbicara lebih banyak daripada seribu kata.

2) Sketsa

Sketsa adalah gambar yang sederhana, atau draft kasar yang melukiskan bagianbagian pokoknya tanpa detail. Karena setiap orang yang normal dapat diajar menggambar, maka setiap pengajar yang baik haruslah dapat menuangkan ideidenya ke dalam bentuk sketsa. Sketsa selain dapat menarik perhatian peserta, diktat, menghindari verbalisme dan dapat memperjelas penyampaian pesan, harganyapun tak perlu dipersoalkan sebab media ini dibuat langsung oleh pengajar.

3) Diagram

Sebagai suatu gambar sederhana yang menggunakan garis-garis dan simbol, diagram atau skema menggambarkan struktur dari obyeknya secara garis besar, menunjukkan hubungan yang ada antarkomponennya atau sifat-sifat proses yang ada di situ. Isi Diagram pada umumnya berupa petunjuk-petunjuk. Diagram menyederhanakan yang kompleks sehingga dapat memperjelas penyajian pesan.

4) Bagan

Bagan atau chart termasuk media visual. Fungsinya yang pokok adalah menyajikan ide-ide atau konsep-konsep yang sulit bila hanya disampaikan secara tertulis atau lisan. Bagan juga mampu memberikan ringkasan butir-butir penting dari suatu presentasi. Pesan yang akan disampaikan biasanya berupa ringkasan visual suatu proses, perkembangan atau hubungan-hubungan penting. Di dalam bagan seringkali kita jumpai jenis media gratis yang lain, seperti gambar, diagram, kartun atau lambang-lambang verbal.

5) Grafik (Graphs) .

Sebagai suatu media visual, gratik adalah gambar sederhana yang

menggunakan titik-titik, garis atau gambar. Untuk melengkapinya seringkali simbol-simbol verbal digunakan pula di situ. Fungsinya adalah untuk menggambarkan data kuantitatif secara teliti, menerangkan perkembangan atau perbandingan sesuatu obyek atau peristiwa yang saling berhubungan secara singkat dan jelas. Berbeda dengan bagan, grafik disusun berdasarkan prinsip-prinsip matematik dan menggunakan data-data komparatif.

6) Kartun

Kartun sebagai. salah satu bentuk komunikasi gratis, adalah suatu gambar interpretatif yang menggunakan simbol-simbol untuk menyampaikan sesuatu pesan secara cepat dan ringkas atau sesuatu sikap terhadap orang, situasi, atau kejadiankejadian tertentu. Kemampuannya besar sekali untuk menarik perhatian, mempengaruhi sikap maupun tingkah-laku. Kartun biasanya hanya menangkap esensi pesan yang harus disampaikan dan menuangkannya kedalam gambar sederhana tanpa detail dengan menggunakan simbol-simbol serta karakter yang mudah dikenal dan dimengerti dengan cepat.

7) Poster

Poster tidak saja penting untuk menyampaikan kesan-kesan tertentu tetapi dia mampu pula untuk mempengaruhi dan memotivasi tingkah-laku orang yang melihatnya. Usaha untuk mempengaruhi orang-orang membeli produk baru dari suatu perusahaan, untuk mengikuti program Keluarga Berencana atau untuk menyayangi binatang dapat dituangkan lewat poster. Poster dapat dibuat di atas kertas, kain, batang kayu, seng dan semacamnya. Pemasangannya bisa di kelas, di luar kelas, di pohon, di tepi jalan, di majalah. Ukurannya bermacam-macam, tergantung kebutuhan.

8) Peta dan Globe

Pada dasarnya peta dan globe berfungsi untuk menyajikan data-data lokasi.

9) Papan Flanel (Flannel Board)

Papan flanel adalah media gratis yang efektif sekali untuk menyajikan **pesan-pesan** tertentu kepada sasaran tertentu pula. Papan berlapis kain flanel ini dapat dilipat sehingga praktis. Gambar-gambar yang akan disajikan dapat dipasang dan dicopot dengan mudah sehingga dapat berkali-kali dipakai. Selain gambar, juga bisa berupa huruf dan angka-angka. Gambar-gambar yang ditempel tadi dapat melekat di kain flanel karena di bawahnya dilapisi dengan kertas amplas yang kasar.

10) Papan Buletin (Bulletin Board)

Berbeda dengan papan flanel, papan buletin ini tidak dilapisi dengan kain flanel tetapi langsung ditempel gambar-gambar atau tulisan-tulisan. Fungsinya selain menerangkan sesuatu, papan buletin dimaksudkan untuk memberitahukan kejadian dalam waktu tertentu. Berbagai jenis media grafis yang diuraikan di depan (gambar, poster, sketsa, diagram, chart) dapat dipakai sebagai bahan pembuatan papan buletin. Tentu saja selain itu juga Pesan-pesan verbal tertulis seperti karangankarangan, berita, feature dan sebagainya.

MEDIA AUDIO

Berbeda dengan media grafis, media audio berkaitan dengan indera pendengaran. Pesan yang akan disampaikan dituangkan ke dalam lambang-lambang auditif, baik verbal (ke dalam kata-kata/bahasa lisan) maupun non verbal. Ada beberapa jenis media yang dapat kita kelompokkan dalam media audio, antara lain, radio, alat perekam pita magnetik, kaset audio, piringan hitam, cd audio dan laboratorium bahasa.

1) Radio

Dapat merangsang partisipasi aktif daripada pendengar. Sambil mendengarkan, peserta diklat tidak terganggu untuk melakukan kegiatan yang lain. Perhatian peserta dapat terpusat pada kata-kata yang digunakan, pada bunyi dan artinya. (terutama amat berguna pada program sastra/puisi), Siaran lewat suara terbukti amat tepat/cocok untuk mengajarkan musik dan bahasa. Radio dapat mengerjakan hal-hal tertentu secara lebih baik bila dibanding dengan jika dikerjakan oleh seorang pengajar. Misalnya dalam waktu yang bersamaan bisa mengajar untuk lebih banyak murid di tempat mana saja di seluruh dunia. Juga dapat memberikan informasi terkini dan seketika. Tentunya dengan sistem infotainment (memadukan entertainment)

2) Alat perekam pita magnetik & kaset audio

Alat perekam pita magnetik (magnetic tape recording) atau lazimnya orang menyebut tape recorder adalah salah satu media pendidikan yang tak dapat diabaikan untuk menyampaikan informasi, karena mudah menggunakannya. Alat untuk mengabadikan suara. Kemampuannya merekam audio, memutar ulang, dan menghapusnya. Pemutaran ulang dapat dilakukan segera seteiah rekaman selesai pada mesin yang sama. Dapat diputar berulang-ulang tanpa mempengaruhl volume. Daya jangkauannya terbatas bila dibandingkan dengan radio, yang mampu menjangkau pendengar secara massal dalam waktu bersamaan dan di tempat yang berbeda-beda.

3) Laboratorium Bahasa.

Laboratorium bahasa adalah alat untuk melatih peserta diklat mendengar dan berbicara dalam bahasa asing dengan jalan menyajikan materi pelajaran yang disiapkan sebelumnya. Media yang dipakai adalah alat perekam audio.

MEDIA PROYEKSI DIAM (STILL PROJECTED MEDIA)

Media proyeksi diam (still projected media) mempunyai persamaan dengan media gratis dalam arti menyajikan rangsangan-rangsangan visual. Kecuali itu bahan-bahan gratis banyak sekali dipakai dalam media proyeksi diam. Perbedaan yang jelas di antara mereka adalah bila pada media gratis dapat secara langsung berinteraksi dengan pesan media yang bersangkutan pada media proyeksi, pesan tersebut harus diproyeksikan dengan peralatan proyektor agar dapat dilihat oleh peserta diklat. Ada kalanya media jenis ini disertai rekaman audio, tapi kebanyakan hanya visual saja. Beberapa jenis media proyeksi diam antara lain film bingkai (slide film), film rangkai (film strip), overhead transparency (OHT), proyektor opaque, micro film dengan microprojection.

1) Film Bingkai (Slide Film)

Film bingkai adalah suatu film positif baik hitam putih ataupun berwarna berukuran 35 mm, dan umumnya dibingkai dengan ukuran 2X2 inchi, terbuat dari kertas karton atau plastik. Ada juga ukuran yang lebih besar yaitu, oversized slides (2 1/4X21/2 inchi) dan lantern slide (3114X4 inchi), namun kurang lazim. Untuk melihatnya perlu ditayangkan dengan proyektor slide.

Karena berupa foto jadi mampu mengungkapkan gambar nyata dengan indah, menarik dan meyakinkan. Mampu mengabadikan gambar-gambar peristiwa yang terjadi pada masa lalu atau di tempat yang jauh. Begitu juga obyek yang terlalu kecil maupun terlalu besar, berbahaya, atau terlalu kecil untuk dilihat dengan mata telanjang dapat disajikan dengan jelas lewatfilm bingkai. Gambar yang diproyeksikan ke layar tampak lebih "hidup", ada sesuatu yang seolah-olah menghipnotis penonton sewaktu melihat gambar yang diproyeksikan di layar di tempat gelap. Sayangnya masihberupa gambar yang tidakbergerak.

2) Film Rangkai

Berbeda dengan film bingkai, gambar (frame) pada film rangkai berurutan merupakan satu kesatuan. Ukuran filmnya sama dengan film bingkai, yaitu 35 mm. Jumlah gambar satu rol film rangkai antara 50 s.d 75 gambar dengan panjang lebih kurang 100 sampai dengan 130 cm, tergantung pada isi film itu. Sebagaimana halnya dengan film bingkai, film rangkai bisa tanpa suara (silent) bisa pula dengan suara (sound). Film rangkai dapat mempersatukan berbagai media pembelajaran yang berbeda dalam satu rangkai, seperti misalnya : foto, began, dokumen, gambar, tabel, simbol, kartun dan sebagainya. Film rangkai tak memerlukan bingkai.

3) Media Transparensi (OHT)

Media tranparensi atau Overhead Transparency (OHT) seringkali disebut dengan nama perangkat, kerasnya, yaitu OHP (Overhead Projector), Media transparensi adalah media visual proyeksi, yang dibuat di atas bahan transparan, biasanya film acetate atau plastik berukuran 81/2 X 11 inchi.

Sebagai perangkat lunak, bahan transparansi yang berisi pesan-pesan tersebut memerlukan alat khusus untuk memproyeksikannya, yaitu OHP.

4) Opaque Projector

Proyektor yang tak tembus pandang, karena yang diproyeksikan bukan bahan transparan, tetapi bahan-bahan tidak tembus pandang (opaque). Benda-benda datar, tiga dimensi seperti mata uang, model, serta tekstur anyaman dapat diproyeksikan. Kelebihan proyektor tak tembus pandang sebagai media pembelajaran iaJah bahwa bahan cetak pada buku, majalah, foto, gratis, bagan, diagram, atau peta dapat diproyeksikan secara iangsung tanpa dipindahkan ke permukaan transparansi terlebih dahulu. Kelemahannya sinar lampu tayangannya kurang terang

sehingga perlu pengurangan cahaya lampu di ruangan / digelapkan.

5) **Mikrofis (*microfiche*).**

Adalah lembaran film transparan terdiri dari lambang-lambang visual (gratis maupun verbal) yang diperkecil sedemikian rupa sehingga tak dapat dibaca dengan mata telanjang. Ukurannya ada beberapa macam, bisa 3X5 inchi, 6X8 inchi atau 4X6 inchi. Keuntungan yang terbesar dari alat ini ialah dapat menghemat ruangan. Halaman cetak yang besar dapat diringkas dalam bentuk film yang balk dengan perbandingan 1 : 12 yang selanjutnya bisa dikembalikan lagi ke bentuk semula dengan memproyeksikan ke layar.

Namun mahal biaya pembuatan masternya, mudah hilang, bila kebanyakan sulit mem-*file*-nya sehingga mudah salah masuk filing.

MEDIA PROYEKSI GERAK & AUDIO VISUAL

Media yang mampu menayangkan gambar-gambar dalam, bergerak dan bersuara balk melalui proyektor maupun melalui pesawat televisi.

1) **Film gerak.**

Film merupakan media yang amat besar kemam-puannya dalam membahtu proses pembelajaran.

Ada tiga macam ukuran film, yaitu : 8 mm, 16 mm dan 35 mm. Jenis pertama biasanya untuk keluarga, tipe 16 mm tepat untuk dipakai di sekolah sedang yang terakhir biasanya untuk komersial. Film 8 mm karena gambarnya kecil bisa dipakai untuk sekelompok anak-anak atau perseorangan. Bentuk yang lama biasanya bisu. Suara disiapkan tersendiri dalam rekaman yang terpisah. Sebuah film terdiri dari ribuan gambar.

Film mampu mengabadikan suara dan gambar gerak serta

bisa mengatasi keterbatasan daya indera penglihatan kita. Sangat memikat karena mampu mengungkapkan keindahan dan fakta bergerak, lebih realistis, dapat diputar berulang-ulang, dihentikan dan sebagainya sesuai kebutuhan. Hal-hal yang abstrak menjadi jelas.

2) **Film Gelang**

Film gelang atau film loop (loop film) adalah jenis media yang terdiri dari **film** berukuran 8mm dan 16 mm yang ujung-ujungnya sating bersambungan, sehingga film ini akan berputar terus berulang-ulang kalau tidak dimatikan. Yang ukuran 8 mm lebih praktis karena dirancang dalam bentuk kaset.

Lama putarnya berkisar antara 3-4 menit. Karena bisu maka pengajar harus member! narasi/komentar, sementara filmnya diputar. Karena ada pemutar serta monitornya sehingga ruangan tidak perlu digelapkan. Sederhana cara kerjanya sehingga peserta dapat menggunakannya sendiri.

3) **Program siaran Televisi dan Pesawat TV.**

Selain film gerak, program siaran televisi adalah media yang menyampaikan pesanpesan pembelajaran secara audio - visual dengan disertai unsur gerak. Dilihat dari sudut jumlah penerima pesannya televisi tergolong ke dalam media massa (elektronik). TV dapat menerima, menggunakan dan mengubah atau membatasi semua bentuk media yang lain, menyesuaikannya dengan tujuan-tujuan yang akan dicapai. TV merupakan media yang menarik, modern dan selalu slap diterima oleh semua usia karena mereka mengenalnya sebagai bagian dari kebutuhan kehidupan. TV dapat memikat perhatian sepenuhnya dari penonton. Seperti halnya dengan film, TV menyajikan informasi visual dan lisan secara simultan. TV mempunyai realitas dari film tapi juga mempunyai kelebihan yang lain yaitu immediacy

(Kejadian yang sedang terjadi diambil gambarnya oleh kamera langsung bisa disaksikan oleh penonton). Batas ruang dan waktu bisa diatasi. Bila sifat program acaranya interaktif sifat komunikasi yang satu arah teratasi, Penonton bisa melakukan hubungan langsung misalnya dengan pesawaf telpon.

Selain sebagai media massa, kita kenal pula adanya program Televisi Siaran Terbatas atau Closed Circuit Television. Dengan sistem ini distribusi siaran TV, memakai alat pengirim dan penerima secara fisik dapat dihubungkan melalui kabel. Hubungan itu bisa antara sebuah kamera dan pesawat penerima di dalam ruang yang sama; bisa juga beberapa kelas dihubungkan dengan satu sumber ruang yang sama; bisa pula beberapa kelas dihubungkan dengan satu sumber yang sama, sehingga penonton serentak dapat mengikuti program yang disiarkan. Sistem ini mengatasi problem kekurangan tenaga pengajar yang bermutu, namun juga bisa melatih, meningkatkan kemampuan pengajar dalam bidang profesi, metode serta teknik mengajarnya.

4) **Video (Cassette, Laser Disc, Compact Disc)**

Media Video Sebagai media audio-visual yang menampilkan gerak, semakin lama semakin popular di dalam masyarakat kita. Pesan yang disajikan bisa bersifat fakta (kejadian/peristiwa panting, berita) maupun fiktif (seperti misalnya ceritera, sinetron); bisa bersifat informatif, educatif maupun instruksional. Sebagian besar tugas film dapat digantikan oleh video. Tapi ini tidak berarti bahwa video akan menggantikan kedudukan film. Masing-masing mempunyai kelebihan dan keterbatasannya sendiri. Dengan alat perekam dan pemutar video, penonton bisa merekam acara TV yang dikehendaki, dan bisa diprogram otomatis waktu perekamannya. Dapat diputar berulang-ulang kapan saja. Demonstrasi yang sulit bisa dipersiapkan dan direkam sebelumnya.

Kemampuan kamera video untuk membuat rekaman lebih dekat ke obyek yang lagi bergerak atau. obyek yang berbahaya seperti harimau (teknik lensa kamera dengan telelens atau zoom in atau big close up). Ada gambar gerak tertentu bisa di "beku" kan/stop motion untuk diamati dengan seksama. Hal ini tergantung keinginan pengajarnya.

KOMPUTER MULTIMEDIA

Memanfaatkan program komputer dengan file multi media, sebagai media pembelajaran, dimana mampu menampilkan gambar maupun tulisan yang diam dan bergerak serta bersuara. Mutu tampilan gambar dan suaranya sangat bagus, sudah stereo suround dan efek 3 dimensi.

Apabila ada perubahan tampilan, prosesnya dapat dilakukan pada saat itu juga dalam waktu yang sangat singkat di depan peserta diklat, sehingga lebih menarik dan lebih informatif. Dan pada kenyataannya media ini mampu menggantikan hampir semua peranan media yang ada sebelumnya. Sejauh tetap berfungsi normal, di bantu penayangannya dengan proyector LCD serta selama power listrik tidak padam.

Media Berbasiskan Komputer

Bentuk interaksi yang dapat diaplikasikan

- *Praktek dan latihan (drill & practice)*
- *Tutorial*
- *Permainan (games)*
- *Simulasi (simulation)*
- *Penemuan (discovery)*
- *Pemecahan Masalah (Problem Solving)*

(Heinich,et.al 1996)

Kemajuan media komputer memberikan beberapa kelebihan untuk kegiatan produksi audio visual. Pada tahun-tahun belakangan komputer mendapat perhatian besar karena kemampuannya yang dapat digunakan dalam bidang kegiatan pembelajaran. Ditambah dengan teknologi jaringan dan internet, komputer seakan menjadi primadona dalam kegiatan pembelajaran.

Dibalik kehandalan komputer sebagai media pembelajaran terdapat beberapa persoalan yang sebaiknya menjadi bahan pertimbangan awal bagi pengelola pengajaran berbasis komputer:

1. Perangkat keras dan lunak yang mahal dan cepat ketinggalan jaman
2. Teknologi yang sangat cepat berubah, sangat memungkinkan perangkat yang dibeli saat ini beberapa tahun kemudian akan ketinggalan zaman.
3. Pembuatan program yang rumit serta dalam pengoperasian awal perlu pendamping guna menjelaskan penggunaannya. Hal ini bisa disiasati dengan pembuatan modul pendamping yang menjelaskan penggunaan dan pengoperasian program.

LATIHAN

1. Jelaskan, apakah media pembelajaran itu?
2. Sebutkan macam-macam media pembelajaran Matematika
3. Apakah keunggulan dan kelemahan media elektorik?
4. Degan perkembangan teknologi komputer, dapatkah komputer menggantikan peran guru (jelaskan secukupnya)?

LEMBAR KERJA MAHASISWA.

RANGKUMAN

Media adalah segala sesuatu yang dapat digunakan untuk menyalurkan pesan dari pengirim ke penerima sehingga dapat merangsang pikiran, perasaan, perhatian dan minat serta perhatian siswa sedemikian rupa sehingga proses belajar terjadi.

Dalam usaha memanfaatkan media sebagai alat bantu ini Edgar Dale mengadakan klasifikasi pengalaman menurut tingkat dari yang paling konkrit ke yang paling abstrak. Klasifikasi tersebut kemudian dikenal dengan nama kerucut pengalaman (Cone of experience) Edgar Dale dan pada saat itu dianut secara luas dalam menentukan slat bantu apa yang paling sesuai untuk pengalaman belajar tertentu.

Untuk tujuan-tujuan praktis, di bawah ini akan dibahas karakteristik beberapa jenis media yang lazim dipakai dalam kegiatan belajar mengajar khususnya di Indonesia.

]

Media grafis.

11). Gambar/Foto

12). Sketsa

13). Diagram

14). Bagan {Chart)

15). Grafik(Graphs)

16). Kartun

17). Poster

18). Peta dan globe

19). Papan Hanel (Flannel Board)

20). Papan Buletin {Bulletin Board)

Media Audio

1. Radio
2. Alat Perekam Pita Magnetic

Media Proyeksi Diam (Still Projected Media)

1. Film bingkai(Film slide).
2. Film rangkai
3. Media Transparensi (OHT)
4. Proyektor Tak Tembus Pandang (Opaque Proyektor)
5. Mikrofis (Microfiche)

Media Proyeksi Gerak & Audio Visual

1. Film
2. Film Gelang
3. Program SiaranTelevisi
4. Video (Cassette, laser disc, Compact Disc)

Multi Media

Program Komputer Multi Media

Benda

1. Benda nyata
2. Benda tiruan/miniatur.

BAB III PEMAKAIAN KOMPUTER DALAM PROSES BELAJAR

A. Kompetensi dan Indikator

Setelah kajian ini diharapkan peserta/guru dapat:

1. Menggunakan program Derive untuk membantu menyelesaikan asalah matematika.
2. Membuat program/penyajian untuk presentasi dengan microsoft power point.

B. Uraian Materi

a. Pemakaian Komputer dalam Proses Belajar

Sebelumnya perlu dijelaskan istilah CAI dan CMI yang digunakan dalam kegiatan belajar dengan komputer.

CAI; yaitu penggunaan komputer secara langsung dengan siswa untuk menyampaikan isi pelajaran, memberikan latihan dan mengetes kemajuan belajar siswa. CAI dapat sebagai tutor yang menggantikan guru di dalam kelas. CAI juga bermacam-macam bentuknya bergantung kecakapan pendesain dan pengembang pembelajarannya, bisa berbentuk permainan (games), mengajarkan konsep-konsep abstrak yang kemudian dikonkritkan dalam bentuk visual dan audio yang dianimasikan.

CMI; digunakan sebagai pembantu pengajar menjalankan fungsi administratif yang meningkat, seperti rekapitulasi data prestasi siswa, database buku/e-library, kegiatan administratif sekolah seperti pencatatan pembayaran, kuitansi dll.

Pada masa sekarang CMI & CAI bersamaan fungsinya dan kegiatannya seperti pada e-Learning, dimana urusan administrasi dan kegiatan belajar mengajar sudah masuk dalam satu sistem.

b. Pemakaian Komputer dalam Kegiatan Pembelajaran

Untuk Tujuan Kognitif

Komputer dapat mengajarkan konsep-konsep aturan, prinsip, langkah-langkah, proses, dan kalkulasi yang kompleks. Komputer juga dapat menjelaskan konsep tersebut dengan dengan sederhana dengan penggabungan visual dan audio yang dianimasikan. Sehingga cocok untuk kegiatan pembelajaran mandiri.

Untuk Tujuan Psikomotor

Dengan bentuk pembelajaran yang dikemas dalam bentuk games & simulasi sangat bagus digunakan untuk menciptakan kondisi dunia kerja. Beberapa contoh program antara lain; simulasi pendaratan pesawat, simulasi perang dalam medan yang paling berat, simulasi sistem antrian dalam teori antrian dan sebagainya.

Untuk Tujuan Afektif

Bila program didesain secara tepat dengan memberikan potongan clip suara atau video yang isinya menggugah perasaan, pembelajaran sikap/afektif pun dapat dilakukan mengunakan media komputer.

c. Pembuatan Media pembelajaran dengan Komputer

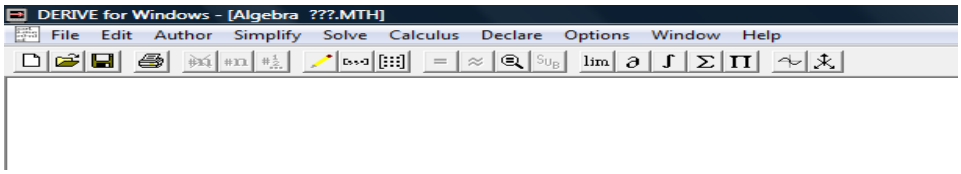
Seperti dijelaskan di atas, komputer dapat digunakan sebagai alat yang dirancang untuk media pembelajaran. Ada dua fungsi utama komputer dalam pembelajaran yaitu pertama sebagai alat bantu hitung dan kedua sebagai alat untuk membantu dalam menjelaskan (presentasi) materi pembelajaran. Sebagai alat bantu hitung, telah tersedia perangkat lunak (software) yang dapat digunakan antara lain: Maple, Mathematica, Derive, Excel dan lain-lain. Sedangkan sebagai alat bantu dalam menjelaskan materi pembelajaran tersedia software antara lain Flash, Swish, 3Dmax, Power Point dan lain-lain.

Software alat bantu hitung yang sederhana (mudah di install, kecil ukuran filenya, mudah mengoperasikan) tetapi cukup baik untuk

pembelajaran matematika adalah Derive. Pada kajian di sini akan dibahas sedikit tentang Derive dan Software untuk presentasi adalah Power Point.

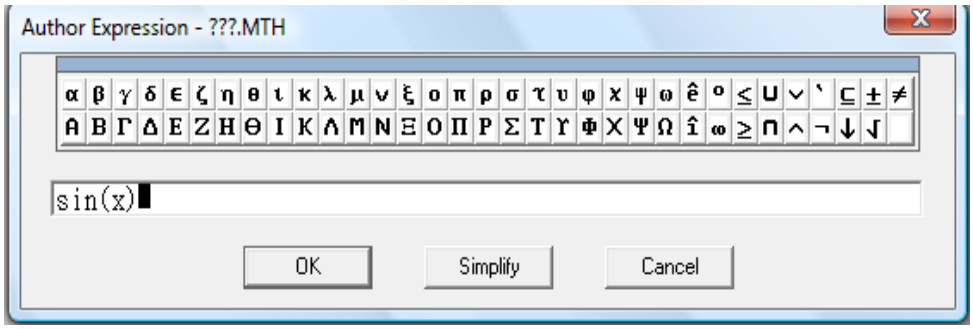
Derive

Derive adalah software yang dapat dijalankan pada Operating System Windows. Software ini cukup mudah untuk di install yaitu cukup melakukan dobel klik pada setup. Apabila program ini dijalankan, maka menu utama yang muncul seperti gambar berikut:

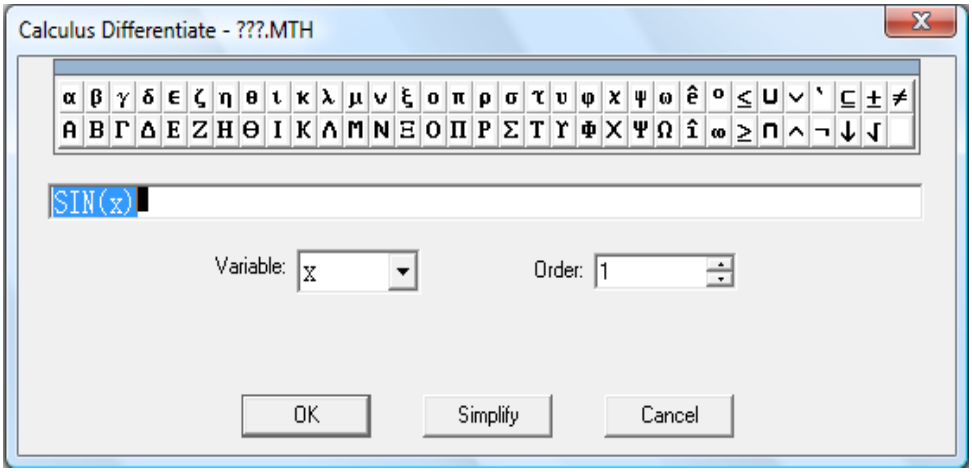


Gambar Menu Utama Derive

Untuk memberi perintah model yang di cari pilihlah menu Author kemudian ekspresion. Selanjutnya misalnya kita akan melakukan analisis terhadap fungsi sinus, maka kita tulis sin(x) mada menu Author expression sebagai berikut:



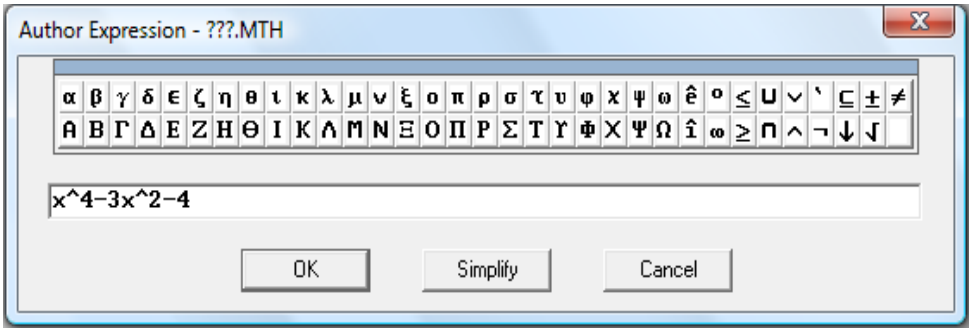
Selanjutnya apabila akan kita cari turunannya maka kita pilih menu Calculus kemudian Differentate dan kita peroleh hasil menu berikut:



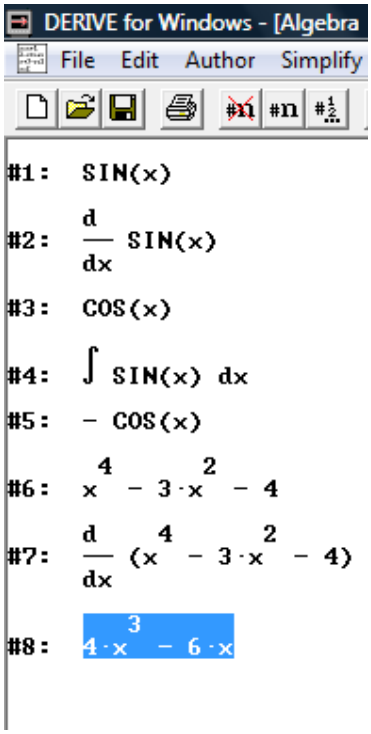
Dari tampilan di atas jika dipilih OK akan muncul model seperti no #2 di bawah, tetapi jika dipilih Simplify akan diperoleh jawaban #3 yaitu cos(x).

Selanjutnya misalkan kita akan mencari integral sin(x), maka kita sorot sin(x) kemudian kita pilih menu Calculus terus Integrate, maka jika dipilih OK akan diperoleh model yang tertulis pada #4 dibawah, tetapi jika di pilih Simplify maka akan diperoleh jawaban #5 yaitu –cos(x).

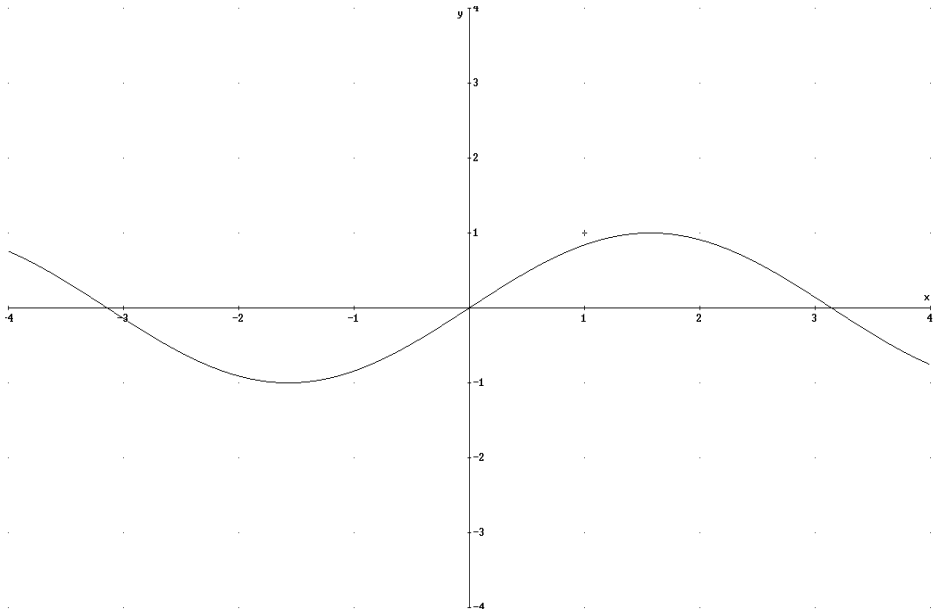
Derive ini juga digunakan untuk model aljabar biasa, misalnya kita tulis $x^4 - 3x^2 - 4$ maka kita tuis seperti berikut ini:



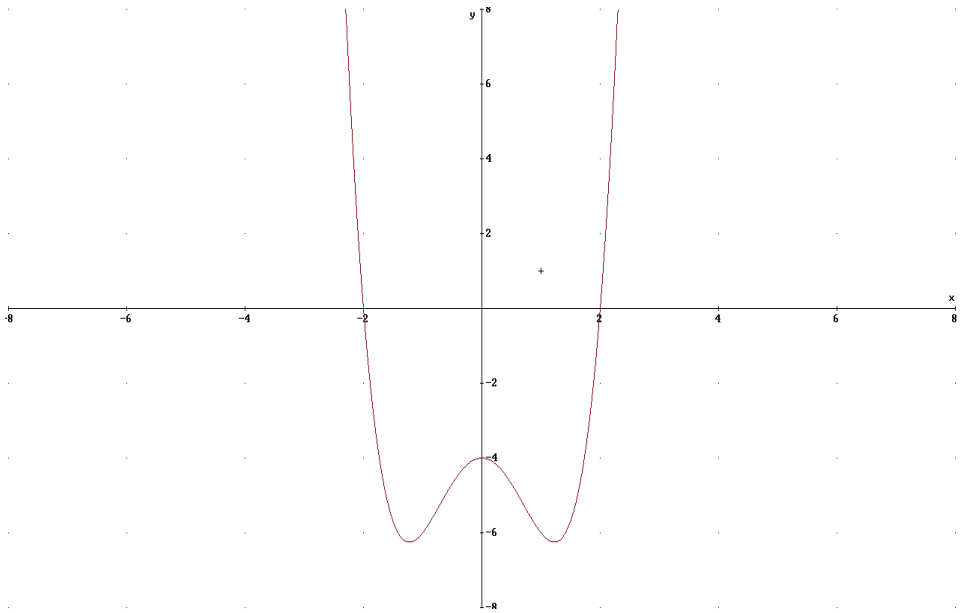
Jika kita hendak mencari turunannya maka dengan cara seperti di atas akan diperoleh hasil $4x^3 - 6x$ seperti pada #8 di bawah.



Derive sangat cocok untuk menggambarkan sebuah fungsi, baik fungsi pada dimensi dua maupun dimensi tiga. Sebagai contoh untuk fungsi pada dimensi dua adalah y= sin(x) dan y = $x^4 - 3x^2 - 4$ seperti gambar berikut.



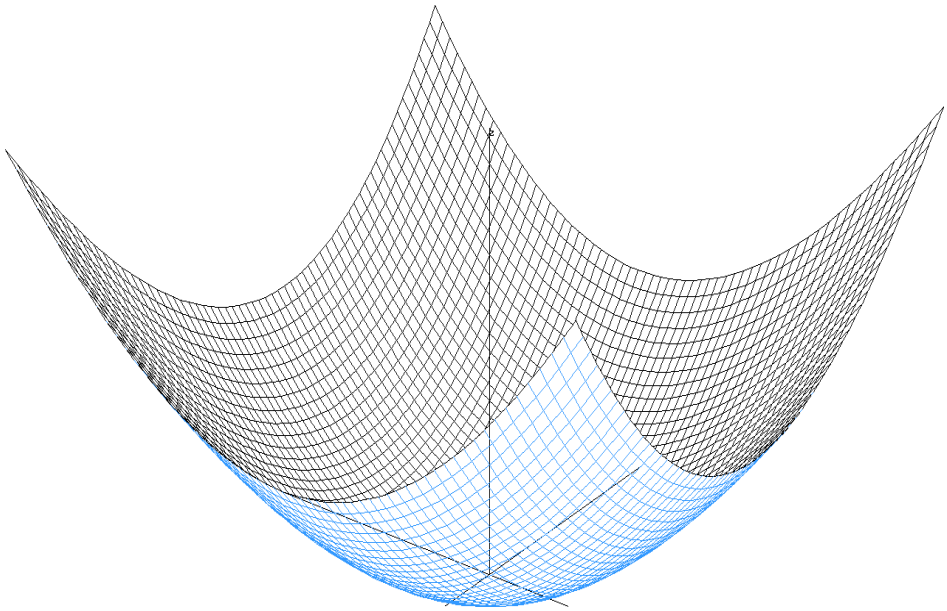
Gambar fungsi y = sin(x)



Gambar fungsi y = $x^4 - 3x^2 - 4$

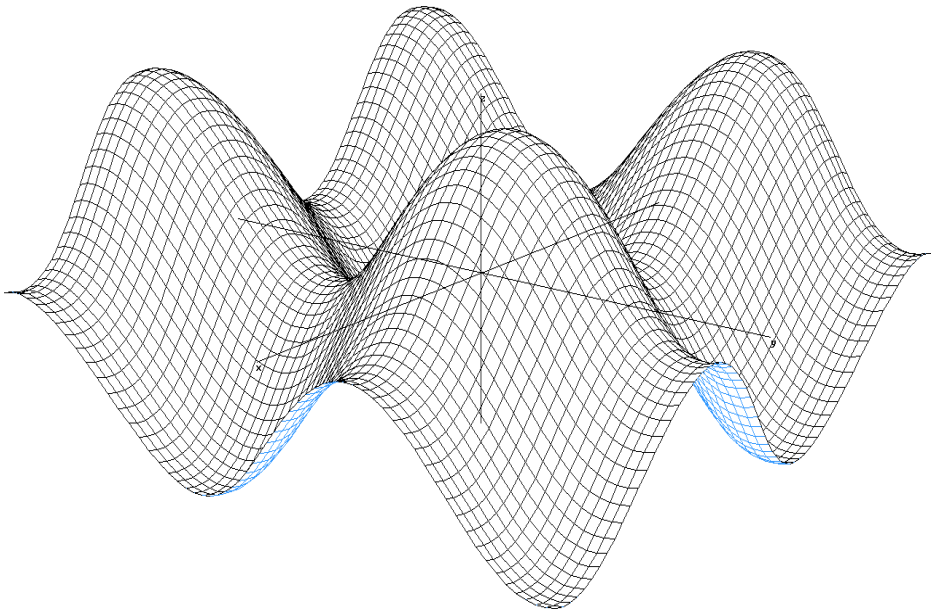
Untuk fungsi pada dimensi tiga, kita ambil contoh z = $x^2 + y^2$ dan fungsi

z = sin(x) + sin(y) berikut:



Gambar fungsi z =

$x^2 + y^2$



Gambar fungsi z = sin(x) + sin(y)

d. Program Komputer untuk Presentasi

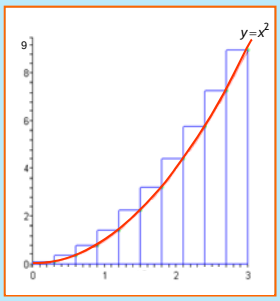
Untuk presentasi pada kajian di sini akan dibahas pemanfaatan Power point untuk pembuatan media pembelajaran. Pada kajian di sini pembaca dianggap telah dapat menjalankan power point.

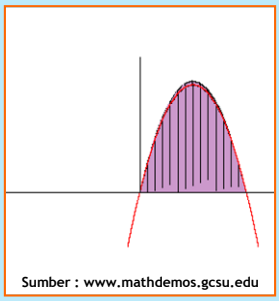
Pembuatan program pembelajaran, maka sebelum membuat presentasi hendaknya dibuatkan sebuah persiapan atau rancangan pembelajaran. Dalam hal ini rancangan pembelajaran dibuat berupa skrip pembelajaran yaitu gambaran apa yang ingin disampaikan melalui presentasi. Rancangan pembelajaran adalah pesan yang biasanya terdiri dari tulisan, gambar, suara atau film. Sebagai contoh pembelajaran kita ambil contoh untuk menjelaskan integral sebagai berikut.

MULTIMEDIA PEMBELAJARAN MATEMATIKA

- Kompetensi
- Pendahuluan
- Luas daerah
- Volume benda putar
- Latihan
- Referensi
- Readme
- Author
- Exit

Penggunaan Integral





MATEMATIKA SMA/MA
KELAS XII IPA
Berdasarkan
Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan
(KTSP)

Kompetensi — Penggunaan Integral

- Kompetensi
- Pendahuluan
- Luas daerah
- Volume benda putar
- Latihan
- Referensi
- Readme
- Author
- Exit
- Home

Kompetensi Dasar

Menggunakan integral untuk menghitung luas daerah dan volume benda putar.

Indikator Hasil Belajar

Setelah pembelajaran siswa diharapkan dapat :

1. menggambarkan suatu daerah yang dibatasi oleh beberapa kurva.
2. menentukan luas daerah dengan menggunakan limit jumlah.
3. merumuskan integral tentu untuk luas daerah dan menghitungnya.
4. merumuskan integral tentu untuk volume benda putar dari daerah yang diputar terhadap sumbu koordinat dan menghitungnya.

Pendahuluan — **Penggunaan Integral**

Runtuhnya Jembatan Tacoma, Washington

Jembatan Tacoma yang panjangnya 1,8 km di buka pada 1Juli 1940. Empat bulan kemudian jembatan tersebut runtuh karena badai yang berkekuatan 68 km/jam.

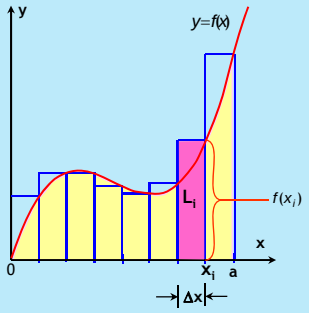
Sumber : Microsfot Encarta Encyclopedia 2004

Back Next

Luas Sebagai Limit Jumlah — **Luas Daerah**

Langkah menghitung luas daerah dengan limit jumlah adalah:

1. Bagilah interval menjadi selang yang sama panjang.
2. Partisilah daerah tersebut.
3. Masing-masing partisi buatlah persegi panjang.
4. Perhatikan persegi panjang pada interval $[x_{i-1}, x_i]$.

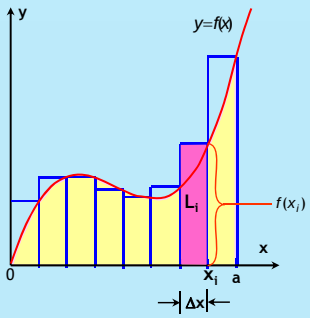


Home 2/19 Back Next

Luas Sebagai Limit Jumlah — **Luas Daerah**

Langkah menghitung luas daerah (lanjutan) :

5. Tentukan luas persegi panjang ke-i (L_i)
6. Jumlahkah luas semua persegi panjang
7. Hitung nilai limit jumlahnya



Luas sebuah persegi panjang: $L_i = f(x_i)\,\Delta x$

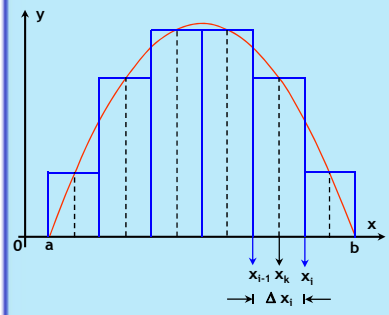
Jumlah luas persegi panjang : $L \approx \Sigma\, f(x_i)\,\Delta x$

Limit jumlah : $L = \lim \Sigma\, f(x_i)\,\Delta x \quad (n \to \infty)$

Home — 3/19 — Back — Next

Integral Tentu — **Luas Daerah**

Perhatikan gambar di bawah ini!



Misalkan selang [a, b] dibagi menjadi n bagian (lebar tidak harus sama) dengan lebar selang ke-i adalah $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$. Pada selang $[x_{i-1}, x_i]$ diambil titik sampel x_k maka jumlah Riemann dituliskan sebagai :

$$\sum_{k=1}^{n} f(x_k)\,\Delta x_k$$

Selanjutnya didefinisikan bahwa: $\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{n \to \infty} \sum_{k=1}^{n} f(x_k)\,\Delta x_k$

Bentuk $\int_a^b f(x)\,dx$ disebut dengan integral tertentu (Integral Riemann)

Home — 6/19 — Back — Next

Integral Tentu — **Luas Daerah**

Teorema Dasar Kalkulus

Misalkan *f* adalah fungsi yang kontinyu pada selang [a, b] dan misalkan F adalah anti turunan dari *f* pada selang tersebut, maka berlaku : $\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$

Untuk meringkas penulisan, F(*b*) - F(*a*) dinotasikan sebagai $\left[F(x)\right]_a^b$

Contoh 2.

Hitunglah nilai dari $\int_{-1}^{2} \left(6x^2 - 4x\right)dx$

Jawab

$$\int_{-1}^{2} \left(6x^2 - 4x\right)dx = \left[2x^3 - 2x^2\right]_{-1}^{2}$$

$$= 2(2)^3 - 2(2)^2 - [2(-1)^3 - 2(-1)^2]$$

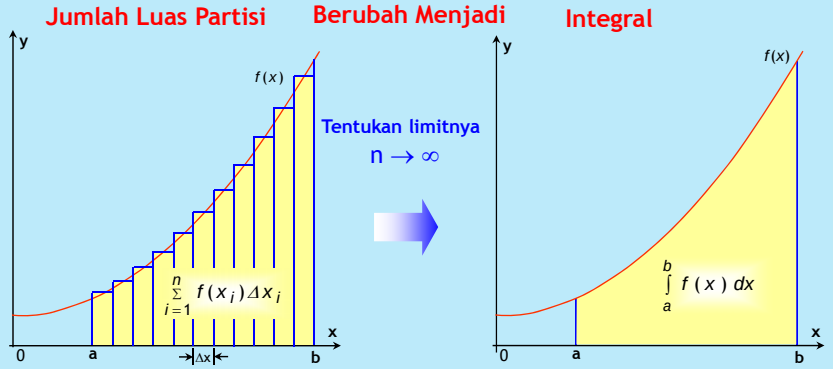
$$= 16 - 8 + 2 - 2 = 8$$

Home 7/19 Back Next

Menghitung Luas dengan Integral — **Luas Daerah**

Secara geometri definisi integral Riemaan di atas dapat diartikan sebagai luas daerah di bawah kurva *y* = *f*(x) pada interval [a, b].

Jumlah Luas Partisi — Berubah Menjadi — Integral

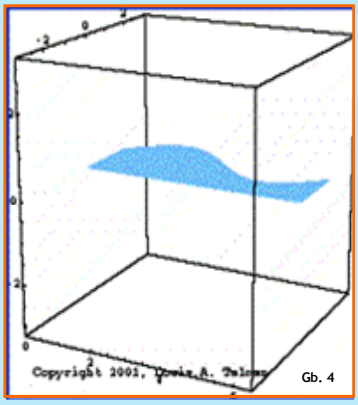


$$L = \int_a^b f(x)\,dx = \lim_{n \to \infty} \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\,\Delta x_i$$

Home 8/19 Back Next

Pendahuluan **Volume Benda Putar**

Suatu daerah jika di putar mengelilingi garis tertentu sejauh 360°, maka akan terbentuk suatu benda putar. Kegiatan pokok dalam menghitung volume benda putar dengan integral adalah: *partisi*, *aproksimasi*, *penjumlahan*, *pengambilan limit*, dan *menyatakan dalam integral tentu.*



Gb. 4

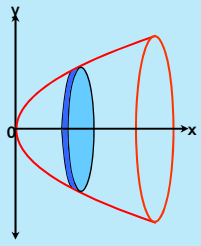
Sumber : www.mathdemos.gcsu.edu

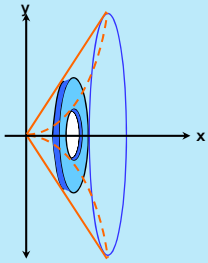
Home 1/17 Back Next

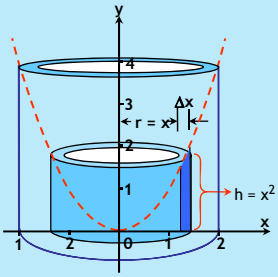
Pendahuluan **Volume Benda Putar**

Dalam menentukan volume benda putar yang harus diperhatikan adalah bagaimana bentuk sebuah partisi jika diputar. Berdasarkan bentuk partisi tersebut, maka metode yang digunakan untuk menentukan volume benda putar dibagi menjadi :

1. Metode cakram
2. Metode cincin
3. Metode kulit tabung







Home 2/17 Back Next

Metode Cakram — **Volume Benda Putar**

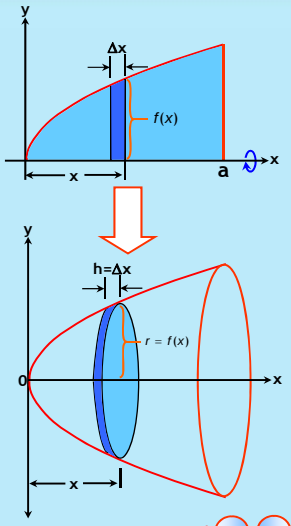
Bentuk cakram di samping dapat dianggap sebagai tabung dengan jari-jari $r = f(x)$, tinggi $h = \Delta x$. Sehingga volumenya dapat diaproksimasi sebagai $\Delta V \approx \pi r^2 h$ atau $\Delta V \approx \pi\, f(x)^2 \Delta x$.

Dengan cara jumlahkan, ambil limitnya, dan nyatakan dalam integral diperoleh:

$$V \approx \sum \pi\, f(x)^2\, \Delta x$$

$$V = \lim \sum \pi\, f(x)^2\, \Delta x$$

$$V = \pi \int_0^a [f(x)]^2\, dx$$



Home — 4/17 — Back — Next

Metode Cakram — **Volume Benda Putar**

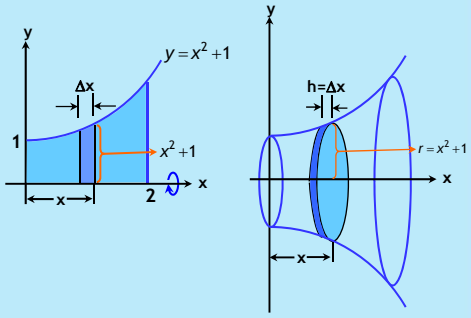
Contoh 7.

Hitunglah volume benda putar yang terjadi jika daerah yang dibatasi kurva $y = x^2 + 1$, sumbu x, sumbu y, garis $x = 2$ diputar mengelilingi sumbu x sejauh 360°.

Jawab

Langkah penyelesaian:

1. Gambarlah daerahnya
2. Buat sebuah partisi
3. Tentukan ukuran dan bentuk partisi
4. Aproksimasi volume partisi yang diputar, jumlahkan, ambil limitnya, dan nyatakan dalam bentuk integral.



Home — 5/17 — Back — Next

Metode Cakram — **Volume Benda Putar**

$\Delta V \approx \pi r^2 h$

$\Delta V \approx \pi(x^2 + 1)^2 \Delta x$

$V \approx \sum \pi(x^2 + 1)^2 \Delta x$

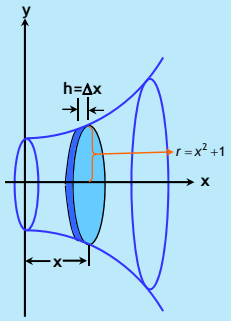
$V = \lim \sum \pi(x^2 + 1)^2 \Delta x$

$$V = \int_0^2 \pi (x^2 + 1)^2 dx$$

$$V = \int_0^2 \pi(x^4 + 2x^2 + 1) dx$$

$$V = \pi \left[\frac{1}{5}x^5 + \frac{2}{3}x^3 + x \right]_0^2$$

$$V = \pi\left(\frac{32}{5} + \frac{16}{3} + 2 - 0\right) = 13\frac{11}{15}\pi$$



Home 6/17 Back Next

Metode Cakram — **Volume Benda Putar**

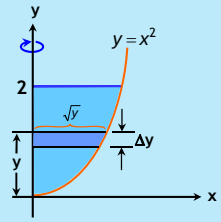
Contoh 8.

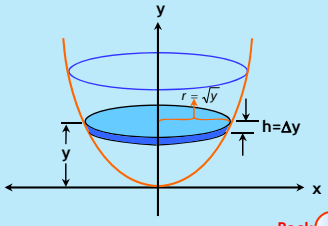
Hitunglah volume benda putar yang terjadi jika daerah yang dibatasi kurva $y = x^2$, sumbu y, garis $y = 2$ diputar mengelilingi sumbu y sejauh 360°.

Jawab

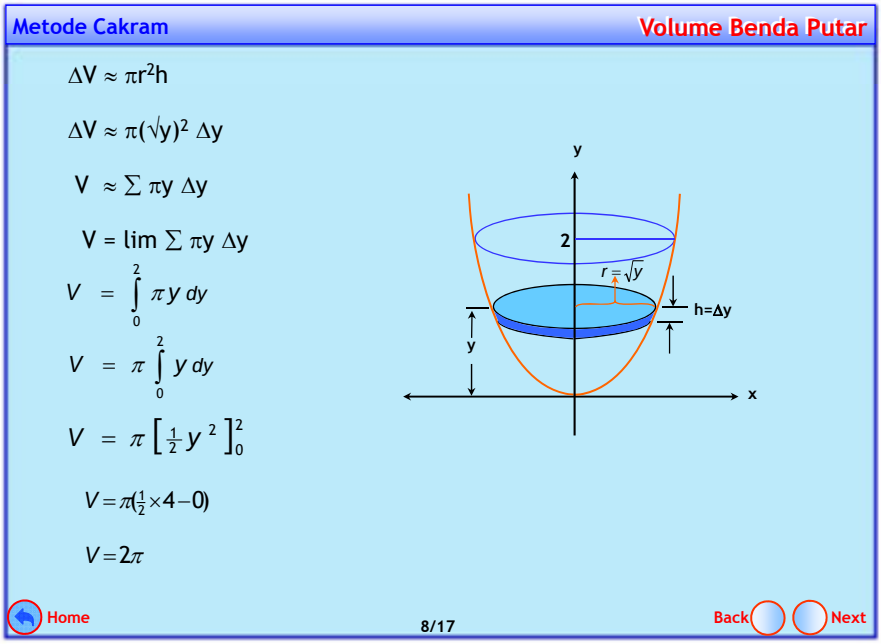
Langkah penyelesaian:

1. Gambarlah daerahnya
2. Buatlah sebuah partisi
3. Tentukan ukuran dan bentuk partisi
4. Aproksimasi volume partisi yang diputar, jumlahkan, ambil limitnya, dan nyatakan dalam bentuk integral.





Home 7/17 Back Next



Gambar-gambar di atas adalah rangkaian materi Integral yang dirancang untuk pembelajaran dengan menggunakan power point.

Dari rancangan di atas, perlu direncanakan adanya suara/musik yang menyertai penampilan gambar agar pemanpilan/presentasi tidak menjemukan. Pengisian suara harus disesuaikan dengan kondisi siswa atau lingkungan siswa, misalnya untuk sekolah perkotaan maka musik-musik barat yang slow cocok tetapi untuk daerah tertentu musik dangdut lebih cocok.

C. LATIHAN

1. Dengan menggunakan program Derive:

   e. Tentukan hasil kali $(x^2 + 3)(x-7)(4x-9)$

   f. Dari hasil kali bagian a, tentukan faktor-faktor perkaliannya.

   g. Buatlah grafik y = sin(x) + tan(x)

   h. Buatlah grafik $z = 3x^2 - 4y^3$

2. Program Presentasi.

a. Buatlah sebuah skrip pembelajaran yang akan menjelaskan Teorema Pythagoras.
b. Dengan program Microsoft Power Poin, buatlah model pembelajaran untuk membahas luas segitiga.

BAB I PENDAHULUAN

A. DISKRIPSI

Penilaian hasil belajar dilakukan oleh guru, satuan pendidikan, dan pemerintah. Penilaian hasil belajar yang dilakukan oleh guru dan satuan pendidikan merupakan penilaian internal (*internal assessment*), sedangkan penilaian yang diselenggarakan oleh pemerintah merupakan penilaian eksternal (*external assessment*). Penilaian internal adalah penilaian yang direncanakan dan dilakukan oleh guru pada saat proses pembelajaran berlangsung dalam rangka penjaminan mutu. Penilaian oleh satuan pendidikanan dilakukan untuk menilai pencapaian standar kompetensi lulusan sebagai dasar pertimbangan untuk menentukan kelulusan siswadari satuan pendidikan. Penilaian eksternal merupakan penilaian yang dilakukan oleh pemerintah sebagai pengendali mutu, seperti ujian nasional.

Penilaian kelas merupakan penilaian internal terhadap proses dan hasil belajar siswa yang dilakukan oleh guru, di dalam maupun di luar kelas atas nama satuan pendidikan, dalam hal ini sekolah, untuk menilai kompetensi siswa pada tingkat tertentu pada saat dan akhir pembelajaran. Kurikulum tingkat satuan pendidikan menuntut berbagai model dan teknik penilaian dengan Penilaian Kelas sehingga dapat diketahui perkembangan dan ketercapaian berbagai kompetensi siswa. Oleh karena itu, model penilaian kelas ini diperuntukkan khususnya bagi pelaksanaan penilaian hasil belajar oleh guru dan satuan pendidikan.

B. Tujuan

Penyusunan Buku Ajar Penilaian Pembelajaran Matematika ini bertujuan untuk:

1. Memberikan penjelasan mengenai penilaian pembelajaran pada kurikulum tingkat satuan pendidikan.
2. Memberikan wawasan tentang konsep penilaian proses dan hasil belajar yang perlu dilaksanakan oleh guru matematika.
3. Memberikan rambu-rambu pengembangan penilaian pembelajaran.
4. Memberikan prinsip-prinsip pengolahan dan pelaporan hasil penilaian.

C. Ruang lingkup

Isi buku ajar penilaian pembelajaran matematika ini meliputi penilaian pembelajaran matematika , konsep dasar penilaian kelas, teknik penilaian, langkah-langkah pelaksanaan penilaian, pengelolaan hasil penilaian. Dalam penilaian pembelajaran matematika dibahas mengenai tujuan penilaian pembelajaran matematika, ranah penilaian pembelajaran matematika, dan penilaian proses dan hasil pembelajaran matematika. Selanjutnya pada konsep dasar penilaian, akan dijelaskan apa yang dimaksud dengan penilaian, manfaat penilaian, fungsi penilaian dan rambu-rambu penilaian. Teknik penilaian akan menjelaskan berbagai cara dan alat penilaian. Langkah-langkah pelaksanaan penilaian memberikan arahan penetapan indikator, pemetaan kompetensi dan teknik penilaian yang sesuai serta contoh penilaiannya. Pengelolaan hasil penilaian memberikan arahan dalam menganalisis, menginterpretasi, dan menentukan nilai pada setiap proses dan hasil pembelajaran.

D. Sasaran Pengguna

Buku ajar penilaian pembelajaran matematika ini diperuntukkan bagi pihak-pihak berikut:

1. Para guru di sekolah khususnya guru matematika untuk menyusun program penilaian pembelajaran di kelas masing-masing

2. Pengawas dan kepala sekolah untuk merancang program supervisi pendidikan di sekolah
3. Para penentu kebijakan di daerah untuk membuat kebijakan dalam penilaian kelas yang seharusnya dilakukan di sekolah.

E. Petunjuk Belajar

Buku ajar ini dapat dipelajari dengan membaca uraian materi, kemudian mecoba latihan soal yang diberikan untuk menambah pemahaman isi materi. Setiap kegiatan belajar dicantumkan kompetensi dasar dan indikator yang ingin dicapai. Dan di akhir suatu kegiatan belajar diberikan tes formatif, untuk mengetahui tingkat penguasan materi yang ada pada kegiatan belajar tersebut. Latihan soal lebih mudah dibuat, kalau tersedia buku silabus mata pelajaran matematika (SMA) dan buku paket matematika SMA.

F. Kompetensi dan Indikator

Kompetensi dan indicator yang diharapkan dapat dikuasai oleh mahasiswa setelah menyelesaikan seluruh kegiatan belajar dalam buku ajar ini adalah sebagai berikut.

a. Standar Kompetensi :

Memahami sistem penilaian pembelajaran matematika.

b. Kompetensi Dasar :

1. Mampu memahami penilaian pembelajaran matematika.
2. Mampu memahami konsep dasar penilaian kelas.
3. Mampu memahami teknik penilaian
4. Mampu memahami langkah-langkah pelaksanaan penilaian.
5. Mampu memahami pengelolaan hasil penilaian.

c. Indikator :

1.1. Menyebutkan tujuan penilaian pembelajaran matematika.

1.2. Menyebutkan ranah penilaian pembelajaran matematika.

1.3. Menjelaskan penilaian proses dan hasil pembelajaran matematika.

2.1.Menyebutkan pengertian penilaian kelas.

2.2.Menyebutkan manfaat penilaian kelas.

2.3.Menyebuitkan fungsi penilaian kelas .

2.4.Menyebutkan kriteria penilaian kelas.

2.5. Menyebutkan prinsip penilaian kelas

2.6. Menyebutkan penilaian hasil belajar kelompok mata pelajaran matematika.

2.7. Menyebutkan ranah penilaian.

3.1. Menyebutkan pengertian penilaian unjuk kerja.

3.2. Merancang instrumen penilaian unjuk kerja pada pembelajaran matematika.

3.3. Menyebutkan penertian penilaian sikap.

3.4. Merancang instrumen penilaian sikap pada pembelajaran matematika.

3.5. Membuat instrumen tes pada pembelajaran matematika.

3.6. Menyebutkan pengertian penilaian proyek.

3.7. Merancang instrumen penilaian proyek pada pembelajaran matematika.

3.8. Menyebutkan pengertian penilaian produk.

3.9. Merancang instrumen penilaian produk pada pembelajaran matematika.

3.10.Menyebutkan Pengertian penilaian portofolio.

3.11. Menyebutkan pengertian penilaian diri.

3.12. merancang instrumen penilaian diri

4.1. Menjabarkan SK menjadi indikator

4.2. Menentukan KK indikator

4.3.Memetakan SD, KD, indikator, KK, aspek, dan teknik penilaian.

4.4.Mengembangkan rancangan penilaian dalam satu semester atau satu tahun pada pembelajaran matematika SMA kelas tertentu.

5.1. Mengolah data penilaian dari berbagai teknik penilaian.

5.2. Dapat mengubah skor menjadi nilai.

5.3. Menafsirkan hasil penilaian dalam menetapkan ketuntasan belajar.

BAB II KEGIATAN BELAJAR 1

A. Kompetensi dan Indikator

Kompetensi dan indicator yang diharapkan dikuasai mahasiswa setelah menyelesaikan kegiatan belajar 1 adalah sebagai berikut.

a. Kompetensi Dasar pada kegiatan belajar 1 adalah:
   1) Mampu memahami penilaian pembelajaran matematika.
   2) Mampu memahami konsep dasar penilaian kelas.

b. Indikator pada kegiatan belajar 1 adalah:
   1) Menyebutkan tujuan penilaian pembelajaran matematika.
   2) Menyebutkan ranah penilaian pembelajaran matematika.
   3) Menjelaskan penilaian proses dan hasil pembelajaran matematika.
   4) Menyebutkan pengertian penilaian kelas.
   5) Menyebutkan manfaat penilaian kelas.
   6) Menyebuitkan fungsi penilaian kelas .
   7) Menyebutkan kriteria penilaian kelas.
   8) Menyebutkan prinsip penilaian kelas.
   9) Menyebutkan rambu-rambu penilaian kelas.

B. Uraian Materi

1. Penilaian Pembelajaran Matematika

a. Tujuan Penilaian pembelajaran Matematika

Tujuan penilaian pembelajaran adalah sebagai berikut: (a) mengetahui pengetahuan awal siswa; (b) mengetahui tingkat pencapaian kompetensi; (c) mengetahui perkembangan siswa; (d) mediagnoses kesulitan belajar siswa; (e) mengetahui hasil suatu proses pembelajaran; (f) memotifasi siswa belajar; dan (g) memberi umpan

balik pada guru tentang pembelajaran yang dikelolanya. Pada intinya tujuan siswa belajar matematika di sekolah adalah agar siswa mampu menggunakan atau menerapkam matematika yang telah dipelajari untuk memecahkan masalah dalam kehidupan sehari-hari, belajar matematika lebih lanjut, dan belajar pengetahuan lain. Tujuan ini dapat tercapai bila kompetensi siswa dibina dengan baik.Standar kompetensi mata pelajaran matematika SMA terdiri dari 6 aspek yaitu : a) Bilangan; (b) Geometri dan pengukuran; (c) Peluang dan statistika; (d) Trigonometri; (e) Aljabar; (f)Kalkulus. Kecakapan atau kemahiran matematika yang diharapkan dalam pembelajaran matematika yang mencakup ke enam aspek tersebut diatas adalah mencakup : (a) Pemahaman konsep; (b) Prosedur; (c) Penalaran dan komunikasi; (d) Pemecahan masalah; (e) Menghargai kegunaan matematika. Demi kepraktisan dan kemudahan, maka aspek penilaian matematika dikelompokkan menjadi 3 aspek yaitu:

a) Pemahaman Konsep
b) Penalaran dan komunikasi
c) Pemecahan masalah

Alasan:

(1) Pemahaman konsep merupakan kompetensi yang ditunjukkan siswa dalam memahami konsep dan dalam melakukan prosedur (algoritma) secara luwes, akurat, efisien dan tepat. Indikator yang menunjukkan pemahaman konsepantara lain adalah:

(a) menyatakan ulang sebuah konsep
(b) mengklasifikasi objek-objek menurut sifat-sifat tertentu (sesuai dengan konsepnya)
(c) memberi contoh dan non-contoh dari konsep
(d) menyajikan konsep dalam berbagai bentuk representasi matematis
(e) mengembangkan syarat perlu atau syarat cukup suatu konsep

(f) menggunakan, memanfaatkan, dan memilih prosedur atau operasi tertentu

g) Mengaplikasikan konsep atau algoritma pemecahan masalah

(2) Penalaran dan komunikasi merupakan kompetensi yang ditunjukkan siswa dalam melakukan penalaran dan mengkomunikasikan gagasan matematika. Indikator yang menunjukkanpenalaran dan komunikasi antara lain adalah:

(a) menyajikan pernyataan matematika secara lisan, tertulis, gambar dan diagram

(b) mengajukan dugaan

(c) melakukan manipulasi matematika

(d) menarik kesimpulan, menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran solusi

(e) menarik kesimpulan dari pernyataan

(f) memeriksa kesahihan suatu argumen

(g) menemukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat

(h) generalisasi

(3) Pemecahan masalah merupakan kompetensi strategik yang ditunjukkan siswa dalam memahami, memilih pendekatan dan strategi pemecahan, dan menyelesaikan model untuk menyelesaikan masalah. Indikator yang menunjukkan penalaran dan komunikasi antara lain adalah:

(a) menunjukkan pemahaman masalah

(b) mengorganisasi data dan memilih informasi yang relevan dalampemecahan masalah

(c) menyajikan masalah secara matematik dalam berbagai bentuk

(d) memilih pendekatan dan metode pemecahan masalah secara tepat

(e) mengembangkan strategi pemecahan masalah

(f) membuat dan menafsirkan model matematika dari suatu masalah

(g) menyelesaikan masalah yang tidak rutin

Sehingga ketika akan memberikan nilai harus merupakan :

(1) Hasil penilaian terhadap Indikator yang menunjukkan bahwa siswa telah kompeten dalam pemahaman konsep dimasukkan ke dalam aspek penilaian pemahaman konsep.

(2) Hasil penilaian terhadap Indikator yang menunjukkan bahwa siswa telah kompeten dalam penalaran dan komunikasi dimasukkan ke dalam aspek penilaian penalaran dan komunikasi.

(3) Hasil penilaian terhadap Indikator yang menunjukkan bahwa siswa telah kompeten dalam pemecahan masalah dimasukkan dalam aspek penilaian.

b. Ranah Penilaiam Pembelajaran Matematika (Kognitif, Afektif, dan Psikomotor)

Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan merupakan penjabaran dari standar isi dan standar kompetensi lulusan. Di dalamnya memuat standar kompetensi dan kompetensi dasar secara utuh yang merefleksikan pengetahuan, keterampilan, dan sikap sesuai karakteristik masing-masing mata pelajaran. Muatan dari standar isi pendidikan adalah standar kompetensi dan kompetensi dasar.

Satu standar kompetensi terdiri dari beberapa kompetensi dasar, dan setiap kompetensi dasar dijabarkan ke dalam indikator-indikator pencapaian hasil belajar yang dirumuskan atau dikembangkan oleh pendidik dalam hal ini guru mata pelajaran dan komite satuan pendidikan dengan mempertimbangkan situasi dan kondisi satuan pendidikan/daerah masing-masing. Indikator-indikator yang dikembangkan tersebut merupakan acuan yang digunakan untuk menilai pencapaian kompetensi dasar bersangkutan.

Teknik penilaian yang digunakan harus disesuaikan dengan karakteristik indikator, standar kompetensi dan kompetensi dasar. Tidak menutup kemungkinan bahwa satu indikator dapat diukur dengan beberapa teknik penilaian, hal ini karena memuat domain kognitif, psikomotor dan afektif. Penilaian terhadap pencapaian kompetensi siswa mencakup penilaian pada ranah kognitif, afektif, dan psikomotor. Ranah kognitif menyangkut pikiran, ranah afektif menyangkut perasaan, dan ranah psikomotor menyangkut gerak otot kecil. Ranah kognitif penilaiannya menggunakan tes atau non tes (yang selama ini biasa hanya menggunakan tes).

Kompetensi siswa dalam ranah afektif yang perlu dinilai utamanya sikap dan minat siswa dalam belajar matematika. Secara teknis penilaian ranah afektif dilakukan melalui dua hal yaitu (a) laporan diri oleh siswa yang biasanya dilakukan dengan pengisian angket anonim dan (b) pengamatan sistematis oleh guru terhadap afektif siswa dan perlu lembar pengamatan.

Kemampuan psikomotor yang dibina dalam belajar matematika misalnya berkaitan dengan kemampuan mengukur, menggambar bentuk-bentuk geometri dengan menggunakan alat atau tanpa alat. Kemampuan psikomotor yang dipelajari siswa dalam belajar matematika tidak lepas dari kemampuan kognitifnya. Sebagai contoh untuk melukis jaring-jaring kubus sebagai penilaian psikomotor dapat dilihat dilihat dari gerak tangan siswa dalam menggunakan peralatan saat melukis. Namun untuk dapat melukis jaring-jaring kubus setidaknya diperlukan pengetahuan (kognitif) tentang bentuk jaring-jaring kubus dan cara melukis garis-garis tegak lurus. Secara teknis penilaian psikomotor dapat dilakukan dengan pengamatan (perlu lembar pengamatan) dan tes perbuatan.

c. Penilaian Proses dan Hasil Pembelajaran

Penilaian pembelajaran terhadap kompetensi siswa meliputi penilaian proses dan hasil belajar. Penilaian proses pembelajaran dilakukan selama pembelajaran berlangsung pada setiap pertemuan dan beberapa pertemuan berikutnya sampai selesai dipelajarinya satu kompetensi dasar oleh siswa. Penilaian proses pada setiap pertemuan dapat dilakukan pada wal, tengah atau akhir pertemuan. Hasil penilaian proses pembelajaran yang dilakukan pada setiap pertemuan memberi gambaran tentang hasil sementara dari siswa pada pertemuan itu. Hasil penilaian ini menjadi acuan bagi guru dalam menentukan langkah pembelajaran pada pertemuan berikutnya. Dengan hasil itu guru dapat memutuskan tentang kelanjutan dari rencana pembelajaran yang telah disiapkan, dapat diteruskan, dilakukan penyesuaian atau bahkan pengubahan.

Penilaian proses pembelajaran dilakukan terus menerus pada tiap pertemuan dengan mengacu pada semua indikator yang telah ditetapkan. Berdasarkan hasil penilaian proses beberapa pertemuan untuk satu kompetensi dasar akhirnya dapat diperoleh deskripsi atau gambaran pencapaian kompetensi tiap siswa pada satu kompetensi dasar yang mencakup semua indikatornya. Tekni penilaiannya dapat dilakukan dengan tes dan non tes yang tagihannya dapat berupa tes lisan singkat (kuis), tes tertulis singkat (kuis), tes perbuatan (misal dalam pengukuran kemampuan psikomotor), pengamatan, tugas, dan portofolio.

Penilaian hasil pembelajaran dilakukan minimal setelah satu kompetensi dasar dipelajari. Bila muatan materi pada satu kompetensi dasar cukup padat, penilaian hasil dapat dilakukan lebih dari satu kali. Fokus penilaian tidak harus pada semua indikator pencapaian kompetensi yang telah ditetapkan, namuan dapat dipilih yang berkenaan

dengan indikator esensial dan mencerminkan hasil akhir pencapaian kompetensi dasarnya.

Teknik penilaian hasil pembelajaran dpata dilakukan dengan tes dan non tes. Penilaian pada ranah kognitif tagihannya antara lain ulangan harian, semester. Pada ulangan semester dinilai pencapaian dari semua kompetensi darar yang dipelajari siswa selama satu semester. Pada ulangan semester dipilihindikator-indikator esensial dari setiap kompetensi dasar.

Struktur materi matematika tersusun secara herarkis yang sangat ketat.Akibat dari struktur ini, maka pemahaman siswa dalam belajar matematika pada materi sebelumnya menjadi prasyarat untuk dapat memahami materi berikutnya. Siswa yang penguasaan materinya baik akan lancar dalam mempelajari materi berikutnya. Oleh karena itu penilaian proses pembelajaran menjadi sangat penting perannya dalam pembelajaran matematika. Kecermatan hasil-hasil penilaian proses pembelajaran dan diikuti dengan tindak lanjut yang tepat diharapkan terbangunnya kompetensi matematika siswa akan lancar. Sebaliknya bila penilaian pembelajaran hanya memperhatikan pada penilaian hasil akhir belajar, maka terbangunnya kompetensi matematika siswa akan cenderung terhambat. Tindakan memperbaiki kompetensi matematika siswa akan berhasil optimal bila dilakukan setahap demi setahap.

Penilaian pada ranah afektif dengan tenik pengamatan oleh guru dapat dilakukan pada tiap pertemuan atau beberapa pertemuan sekali. Minimal pada setiap pembelajaran satu kompetensi dasar harus ada penilaian afektif sisw oleh guru. Demikian juga teknik laporan diri oleh siswa yang apat dilakukan dilaukan melalui angket anonim.Hasil penilaian afektif dengan laporan didi dapat digunakan untuk bahan pembinaan secara klasikal, sedangkan hasil penilaian afektif siswa oleh guru dapat digunakan untuk pembinaan secara individual dan klasikal.

Penilaian pada ranah psikomotor dapat dilakukan dengan kombinasi tes dan pengamatan oleh guru. Dapat dilakukan pada saat proses atau akhir belajar suatu kompetensi dasar, tergantung pada kedudukan kemampuan psikomotor yang dipelajari itu dalam membentuk kompetensi dasarnya.

2. Konsep Dasar Penilaian Kelas

a. Pengertian Penilaian Kelas

Penilaian kelas merupakan suatu kegiatan yang dilakukan guru yang berkaitan dengan pengambilan keputusan tentang pencapaian kompetensi dasar setelah mengikuti proses pembelajaran. Data yang diperoleh pendidik selama pembelajaran berlangsung dijaring dan dikumpulkan melalui prosedur dan alat penilaian yang sesuai dengan kompetensidasar atau indikator yang akan dinilai. Dari proses ini, diperoleh potret/profil kemampuan peserta didik dalam mencapai sejumlah standar kompetensi dan kompetensi dasar yang dirumuskan dalam Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan masing-masing.

Data tersebut diperlukan sebagai informasi yang diandalkan sebagai dasar pengambilan keputusan. Penilaian kelas merupakan suatu proses yang dilakukan melalui langkah langkah perencanaan, penyusunan alat penilaian, pengumpulan informasi melalui sejumlah bukti yang menunjukkan pencapaian hasil belajar peserta didik, pengolahan, dan penggunaan informasi tentang hasil belajar peserta didik. Penilaian kelas dilaksanakan melalui berbagai teknik/cara, seperti penilaian unjuk kerja (performance), penilaian tertulis (paper and pencil test) atau lisan, penilaian proyek, penilaian produk, penilaian melalui kumpulan hasil kerja/karya peserta didik (portfolio), dan penilaian diri.

Penilaian hasil belajar baik formal maupun informal diadakan dalam suasana yang menyenangkan, sehingga memungkinkan peserta

didik menunjukkan apa yang dipahami dan mampu dikerjakannya. Hasil belajar seorang peserta didik dalam periode waktu tertentu dibandingkan dengan hasil yang dimiliki peserta didik tersebut sebelum mengikuti proses pembelajaran, dan dianalisa apakah ada peningkatan kemampuan, bila tidak terdapat peningkatan yang signifikan, maka guru memunculkan pertanyaan; apakah program yang saya buat terlalu sulit?, apakah cara mengajar saya kurang menarik?, apakah media yang digunakan tidak sesuai?, dan lain-lain. Tingkat kemampuan satu peserta didik tidak dianjurkan untuk dibandingkan dengan peserta didik lainnya, agar tidak merasa rendah diri, merasa dihakimi oleh pendidik tetapi dibantu untumencapai kompetensi atau indikator yang diharapkan.

b. Manfaat Penilaian Kelas

Manfaat penilaian kelas antara lain sebagai berikut:

1. Untuk memberikan umpan balik bagi peserta didik agar mengetahui kekuatan dan kelemahannya dalam proses pencapaian kompetensi.
2. Untuk memantau kemajuan dan mendiagnosis kesulitan belajaryang dialami peserta didik.
3. Untuk umpan balik bagi pendidik dalam memperbaiki metode, pendekatan, kegiatan, dan sumber belajar yang digunakan.
4. Untuk masukan bagi pendidik guna merancang kegiatan belajar.
5. Untuk memberikan informasi kepada orang tua dan komite satuan pendidikan tentang efektivitas pendidikan.
6. Untuk memberi umpan balik bagi pengambil kebijakan (Diknas Daerah) dalam mempertimbangkan konsep penilaian kelas yang digunakan.

c. Fungsi Penilaian Kelas

Penilaian kelas memiliki fungsi sebagai berikut:

1. Menggambarkan sejauhmana seorang peserta didik telah menguasai suatu kompetensi.

2. Mengevaluasi hasil belajar peserta didik dalam rangka membantu peserta didik memahami kemampuan dirinya, membuat keputusan tentang langkah berikutnya, baik untuk pemilihan program, pengembangan kepribadian maupun untuk penjurusan (sebagai bimbingan).
3. Menemukan kesulitan belajar dan kemungkinan prestasi yang bisa dikembangkan peserta didik dan sebagai alat diagnosis yang membantu pendidik menentukan apakah seseorang perlu mengikuti remedial atau pengayaan.
4. Menemukan kelemahan dan kekurangan proses pembelajaran yang sedang berlangsung guna perbaikan proses pembelajaran berikutnya.
5. Sebagai kontrol bagi pendidik dan satuan pendidikan tentang kemajuan perkembangan peserta didik.

d. Prinsip-prinsip Penilaian Kelas

1. Validitas

Validitas berarti menilai apa yang seharusnya dinilai dengan menggunakan alat yang sesuai untuk mengukur kompetensi. Dalam mata pelajaran pendidikan jasmani, olahraga dan kesehatan, misalnya indikator ” mempraktikkan gerak dasar jalan..”, maka penilaian valid apabila mengunakan penilaian unjuk kerja. Jika menggunakan tes tertulis maka penilaian tidak valid.

2. Reliabilitas

Reliabilitas berkaitan dengan konsistensi (keajegan) hasil penilaian. Penilaian yang reliable (ajeg) memungkinkan perbandingan yang reliable dan menjamin konsistensi. Misal, pendidik menilai dengan unjuk kerja, penilaian akan reliabel jika hasil yang diperoleh itu cenderung sama bila unjuk kerja itu dilakukan lagi dengan kondisi

yang relatif sama. Untuk menjamin penilaian yang reliabel petunjuk pelaksanaan unjuk kerja dan penskorannya harus jelas.

3. Menyeluruh

Penilaian harus dilakukan secara menyeluruh mencakup seluruh domain yang tertuang pada setiap kompetensi dasar. Penilaian harus menggunakan beragam cara dan alat untuk menilai beragam kompetensi peserta didik, sehingga tergambar profil kompetensi peserta didik.

4. Berkesinambungan

Penilaian dilakukan secara terencana, bertahap dan terus menerus untuk memperoleh gambaran pencapaian kompetensi peserta didik dalam kurun waktu tertentu.

5. Obyektif

Penilaian harus dilaksanakan secara obyektif. Untuk itu, penilaian harus adil, terencana, dan menerapkan kriteria yang jelas dalam pemberian skor.

6. Mendidik

Proses dan hasil penilaian dapat dijadikan dasar untuk memotivasi, memperbaiki proses pembelajaran bagi pendidik, meningkatkan kualitas belajar dan membina peserta didik agar tumbuh dan berkembang secara optimal.

e. Penilaian Hasil Belajar Masing-masing Kelompok Mata Pelajaran

1. Penilaian hasil belajar kelompok mata pelajaran agama dan akhlak mulia serta kelompok mata pelajaran kewarganegaraan dan kepribadian dilakukan melalui:

a). Pengamatan terhadap perubahan perilaku dan sikap untuk menilai perkembangan afeksi dan kepribadian peserta didik.

b). Ujian, ulangan, dan/atau penugasan untuk mengukur aspek kognitif peserta didik.

2. Penilaian hasil belajar kelompok mata pelajaran ilmu pengetahuan dan teknologi diukur melalui ulangan, penugasan, dan/atau bentuk lain yang sesuai dengan karakteristik materi yang dinilai.

3. Penilaian hasil belajar kelompok mata pelajaran estetika dilakukan melalui pengamatan terhadap perubahan perilaku dan sikap untuk menilai perkembangan afeksi dan ekspresi psikomotorik peserta didik.

4. Penilaian hasil belajar kelompok mata pelajaran jasmani, olahraga,dan kesehatan dilakukan melalui:

a. Pengamatan terhadap perubahan perilaku dan sikap untuk menilai perkembangan psikomotorik dan afeksi peserta didik; dan

b. Ulangan, dan/atau penugasan untuk mengukur aspek kognitif peserta didik.

f. Rambu-Rambu Penilaian Kelas

Dalam melaksanakan penilaian, pendidik sebaiknya:

1. Memandang penilaian dan kegiatan belajar-mengajar secara terpadu.

2. Mengembangkan strategi yang mendorong dan memperkuat penilaian

3. sebagai cermin diri.

4. Melakukan berbagai strategi penilaian di dalam program pengajaran untuk menyediakan berbagai jenis informasi tentang hasil belajar peserta didik.

5. Mempertimbangkan berbagai kebutuhan khusus peserta didik.

6. Mengembangkan dan menyediakan sistem pencatatan yang bervariasi dalam pengamatan kegiatan dan hasil belajar peserta didik.
7. Menggunakan cara dan alat penilaian yang bervariasi. Penilaian kelas dapat dilakukan dengan teknik atau cara penilaian unjuk kerja, penilaian sikap, penilaian tertulis, penilaian proyek, penilaian produk, penggunaan portofolio, dan penilaian diri.
8. Mendidik dan meningkatkan mutu proses pembelajaran seefektif mungkin.

C. Latihan

Untuk memperdalam pemahaman anda mengenai materi pada kegiatan belajar 1, kerjakan latihan berikut.

1) Sebutkanlah tujuan penilaian pembelajaran matematika.
2) Sebutkan dan jelaskan aspek –aspek yang dinilai dalam pembelajaran matemtika.
3) Sebutkan ranah penilaian pembelajaran matematika dan bagaimana teknik penilaiannya.
4) Jelaskan pentingnya penilaian prosesdan hasil pembelajaran matematika.
5) Apa yang dimaksud dengan penilaian kelas?
6) Sebutkan manfaat dari penilaian kelas.
7) Sebutkan fungsi penilaian kelas.
8) Sebutkan dan jelaskan kriteria penilaian kelas.
9) Sebutkan dan jelaskan prinsip-prinsip penilaian kelas.
10) Sebutkan rambu-rambu penilaian kelas.

D. Rangkuman

Guru matematika yang profesional dan kompeten mempunyai wawasan dan landasan yang dapat dipakai dalam perencanaan dan

pelaksanaan penilaian pembelajaran matematika. Wawasan dan landasan yang dimaksud adalah: tujuan penilaian pembelajaran matemtika, aspek penilaian dalam pembelajaran matematika, ranah penilaian pembelajaran matematika, komponen penilaian pembelajaran matematika, dan konsep dasar penilaian kelas.

E. Tes Formatif 1

Pilihlah satu jawaban yang paling tepat.

1. Tujuan penilaian pembelajaran matematika di antaranya adalah
   a. mendiagnosis kesulitan belajar siswa
   b. menilai kesulitan belajar siswa
   c. menilai kemampuan mengajar guru
   d. mengukur kompetensi siswa
2. Berikut yang tidak termasuk dalam aspek penilaian pembelajaran matematika berdasarkan kurikulum tingkat satuan pendidikan adalah
   a. pemahaman konsep
   b. ingatan
   c. pemecahan masalah
   d. menghargai kegunaan matematika
3. Kegiatan siswa dalam bentuk praktikum diluar kelas, misalnya menentukan tinggi menara dengan menggunakan alat klinometer termasuk penilaian ...
   a. kognitif
   b. afektif
   c. psikomotor
   d. kognitif dan psikomotor
4. Kuis termasuk teknik penilaian yang cocok untuk penilaian ...
   a. hasil
   b. proses
   c. awal

d. akhir

5. Penilaian ranah kognitif cocok dengan menggunakan teknik ...

a. tes b. non tes c. tes dan non tes d. tugas proyek

6.Yang bukan termasuk teknik penilaian kelas adalah

a. penilaian diri b. Portofolio c. tugas proyek d. unjuk rasa

7. Berikut yang bukan merupakan manfaat penilaian kelas adalah

a. untuk memberikan umpan balik bagi siswa
b. untuk memberikan umpan balik bagi guru
c. untuk memberikan umpan balik bagi orang tua siswa
d. untuk memberikan umpan balik bagi pengambil kebijakan

8. Berikut adalah merupakan fungsi penilaian kelas kecuali ...

a. sebagai kontrol bagi siswa tentang kemajuan perkembangan siswa
b. sebagai kontrol bagi guru tentang kemajuan perkembangan siswa
c. sebagai kontrol bagi sekolah tentang kemajuan perkembangan siswa
d. sebagai kontrol bagi orang tua tentang kemajuan perkembangan siswa

9. Salah satu kriteria penilaian kelas adalah reliabel. Reliabel artinya ...

a. konsisten b. kompeten c. sahih d. efisien

10. Menyajikan pernyataan matematika secara lisan, tertulis, gambar, dan diagram adalah salah satu indikator dari aspek ...

a. pemahaman konsep
b. penalaran dan komunikasi
c. aplikasi
d. pemecahan masalah

BAB III KEGIATAN BELAJAR 2

A. Kompetensi dan Indikator

Kompetensi dan indicator yang diharapkan dikuasai mahasiswa setelah menyelesaikan kegiatan belajar 2 adalah sebagai berikut.

a. Kompetensi Dasar pada kegiatan belajar 2 adalah:
   1. Mampu memahami teknik penilaian.

b. Indikator pada kegiatan belajar 2 adalah:
   1. Menyebutkan pengertian penilaian unjuk kerja.
   2. Merancang instrumen penilaian unjuk kerja pada pembelajaran matematika.
   3. Menyebutkan penertian penilaian sikap.
   4. Merancang instrumen penilaian sikap pada pembelajaran matematika.
   5. Membuat instrumen tes pada pembelajaran matematika.
   6. Menyebutkan pengertian penilaian proyek.
   7. Merancang instrumen penilaian proyek pada pembelajaran matematika.
   8. Menyebutkan pengertian penilaian produk.
   9. Merancang instrumen penilaian produk pada pembelajaran matematika.
   10. Menyebutkan Pengertian penilaian portofolio.
   11. Menyebutkan pengertian penilaian diri.
   12. merancang instrumen penilaian diri

B. Uraian Materi

Teknik Penilaian

Beragam teknik dapat dilakukan untuk mengumpulkan informasi tentang kemajuan belajar peserta didik, baik yang berhubungan dengan proses belajar maupun hasil belajar. Teknik pengumpulan informasi tersebut pada prinsipnya adalah cara penilaian kemajuan belajar peserta didik berdasarkan standar kompetensi dan kompetensi dasar yang harus dicapai. Penilaian kompetensi dasar dilakukan berdasarkan indikator-indikator pencapaian kompetensi yang memuat satu ranah atau lebih.

Berdasarkan indikator-indikator ini dapat ditentukan cara penilaian yang sesuai, apakah dengan tes tertulis, observasi, tes praktek, dan penugasan perseorangan atau kelompok. Untuk itu, ada tujuh teknik yang dapat digunakan, yaitu penilaian unjuk kerja, penilaian sikap, penilaian tertulis, penilaian proyek, penilaian produk, penggunaan portofolio, dan penilaian diri.

1. Penilaian Unjuk Kerja

a. Pengertian

Penilaian unjuk kerja merupakan penilaian yang dilakukan dengan mengamati kegiatan peserta didik dalam melakukan sesuatu. Penilaian ini cocok digunakan untuk menilai ketercapaian kompetensi yang menuntut peserta didik melakukan tugas tertentu seperti: praktik di laboratorium, praktek sholat, praktek OR, presentasi, diskusi, bermain peran, memainkan alat musik, bernyanyi, membaca puisi/ deklamasi dll.

Cara penilaian ini dianggap lebih otentik daripada tes tertulis karena apa yang dinilai lebih mencerminkan kemampuan peserta didik yang sebenarnya. Penilaian unjuk kerja perlu mempertimbangkan hal-hal berikut.

1) Langkah-langkah kinerja yang diharapkan dilakukan peserta didik untuk menunjukkan kinerja dari suatu kompetensi.
2) Kelengkapan dan ketepatan aspek yang akan dinilai dalam kinerja tersebut.
3) Kemampuan-kemampuan khusus yang diperlukan untuk menyelesaikan tugas.
4) Upayakan kemampuan yang akan dinilai tidak terlalu banyak, sehingga semua dapat diamati.
5) Kemampuan yang akan dinilai diurutkan berdasarkan urutan yang akan diamati

b. Teknik Penilaian Unjuk Kerja

Pengamatan unjuk kerja perlu dilakukan dalam berbagai konteks untuk menetapkan tingkat pencapaian kemampuan tertentu. Untuk menilai kemampuan berbicara peserta didik, misalnya dilakukan pengamatan atau observasi berbicara yang beragam, seperti: diskusi dalam kelompok kecil, berpidato, bercerita, dan melakukan wawancara. Dengan demikian,gambaran kemampuan peserta didik akan lebih utuh. Untuk mengamati unjuk kerja peserta didik dapat menggunakan alat atau instrumen berikut:

1. Daftar Cek (Check-list)

   Penilaian unjuk kerja dapat dilakukan dengan menggunakan daftar cek (baik-tidak baik). Dengan menggunakan daftar cek, peserta didik mendapat nilai bila kriteria penguasaan kompetensi tertentu dapat diamati oleh penilai. Jika tidak dapat diamati, peserta didik tidak memperoleh nilai. Kelemahan cara ini adalah penilai hanya mempunyai dua pilihan mutlak, misalnya benar-salah, dapat diamati-tidak dapat diamati, baik-tidak baik. Dengan demikian tidak terdapat nilai tengah,

namun daftar cek lebih praktis digunakan mengamati subjek dalam jumlah besar.

Contoh Format Check list

Format Penilaian : .....
Nama Siswa : .....
Kelas : .....

No.	Aspek yang dinilai	Baik	Tidak Baik
1.			
2.			
3.			
4.			
5.			
	Skor yang diperoleh		
	Skor maksimum	5	

Keterangan

Baik mendapat skor 1

Tidak baik mendapat skor 0

2. Skala Penilaian (Rating Scale)

Penilaian unjuk kerja yang menggunakan skala penilaian memungkinkan penilai memberi nilai tengah terhadap penguasaan kompetensi tertentu, karena pemberian nilai secara kontinum di mana pilihan kategori nilai lebih dari dua. Skala penilaian terentang dari tidak sempurna sampai sangat sempurna. Misalnya: 1 = tidak kompeten, 2 = cukup kompeten, 3 = kompeten dan 4 = sangat kompeten. Untuk memperkecil faktor subjektivitas, perlu dilakukan penilaian oleh lebih dari satu orang, agar hasil penilaian lebih akurat.

Contoh Rating Scale

Format Penilaian : .....
Nama Siswa : .....
Kelas : .....

No.	Aspek yang dinilai	Skor			
		1	2	3	4
1.					
2.					
3.					
4.					
5.					
	Jumlah				

Keterangan:

4 = sangat kompeten
3 = kompeten
2 = cukup kompeten
1 = tidak kompeten

Kriteria penilaian dapat dilakukan sebagai berikut

Skor maksimum : 5 x 4 = 20
Skor minimum : 4
Kategori kriteria : 4
Rentangan skor : (20 – 4)/4 = 4

Penentuan Kriteria:

Skor 21-24, dapat ditetapkan sangat kompeten
Skor 17-20, dapat ditetapkan kompeten
Skor 13-16, dapat ditetapkan cukup kompeten
Skor 7 -12, dapat ditetapkan tidak kompeten

Contoh Penilaian Unjuk Kerja:

Mata Pelajaran : Matematika/SMP
Kelas/Semester : VII/1
Mata Pelajaran : Matematika.
Indikator : Menggunakan skala dalam memecahkan masalah.
Aspek : Penalaran dan Komunikasi
Tujuan : Siswa dapat menghitung tinggi dan jarak dengan gambar skala dan sudut elevasi atau sudut depresi.
Nama Siswa : ……
Kelas/semester : VII/1

Contoh Soal

Seorang siswa dengan tinggi 140 cm berdiri pada jarak 10 meter dari tiang bendera. Ia memandang ke arah puncak tiang bendera dengan sudut elevasi 40 derajad. Berapakah tinggi sebenarnya tiang bendera itu ?

Alternatif Cara Penyelesaian

Langkah-langkah untuk menghitung tinggi tiang bendera tersebut adalah :

1. Menentukan skala yang akan dipergunakan (misal skala 1 : 250)
2. Membuat sketsa gambar dengan menggunakan skala 1 : 250.
3. Gambar garis AB = 4 cm (jarak 10 meter dibagi skala).
4. Dengan menggunakan busur derajad, buatlah sudut 40pada titik A.
5. Dari titik B, buat garis ke atas hingga memotong garis pada langkah 4 di titik P (PB tegak lurus AB)
6. Ukurlah jarak titik P ke titik B.
7. Hasil pada langkah (6) kalikan dengan skala.
8. Tinggi tiang bendera sebenarnya adalah hasil yang diperoleh pada langkah (7) ditambah dengan tinggi siswa.

Prosedur Penilaian

Menggunakan : kartu evaluasi, kartu standar, dan rubrik penskoran

Kartu Evaluasi

Setiap langkah yang benar mendapat skor 1.

Skor	Kriteria
8	Langkah-langkah menggambar dan hasil yang diperoleh benar
7	Langkah-langkah menggambar benar, hasil yang diperoleh salah
6	Langkah-langkah menggambar benar, jarak PB salah
5	Menggambar garis PB tidak tegak lurus AB
4	Besar sudut pada titik A tidak 40
3	Panjang garis AB tidak 4 cm
2	Membuat sketsanya salah
1	Tidak bisa menentukan skala

Kartu Standar

Skor	Artinya
8	siswa dapat mengerjakan dengan benar dan sempurna
7	pekerjaan siswa mendekati benar dan sempurna
6	pekerjaan siswa baik
≤ 5	siswa harus belajar lebih giat agar siap pada tugas berikutnya

Rubrik Penskoran

Level	Deskripsi
4 (Superior)	• Menggunakan alat secara trampil, tepat dan benar

	• Proses pengerjaan secara berurutan • Besar sudut pada titik A tepat 40 • Hasil yang diperoleh benar, rapih dan bersih
3 (Memuaskan)	• Menggunakan alat secara trampil, tepat dan benar • Proses pengerjaan secara berurutan • Besar sudut pada titik A tepat • Hasil yang diperoleh benar, tetapi tidak rapih dan kotor
2 (Cukup)	• Menggunakan alat cukup trampil, tepat dan benar • Proses pengerjaan secara berurutan • Besar sudut pada titik A tidak tepat 40 • Hasil yang diperoleh cukup baik, rapih dan bersih
1 (Kurang)	• Menggunakan alat belum trampil, belum tepat dan salah • Proses pengerjaan tidak berurutan • Besar sudut pada titik A tidak tepat 40 • Hasil yang diperoleh belum benar, tidak rapih dan kotor

2. .Penilaian Sikap

a. Pengertian

Sikap bermula dari perasaan (suka atau tidak suka) yang terkait dengan kecenderungan seseorang dalam merespon sesuatu/objek. Sikap juga sebagai ekspresi dari nilai-nilai atau pandangan hidup yang dimiliki oleh seseorang. Sikap dapat dibentuk, sehingga terjadi perilaku atau tindakan yang diinginkan. Sikap terdiri dari tiga komponen, yakni: afektif, kognitif, dan konatif.

Komponen afektif adalah perasaan yang dimiliki oleh seseorang atau penilaiannya terhadap sesuatu objek. Komponen kognitif adalah kepercayaan atau keyakinan seseorang mengenai objek. Adapun komponen konatif adalah kecenderungan untuk berperilaku atau berbuat dengan cara-cara tertentu berkenaan dengan kehadiran objek sikap.

Secara umum, objek sikap yang perlu dinilai dalam proses pembelajaran suatu mata pelajaran adalah sebagai berikut.

1) Sikap terhadap materi pelajaran. Peserta didik perlu memiliki sikap positif terhadap materi pelajaran. Dengan sikap`positif dalam diri peserta didik akan tumbuh dan berkembang minat belajar, akan lebih mudah diberi motivasi, dan akan lebih mudah menyerap materi pelajaran yang diajarkan.
2) Sikap terhadap guru/pengajar. Peserta didik perlu memiliki sikap positif terhadap guru. Peserta didik yang tidak memiliki sikap positif terhadap guru akan cenderung mengabaikan hal-hal yang diajarkan. Dengan demikian, peserta didik yang memiliki sikap negatif terhadap guru/pengajar akan sukar menyerap materi pelajaran yang diajarkan oleh guru tersebut.
3) Sikap terhadap proses pembelajaran. Peserta didik juga perlu memiliki sikap positif terhadap proses pembelajaran yang berlangsung. Proses pembelajaran mencakup suasana pembelajaran, strategi, metodologi, dan teknik pembelajaran yang digunakan. Proses pembelajaran yang menarik, nyaman dan menyenangkan dapat menumbuhkan motivasi belajar peserta didik, sehingga dapat mencapai hasil belajar yang maksimal.
4) Sikap berkaitan dengan nilai atau norma yang berhubungan dengan suatu materi pelajaran. Misalnya kasus atau masalah lingkungan hidup, berkaitan

   dengan materi Biologi atau Geografi. Peserta didik juga perlu memiliki sikap yang epat, yang dilandasi oleh nilai-nilai positif terhadap kasus lingkungan tertentu (kegiatan pelestarian/kasus perusakan lingkungan hidup). Misalnya, peserta didik memiliki sikap positif terhadap program perlindungan satwa liar. Dalam kasus yang

lain, peserta didik memiliki sikap negatif terhadap kegiatan ekspor kayu glondongan ke luar negeri.

5) Sikap berhubungan dengan kompetensi afektif lintas kurikulum yang relevan dengan mata pelajaran.

b. Teknik Penilaian Sikap

Penilaian sikap dapat dilakukan dengan beberapa cara atau teknik. Teknik-teknik tersebut antara lain: observasi perilaku, pertanyaan langsung, dan laporan pribadi. Teknik-teknik tersebut secara ringkas dapat diuraikan sebagai berikut.

1. Observasi perilaku

Perilaku seseorang pada umumnya menunjukkan kecenderungan seseorang dalam sesuatu hal. Misalnya orang yang biasa minum kopi dapat dipahami sebagai kecenderungannya yang senang kepada kopi. Oleh karena itu, guru dapat melakukan observasi terhadap peserta didik yang dibinanya. Hasil pengamatan dapat dijadikan sebagai umpan balik dalam pembinaan. Observasi perilaku di sekolah dapat dilakukan dengan menggunakan buku catatan khusus tentang kejadian-kejadian berkaitan dengan peserta didik selama di sekolah.

Berikut contoh format buku catatan harian.

Contoh halaman sampul Buku Catatan Harian:

BUKU CATATAN HARIAN PESERTA DIDIK
(nama sekolah)

Mata Pelajaran: _____
Kelas:_____
Program :IPA/IPS/BHS
Tahun Pelajaran:_____
Nama Guru : _____

Semarang, 2008

Contoh isi Buku Catatan Harian :

No.	Hari/Tgl	Nama Siswa	Kejadian

Kolom kejadian diisi dengan kejadian positif maupun negatif. Catatan dalam lembaran buku tersebut, selain bermanfaat untuk merekam dan menilai perilaku peserta didik sangat bermanfaat pula untuk menilai sikap peserta didik serta dapat menjadi bahan dalam penilaian perkembangan peserta didik secara keseluruhan. Selain itu, dalam observasi perilaku dapat juga digunakan daftar cek yang memuat perilaku-perilaku tertentu yang diharapkan muncul dari peserta didik pada umumnya atau dalam keadaan tertentu. Berikut contoh format Penilaian Sikap.

Contoh Format Penilaian Sikap dalam diskusi kelompok :

No.	Nama	Perilaku				Nilai	Kete rangan
		Bekerja sama	Berinisiatif	Penuh Perhatian	Bekerja Sistematis		
1.							
2.							
dst							

Catatan:

a. Kolom Aspek perilaku diisi dengan angka yang sesuai dengan kriteria berikut.

1 = sangat kurang
2 = kurang
3 = cukup
4 = baik
5 = amat baik

b. Skor merupakan jumlah dari skor masing-masing aspek perilaku.

c. Kriteria penilaian:

Skor maksimum = 4 x 5 = 20.
Skor minimum = 4 x 1 = 4
Kategori penilaian : 5
Rentangan nilai = (20-4)/5 = 3,2

d. Kolom Keterangan bisa diisi dengan nilai huruf A, B, C, D, E.

A jika jumlah skor 17 – 20,
B jika jumlah skor 14 – 16,
C jika jumlah skor 11 – 13,
D jika jumlah skor 8 – 10,
E jika jumlah skor 4 – 7.

2. Pertanyaan langsung

Kita juga dapat menanyakan secara langsung atau wawancara tentang sikap seseorang berkaitan dengan sesuatu hal. Misalnya, bagaimana tanggapan peserta didik tentang kebijakan yang baru diberlakukan di sekolah mengenai "Peningkatan Ketertiban". Berdasarkan jawaban dan reaksi lain yang tampil dalam memberi jawaban dapat dipahami sikap peserta didik itu terhadap objek sikap. Dalam penilaian sikap peserta didik di sekolah, guru juga dapat menggunakan teknik ini dalam menilai sikap dan membina peserta didik.

3. Laporan pribadi

Melalui penggunaan teknik ini di sekolah, peserta didik diminta membuat ulasan yang berisi pandangan atau tanggapannya tentang suatu masalah, keadaan, atau hal yang menjadi objek sikap. Misalnya, peserta didik diminta menulis pandangannya tentang "Kerusuhan Antaretnis" yang terjadi akhir-akhir ini di Indonesia. Dari ulasan yang

dibuat oleh peserta didik tersebut dapat dibaca dan dipahami kecenderungan sikap yang dimilikinya. Untuk menilai perubahan perilaku atau sikap peserta didik secara keseluruhan, termasuk kelompok mata pelajaran agama dan akhlak mulia, kewarganegaraan dan kepribadian, estetika, dan jasmani, semua catatan dapat dirangkum dengan menggunakan Lembar Pengamatan berikut.

Contoh Lembar Pengamatan

Perilaku/sikap yang diamati : .....
Nama Siswa : ...
Kelas : ...
Semester : ...

No.	Deskripsi perilaku awal	Deskripsi perubahan	Capaian			
		Pertemuan (hr/tgl)	ST	T	R	RR
1.						
2.						

Keterangan

a. Kolom capaian diisi dengan tanda centang sesuai perkembangan perilaku

ST = perubahan sangat tinggi
T = perubahan tinggi
R = perubahan rendah
SR = perubahan sangat rendah

b. Informasi tentang deskripsi perilaku dapat diperoleh dari:

1). Pertanyaan langsung
2). Laporan pribadi
3). Buku Catatan Harian

3. Penilaian Tertulis

a. Pengertian

Penilaian secara tertulis dilakukan dengan tes tertulis. Tes Tertulis merupakan tes dimana soal dan jawaban yang diberikan kepada peserta didik dalam bentuk tulisan. Dalam menjawab soal peserta didik tidak selalu merespon dalam bentuk menulis jawaban tetapi dapat juga dalam bentuk yang lain seperti menjawab secara lisan, memberi

tanda, mewarnai, menggambar, melakukan sesuatu, dan lain sebagainya.

b. Teknik Penilaian

Ada dua bentuk soal tes tertulis, yaitu:

1) memilih jawaban, yang dibedakan menjadi:
   a) pilihan ganda
   b) dua pilihan (benar-salah, ya-tidak)
   c) menjodohkan
   d) sebab-akibat
2) mensuplai jawaban, dibedakan menjadi:
   a) isian atau melengkapi
   b) jawaban singkat atau pendek
   c) uraian

Dari berbagai alat penilaian tertulis, tes memilih jawaban benar-salah, isian singkat, menjodohkan dan sebab akibat merupakan alat yang hanya menilai kemampuan berpikir rendah, yaitu kemampuan mengingat (pengetahuan). Tes pilihan ganda dapat digunakan untuk menilai kemampuan berpikir tinggi dengan cakupan materi yang luas.

Peserta didik tidak mengembangkan sendiri jawabannya, sehingga cenderung hanya memilih jawaban yang benar dan jika peserta didik tidak mengetahui jawaban yang benar, maka peserta didik akan menerka. Hal ini menimbulkan kecenderungan peserta didik tidak belajar untuk memahami pelajaran tetapi menghafalkan soal dan jawabannya. Selain itu tes bentuk pilihan ganda kurang mampu memberikan informasi yang cukup untuk dijadikan umpan balik guna mendiagnosis kelemahan peserta didik atau memodifikasi kegiatan pembelajaran.

Karena itu kurang dianjurkan pemakaiannya dalam penilaian kelas yang otentik dan berkesinambungan. Namun tes bentuk tersebut banyak

digunakan untuk penilaian keterampilan berbahasa yang dilakukan secara formal.

Tes tertulis bentuk uraian adalah alat penilaian yang menuntut peserta didik untuk mengingat, memahami, dan mengorganisasikan gagasannya atau hal-hal yang sudah dipelajari. Peserta didik mengemukakan atau mengekspresikan gagasan tersebut dalam bentuk uraian tertulis dengan menggunakan kata-katanya sendiri. Alat ini dapat menilai

berbagai jenis kompetensi, misalnya mengemukakan pendapat, berpikir logis, dan menyimpulkan. Kelemahan alat ini antara lain cakupan materi yang ditanyakan terbatas dan membutuhkan waktu lebih banyak dalam mengoreksi jawaban.

Dalam menyusun instrumen penilaian tertulis perlu dipertimbangkan hal-hal berikut.

a) Karakteristik mata pelajaran dan keluasan ruang lingkup materi yang akan diuji;

b) materi, misalnya kesesuian soal dengan standar kompetensi, kompetensi dasar dan indikator pencapaian pada kurikulum;

c) konstruksi, misalnya rumusan soal atau pertanyaan harus jelas dan tegas;

d) bahasa, misalnya rumusan soal tidak menggunakan kata/kalimat yang menimbulkan penafsiran ganda.

Contoh Penilaian Tertulis

Mata Pelajaran : Matematika/SMP
Aspek : Pemahamanan Konsep
Kelas/Semester : VII/1

Contoh Soal.

1. Jarak antara Jakarta – Bogor 60 kilometer. Jika skala sebuah peta 1 : 250.000, berapa centimeter jarak Jakarta – Bogor pada peta itu?

Alternatif Penyelesaian:

Skor

Jarak pada peta = jarak sebenarnya : skala	3
= 60 km : 250.000	1
= 6.000.000 cm : 250.000	2
= 24 cm	1
Jadi jarak Jakarta – Bogor pada peta adalah 24 cm.	
Jumlah skor :	7

2. Jarak antara kota A dan B pada peta 15 cm.
Dengan skala 1 : 30.000, berapa kilometer jarak sebenarnya antara kota A dan B?
Alternatif Penyelesaian:

	Skor
Jarak sebenarnya = skala x jarak pada peta	3
= 30.000 x 15 cm	2
= 450.000 cm	1
= 4,5 km	1
Jadi jarak sebenarnya antara kota A dan B adalah 4,5 kilometer.	
Jumlah skor :	7

4. Penilaian Proyek

a. Pengertian

Penilaian proyek merupakan kegiatan penilaian terhadap suatu tugas yang harus diselesaikan dalam periode/waktu tertentu. Tugas tersebut berupa suatu investigasi sejak dari perencanaan, pengumpulan data, pengorganisasian, pengolahan dan penyajian data.

Penilaian proyek dapat digunakan untuk mengetahui pemahaman, kemampuan mengaplikasikan, kemampuan penyelidikan dan kemampuan menginformasikan peserta didik pada mata pelajaran tertentu secara jelas.

Dalam penilaian proyek setidaknya ada 3 (tiga) hal yang perlu dipertimbangkan yaitu:

1) Kemampuan pengelolaan

Kemampuan peserta didik dalam memilih topik, mencari informasi dan mengelola waktu pengumpulan data serta penulisan laporan.

2) Relevansi

Kesesuaian dengan mata pelajaran, dengan mempertimbangkan tahap

pengetahuan, pemahaman dan keterampilan dalam pembelajaran.

3) Keaslian

Proyek yang dilakukan peserta didik harus merupakan hasil karyanya, dengan mempertimbangkan kontribusi guru berupa petunjuk dan dukungan terhadap proyek peserta didik.

b. Teknik Penilaian Proyek

Penilaian proyek dilakukan mulai dari perencanaan, proses pengerjaan, sampai hasil akhir proyek. Untuk itu, guru perlu menetapkan hal-hal atau tahapan yang perlu dinilai, seperti penyusunan disain, pengumpulan data, analisis data, dan penyiapkan laporan tertulis. Laporan tugas atau hasil penelitian juga dapat disajikan dalam bentuk poster. Pelaksanaan penilaian dapat menggunakan alat/instrumen penilaian berupa daftar cek ataupun skala penilaian.

Contoh Penilaian Proyek

Nama Proyek : Menyajikan data tunggal dalam bentuk diagram.
Alokasi Waktu : Satu bulan
Aspek : Pemecahan Masalah

Contoh Soal

Carilah data yang ada di sekitar rumahmu (misal data tentang jenis pekerjaan, jenis binatang yang dipelihara penduduk, tingkat pendidikan penduduk, atau data yang lain), kemudian sajikan dalam tabel distribusi frekuensi. Selanjutnya berdasarkan tabel distribusi frekuensi tersebut, buatlah diagram yang sesuai.

Rubrik Penskoran.

Level	Deskripsi
4 (superior)	1. membuat perencanaan yang di dalamnya

	memuat langkah-langkah dalampersiapan, tempat pengambilan data, rumusan judul baik dan menarik. 2. Sistematika baik, sumber data akurat dan memadai. 3. membuat tabel frekuensi. 4. grafiknya sesuai dengan data yang diperoleh, membuat kesimpulan. 5. performannya bersih, rapi dan memahami tentang apa yang ditampilkan dalam grafik.
3 (memuaskan)	1. membuat perencanaan yang di dalamnya memuat langkah-langkah dalampersiapan, tempat pengambilan data, rumusan judul baik dan menarik. 2. Sistematika baik, sumber data akurat dan memadai. 3. membuat tabel frekuensi. 4. grafiknya sesuai dengan data yang diperoleh, membuat kesimpulan. 5. performannya tidak bersih, tidak rapi tetapi memahami tentang apa yang ditampilkan dalam grafik.
2 (cukup memuaskan)	1. membuat perencanaan yang di dalamnya memuat langkah-langkah dalampersiapan, tempat pengambilan data, rumusan judul baik dan menarik. 2. Sistematika baik, sumber data akurat dan memadai. 3. membuat tabel frekuensi. 4. grafiknya sesuai dengan data yang diperoleh, membuat kesimpulan kurang tepat. 5. performannya tidak bersih, tidak rapi tetapi memahami tentang apa yang ditampilkan dalam grafik.
1 (kurang memuaskan)	1. membuat perencanaan tetapi tidak lengkap, rumusan judul kurang baik dan tidak menarik. 2. Sistematika baik, sumber data akurat dan memadai. 3. membuat tabel frekuensi. 4. grafiknya sesuai dengan data yang diperoleh, tetapi tidak membuat kesimpulan. 5. performannya tidak bersih, tidak rapi tetapi memahami tentang apa yang ditampilkan dalam grafik.

5. Penilaian Produk

a. Pengertian

Penilaian produk adalah penilaian terhadap proses pembuatan dan kualitas suatu produk. Penilaian produk meliputi penilaian kemampuan peserta didik membuat produk-produk teknologi dan seni, seperti: makanan, pakaian, hasil karya seni (patung, lukisan, gambar), barang-barang terbuat dari kayu, keramik, plastik, dan logam. Pengembangan produk meliputi 3 (tiga) tahap dan setiap tahap perlu diadakan penilaian yaitu:

1) Tahap persiapan, meliputi: penilaian kemampuan peserta didik dan merencanakan, menggali, dan mengembangkan gagasan, dan mendesain produk.
2) Tahap pembuatan produk (proses), meliputi: penilaian kemampuan peserta didik dalam menyeleksi dan menggunakan bahan, alat, dan teknik.
3) Tahap penilaian produk (appraisal), meliputi: penilaian produk yang dihasilkan peserta didik sesuai kriteria yang ditetapkan.

b. Teknik Penilaian Produk

Penilaian produk biasanya menggunakan cara holistik atau analitik.

1) Cara analitik, yaitu berdasarkan aspek-aspek produk, biasanya dilakukan terhadap semua kriteria yang terdapat pada semua tahap proses pengembangan (tahap: persiapan, pembuatan produk, penilaian produk).
2) Cara holistik, yaitu berdasarkan kesan keseluruhan dari produk, biasanya dilakukan hanya pada tahap penilaian produk (appraisal).

Contoh Penilaian Produk

Mata Pelajaran : Matematika.
Nama Produk : Jaring-jaring bangun ruang sisi datar.

Alokasi Waktu : Satu bulan
Aspek : Pemecahan Masalah

Contoh Soal:

Buatlah jaring-jaring bangun ruang sisi datar masing-masing satu buah. Ukuran panjang rusuk minimal 15 cm.

Prosedure Penilaian

Menggunakan rubrik penskoran

Rubrik Penskoran

Level	Deskriptsi
4 (superior)	* Membuat perencanaan alat dan bahan dengan baik. * Penggunaan alat, bahan aman dan efisien * Membuat uraian langkah-langkah pembuatan * Membuat uraian cara penggunaannya * Hasil yang diperoleh benar, rapih dan bersih * Terdapat unsur inovasi
3 (memuaskan)	* Membuat perencanaan alat dan bahan dengan baik. * Penggunaan alat, bahan aman dan efisien * Membuat uraian langkah-langkah pembuatan * Membuat uraian cara penggunaannya * Hasil yang diperoleh benar, rapih dan bersih * Tidak terdapat unsur inovasi
2 (cukup)	* Membuat perencanaan alat dan bahan dengan baik. * Penggunaan alat, bahan aman dan efisien * Membuat uraian langkah-langkah pembuatan * Membuat uraian cara penggunaannya * Hasil yang diperoleh benar, tidak rapih dan tidak bersih * Tidak terdapat unsur inovasi
1 (kurang)	* Membuat perencanaan alat dan bahan dengan baik. * Penggunaan alat, bahan aman dan efisien * Membuat uraian langkah-langkah pembuatan * Tidak membuat uraian cara penggunaannya * Hasil yang diperoleh benar, tidak rapih dan tidak bersih * Tidak terdapat unsur inovasi

6. Penilaian Portofolio

a. Pengertian

Penilaian portofolio merupakan penilaian berkelanjutan yang didasarkan pada kumpulan informasi yang menunjukkan perkembangan kemampuan peserta didik dalam satu periode tertentu. Informasi tersebut dapat berupa karya peserta didik dari proses pembelajaran yang dianggap terbaik oleh peserta didik, lembar jawaban tes yang menunjukkan soal yang mampu dan tidak mampu dijawab (bukan nilai) atau bentuk informasi lain yang terkait dengan kompetensi tertentu dalam satu mata pelajaran.

Penilaian portofolio pada dasarnya menilai karya-karya siswa secara individu pada satu periode untuk suatu mata pelajaran. Akhir suatu periode hasil karya tersebut dikumpulkan dan dinilai oleh guru dan peserta didik sendiri. Berdasarkan informasi perkembangan tersebut, guru dan peserta didik sendiri dapat menilai perkembangan kemampuan peserta didik dan terus melakukan perbaikan. Dengan demikian, portofolio dapat memperlihatkan perkembangan kemajuan belajar peserta didik melalui karyanya, antara lain: karangan, puisi, surat,komposisi musik, gambar, foto, lukisan, resensi buku/ literatur, laporan penelitian, sinopsis, dsb.

Hal-hal yang perlu diperhatikan dan dijadikan pedoman dalam penggunaan penilaian portofolio di sekolah, antara lain:

1) Karya siswa adalah benar-benar karya peserta didik itu sendiri. Guru melakukan penelitian atas hasil karya peserta didik yangdijadikan bahan penilaian portofolio agar karya tersebut merupakan hasil karya yang dibuat oleh peserta didik itu sendiri.
2) Saling percaya antara guru dan peserta didik Dalam proses penilaian guru dan peserta didik harus memiliki rasa saling percaya, saling

memerlukan dan saling membantu sehingga terjadi proses pendidikan berlangsung dengan baik.

3) Kerahasiaan bersama antara guru dan peserta didik Kerahasiaan hasil pengumpulan informasi perkembangan peserta didik perlu dijaga dengan baik dan tidak disampaikan kepada pihak-pihak yang tidak berkepentingan sehingga memberi dampak negatif proses pendidikan
4) Milik bersama (joint ownership) antara peserta didik dan guru Guru dan peserta didik perlu mempunyai rasa memiliki berkas portofolio sehingga peserta didik akan merasa memiliki karya yang dikumpulkan dan akhirnya akan berupaya terus meningkatkan kemampuannya.
5) Kepuasan Hasil kerja portofolio sebaiknya berisi keterangan dan atau bukti yang memberikan dorongan peserta didik untuk lebih meningkatkan diri.
6) Kesesuaian Hasil kerja yang dikumpulkan adalah hasil kerja yang sesuai dengan kompetensi yang tercantum dalam kurikulum.
7) Penilaian proses dan hasil Penilaian portofolio menerapkan prinsip proses dan hasil. Proses belajar yang dinilai misalnya diperoleh dari catatan guru tentang kinerja dan karya peserta didik.
8) Penilaian dan pembelajaran Penilaian portofolio merupakan hal yang tak terpisahkan dari proses pembelajaran. Manfaat utama penilaian ini sebagai diagnostik yang sangat berarti bagi guru untuk melihat kelebihan dan kekurangan peserta didik.

b. Teknik Penilaian Portofolio

Teknik penilaian portofolio di dalam kelas memerlukan langkah-langkah sebagai berikut:

1) Jelaskan kepada peserta didik bahwa penggunaan portofolio, tidak hanya merupakan kumpulan hasil kerja peserta didik yang digunakan

oleh guru untuk penilaian, tetapi digunakan juga oleh peserta didik sendiri. Dengan melihat portofolionya peserta didik dapat mengetahui kemampuan, keterampilan, dan minatnya. Proses ini tidak akan terjadi secara spontan, tetapimembutuhkan waktu bagi peserta didik untuk belajar meyakini hasil penilaian mereka sendiri.

2) Tentukan bersama peserta didik sampel-sampel portofolio apa saja yang akan dibuat. Portofolio antara peserta didik yang satu dan yang lain bisa sama bisa berbeda. Misalnya, untuk kemampuan menulis peserta didik mengumpulkan karangan-karangannya. Sedangkan untuk kemampuan menggambar, peserta didik mengumpulkan gambar-gambar buatannya.
3) Kumpulkan dan simpanlah karya-karya tiap peserta didik dalam satu map atau folder di rumah masing-masing atau loker masing-masing di sekolah.
4) Berilah tanggal pembuatan pada setiap bahan informasi perkembangan peserta didik sehingga dapat terlihat perbedaan kualitas dari waktu ke waktu.
5) Sebaiknya tentukan kriteria penilaian sampel portofolio dan bobotnya dengan para peserta didik sebelum mereka membuat karyanya . Diskusikan cara penilaian kualitas karya para peserta didik. Contoh, kriteria penilaian kemampuan menulis karangan yaitu: penggunaan tata bahasa, pemilihan kosa-kata, kelengkapan gagasan, dan sistematika penulisan. Dengan demikian, peserta didik mengetahui harapan (standar) guru dan berusaha mencapai standar tersebut.
6) Minta peserta didik menilai karyanya secara berkesinambungan. Guru dapat membimbing peserta didik, bagaimana cara menilai dengan memberi keterangan tentang kelebihan dan kekurangan karya tersebut, serta bagaimana cara memperbaikinya. Hal ini dapat dilakukan pada saat membahas portofolio.

7) Setelah suatu karya dinilai dan nilainya belum memuaskan, maka peserta didik diberi kesempatan untuk memperbaiki. Namun, antara peserta didik dan guru perlu dibuat "kontrak" atau perjanjian mengenai jangka waktu perbaikan, misalnya 2 minggu karya yang telah diperbaiki harus diserahkan kepada guru.
8) Bila perlu, jadwalkan pertemuan untuk membahas portofolio. Jika perlu, undang orang tua peserta didik dan diberi penjelasan tentang maksud serta tujuan portofolio, sehingga orangtua dapat membantu dan memotivasi anaknya.

Contoh Format Penilaian portofolio.

Mata pelajaran : .....
Alokasi waktu : 1 semester
Sampel yang dikumpulkan : .....

Nama siswa : .....
Kelas : .....

No.	SK/KD	Periode	Kreteria				Keterangan
1							
2							

Catatan:

Setiap karya siswa sesuai SK/KD yang masuk dalam daftar portofolio dikumpilkan dalam satu file (tempat) untuk setiap siswa sebagai bukti pekerjaannya. Skor setiap kriteria menggunakan skala penilaian 1-10 atau 1- 100. Kolom keterangan diisi dengan catatan guru tentang kelemahan dan kekuatan karyanya.

7. Penilaian Diri (self assessment)

a. Pengertian

Penilaian diri adalah suatu teknik penilaian di mana peserta didik diminta untuk menilai dirinya sendiri berkaitan dengan status, proses dan

tingkat pencapaian kompetensi yang dipelajarinya dalam mata pelajaran tertentu didasarkan atas kriteria atau acuan yang telah disiapkan. Tujuan utama dari penilaian diri adalah untuk mendukung atau memperbaiki proses dan hasil belajar. Meskipun demikian, hasil penilaian diri dapat digunakanguru sebagai bahan pertimbangan untuk memberikan nilai. Peran penilaian diri menjadi penting bersamaan dengan bergesernya pusat pembelajaran dari guru ke siswa yang didasarkan pada konsep belajar mandiri (autonomous lerning).

Ada beberapa jenis penilaian diri, diantaranya:

1) Penilaian Langsung dan Spesifik, yaitu penilaian secara langsung, pada saat atau setelah selesai melakukan tugas, untuk menilai aspek-aspek kompetensi tertentu dari suatu mata pelajaran.
2) Penilaian Tidak Langsung dan Holistik, yaitu penilaian yang dilakukan dalam kurun waktu yang panjang, untuk memberikan penilaian secara keseluruhan.
3) Penilaian Sosio-Afektif, yaitu penilaian terhadap unsur-unsur afektif atau emosional. Misalnya, peserta didik dapat diminta untuk membuat tulisan yang memuat curahan perasaannya terhadap suatu objek tertentu.

   Penggunaan teknik ini dapat memberi dampak positif terhadap perkembangan kepribadian seseorang. Keuntungan penggunaan penilaian diri di kelas antara lain:

   a) dapat menumbuhkan rasa percaya diri peserta didik, karena mereka diberi kepercayaan untuk menilai dirinya sendiri;
   b) peserta didik menyadari kekuatan dan kelemahan dirinya, karena ketika mereka melakukan penilaian, harus melakukan introspeksi terhadap kekuatan dan kelemahan yang dimilikinya;

c) dapat mendorong, membiasakan, dan melatih peserta didik untuk berbuat jujur, karena mereka dituntut untuk jujur dan objektif dalam melakukan penilaian.

b. Teknik Penilaian

Ada kecenderungan peserta didik akan menilai diri terlalu tinggi dan subyektif. Karena itu, penilaian diri dilakukan berdasarkan kriteria yang jelas dan objektif. Untuk itu penilaian diri oleh peserta didik di kelas perlu dilakukan melalui langkah-langkah sebagai berikut.

1) Menjelaskan kepada peserta didik tujuan penilaian diri.
2) Menentukan kompetensi atau aspek kemampuan yang akan dinilai.
3) Menentukan kriteria penilaian yang akan digunakan.
4) Merumuskan format penilaian, dapat berupa pedoman penskoran, daftar tanda cek, atau skala penilaian.
5) Meminta peserta didik untuk melakukan penilaian diri.
6) Guru mengkaji hasil penilaian, untuk mendorong peserta didik supaya senantiasa melakukan penilaian diri secara cermat dan objektif.
7) Lakukan tindakan lanjutan, antara lain guru memberikan balikan tertulis, guru dan siswa membahas bersama proses dan hasil penilaian

Contoh Penilaian Diri

Mata Pelajaran : Matematika
Aspek : Penalaran
Alokasi Waktu : 1 Semester

Nama Siswa : _____
Kelas : X/1

No.	SK/KD	Tanggapan		Keterangan
		1	0	
1.	Aljabar a. Menggunakan aturan pangkat b. Menggunakan aturan akar c. Menggunakan aturan logaritma d. Memanipulasi aljabar			1= paham 0= tidak paham
2.	dst			

Catatan:

Guru menyarankan kepada peserta didikk untuk menyatakan secara jujur sesuai kemampuan yang dimilikinya, karena tidak berpengaruh terhadap nilai akhir. Hanya bertujuan untuk perbaikan proses pembelajaran. Perlu dicatat bahwa tidak ada satu pun alat penilaian yang dapat mengumpulkan informasi hasil dan kemajuan belajar peserta didik secara lengkap. Penilaian tunggal tidak cukup untuk memberikan gambaran/informasi tentang kemampuan, keterampilan, pengetahuan dan sikap seseorang. Lagi pula, interpretasi hasil tes tidak mutlak dan abadi karena anak terus berkembang sesuai dengan pengalaman belajar yang dialaminya.

C. Latihan

Untuk memperdalam pemahaman anda mengenai materi pada kegiatan belajar 1, kerjakan latihan berikut.

1. Apa yang dimaksud penilaian unjuk kerja?
2. Instrumen apa yang digunakan untuk mengamati unjuk kerja siswa? Jelaskan.
3. Apa yang dimaksud dengan penilaioan sikap?
4. Sebutkan dan jelaskan teknik yang digunakan untuk menilai sikap.
5. Sebutkan hal-hal yang perlu diperhatikan dalam membuat instrumen tes.

6. Apa yang dimaksud dengan penilaian proyek?
7. Sebutkan hal-hal atau tapan yang perlu dinilai dalam penilaian proyek.
8. Apa yang dimaksud dengan peilaian produk?
9. Sebutkan dan jelaskan tiga tahap dalam penilaian produk.
10. Apa yang dimaksud dengan penilaian portofolio?
11. Sebutkan lima hal yang perlu diperhatikan dalam penilaian portofolio.
12. Apa yang dimaksud dengan penilaian diri?
13. Sebutkan langkag-langkah dalam penilaian diri.

D. Rangkuman

Terdapat tujuh teknik dalam melakukan penilaian kelas yaitu : penilaian unjuk kerja, penilaian sikap, penilaian tertulis, penilaian proyek, penilaian produk, penggunaan portofolio, dan penilaian diri.

1. Penilaian Unjuk Kerja

Penilaian unjuk kerja merupakan penilaian yang dilakukan dengan mengamati kegiatan peserta didik dalam melakukan sesuatu. Penilaian ini cocok digunakan untuk menilai ketercapaian kompetensi yang menuntut peserta didik melakukan tugas tertentu seperti: praktik di laboratorium, praktek sholat, praktek OR, presentasi, diskusi, bermain peran, memainkan alat musik, bernyanyi, membaca puisi/ deklamasi dll. Untuk mengamati unjuk kerja peserta didik dapat menggunakan alat atau instrumen berikut: daftar cek (*cheks list*) atau skala penilaian (*rating scale*).

2. Penilaian Sikap

Adalah penilaian yang menyangkut perasaan (suka atau tidak suka) yang terkait dengan kecenderungan seseorang dalam merespon sesuatu/objek. Penilaian sikap dapat dilakukan dengan beberapa cara

atau teknik. Teknik-teknik tersebut antara lain: observasi perilaku, pertanyaan langsung, dan laporan pribadi.

3. Penilaian Tertulis

Penilaian secara tertulis dilakukan dengan tes tertulis. Tes Tertulis merupakan tes dimana soal dan jawaban yang diberikan kepada peserta didik dalam bentuk tulisan. Dalam menjawab soal peserta didik tidak selalu merespon dalam bentuk menulis jawaban tetapi dapat juga dalam bentuk yang lain seperti menjawab secara lisan, memberi tanda, mewarnai, menggambar, melakukan sesuatu, dan lain sebagainya. Ada dua bentuk soal tes tertulis, yaitu:

1) memilih jawaban, yang dibedakan menjadi: a) pilihan ganda; b) dua pilihan (benar-salah, ya-tidak); c) menjodohkan; dan d) sebab-akibat.
2) mensuplai jawaban, dibedakan menjadi: a) isian atau melengkapi; b) jawaban singkat atau pendek; dan c) uraian

4. Penilaian Proyek

Penilaian proyek merupakan kegiatan penilaian terhadap suatu tugas yang harus diselesaikan dalam periode/waktu tertentu. Tugas tersebut berupa suatu investigasi sejak dari perencanaan, pengumpulan data, pengorganisasian, pengolahan dan penyajian data. Pelaksanaan penilaian dapat menggunakan alat/instrumen penilaian berupa daftar cek ataupun skala penilaian.

5. Penilaian Produk

Penilaian produk adalah penilaian terhadap proses pembuatan dan kualitas suatu produk. Penilaian produk meliputi penilaian kemampuan peserta didik membuat produk-produk teknologi dan seni, seperti: makanan, pakaian, hasil karya seni (patung, lukisan, gambar), barang-

barang terbuat dari kayu, keramik, plastik, dan logam. Penilaian produk biasanya menggunakan cara holistik atau analitik.

6. Penilaian Portofolio

Penilaian portofolio merupakan penilaian berkelanjutan yang didasarkan pada kumpulan informasi yang menunjukkan perkembangan kemampuan peserta didik dalam satu periode tertentu. Informasi tersebut dapat berupa karya peserta didik dari proses pembelajaran yang dianggap terbaik oleh peserta didik, lembar jawaban tes yang menunjukkan soal yang mampu dan tidak mampu dijawab (bukan nilai) atau bentuk informasi lain yang terkait dengan kompetensi tertentu dalam satu mata pelajaran. Teknik penilaian portofolio di dalam kelas memerlukan langkah-langkah yang perlu penjelasan dari guru.

7. Penilaian Diri (self assessment)

Penilaian diri adalah suatu teknik penilaian di mana peserta didik diminta untuk menilai dirinya sendiri berkaitan dengan status, proses dan tingkat pencapaian kompetensi yang dipelajarinya dalam mata pelajaran tertentu didasarkan atas kriteria atau acuan yang telah disiapkan. Ada kecenderungan peserta didik akan menilai diri terlalu tinggi dan subyektif. Karena itu, penilaian diri dilakukan berdasarkan kriteria yang jelas dan objektif.

E. Tes Formatif 2

Pilihlah satu jawaban yang tepat.

1.Teknik penilaian yang cocok digunakan untuk menilai ranah psikomotor adalah

a. tes

b. proyek
c. produk
d. unjuk kerja

2. Alat yang digunakan untuk mengamati unjuk kerja siswa adalah
   a. daftar hadir
   b. daftar cek
   c. dahtar nilai
   d. presentasi
3. Berikut adalah teknik yang yang digunakan untuk menilai sikap siswa kecuali ...
   a. pengamatan perilaku
   b. pertanyaan langsung
   c. laporan pribadi
   d. tes lisan
4. Berikut adalah contoh-contoh kegiatan siswa dalam penilaian proyek matematika kecuali...
   a. mengerjakan PR soal-soal yang ada di LKS
   b. penelitian sederhana mengenai banyaknya kendaraan yang lewat di jalan raya dalam suatu waktu
   c. Membuat karya ilmiah dipresentasikan
   d. Melakukan kegiatan pengukuran dengan menggunakan alat klinometer
5. Penilaian produk dalam pembelajaran matematika yang sangat mendukung pemahaman siswa terhadap konsep-konsep matematika adalah
   a. pembuatan ringkasan matematika
   b. pembuatan alat peraga matematika
   c. pembuatan peta konsep matematika
   d. pembuatan diagram alur matematika

6. Buatlah contoh soal matematika SMA yang mengukur suatu indikator dari kompetensi dasar tertentu mengenai aspek pemecahan masalah lengkap dengan kunci jawaban dan pedoman penskoran.

BAB IV KEGIATAN BELAJAR 3

A. Kompetensi dan Indikator

Kompetensi dan indikator yang diharapkan dikuasai mahasiswa setelah menyelesaikan kegiatan belajar 3 adalah sebagai berikut.

1. Kompetensi Dasar pada kegiatan belajar 3 adalah:
   1). Mampu memahami langkah-langkah pelaksanaan penilaian.
2. Indikator pada kegiatan belajar 3 adalah:
   1) Menjabarkan Standar Kompetensi (SK) menjadi indikator
   2) Menentukan Kriteria ketuntasan (KK) indikator
   3) Memetakan SK, KD, indikator, KK, aspek, dan teknik penilaian.
   4) Mengembangkan rancangan penilaian dalam satu semester atau satu tahun pada pembelajaran matematika SMA kelas tertentu.

B. Uraian Materi

Langkah-langkah Pelaksanan Penilaian

Untuk melaksanakan penilaian kelas terdapat beberapa urutan kerja yang harus dilakukan yaitu:

1. **Langkah Pertama: menjabarkan Kompetensi Dasar ke dalam Indikator Pencapaian Hasil Belajar**

   Indikator merupakan ukuran, karakteristik, ciri-ciri, pembuatan atau proses yang berkontribusi/menunjukkan ketercapaian suatu kompetensi dasar. Indikator dirumuskan dengan menggunakan kata kerja operasional yang dapat diukur, seperti: mengidentifikasi, menghitung, membedakan, menyimpulkan, menceritakan kembali, mempraktekkan, mendemonstrasikan, dan mendeskripsikan.

   Indikator pencapaian hasil belajar dikembangkan oleh pendidik dengan memperhatikan perkembangan dan kemampuan setiap peserta

didik, keluasan dan kedalaman kompetensi dasar, dan daya dukung sekolah, misalnya kemampuan guru dan sarana atau perasarana penunjang. Setiap kompetensi dasar dapat dikembangkan menjadi beberapa indikator pencapaian hasil belajar. Indikator-indikator pencapaian hasil belajar dari setiap kompetensi dasar merupakan acuan yang digunakan untuk melakukan penilaian.

Contoh: Penjabaran Standar Kompetensi dan Kompetensi Dasar menjadi Indikator.

Berikut contoh penetapan indikator mata pelajaran Matematika tingkat SMA kelas IX/IPA Semester 1.

Standar Kompetensi	Kompetensi Dasar	Indikator*
3. Menyusun dan menggunakan persamaan lingkaran beserta garis singgungnya; menggunakan algoritma pembagian; teorema sisa ...	3.1 Merumuskan persamaan lingkaran dan menggunakannya dalam pemecahan masalah	1. Merumuskan persamaan lingkaran berpusat di (0,0) dan (a,b); 2. Menentukan pusat dan jari-jari lingkaran yang persamaannya diketahui; 3. Menentukan persamaan lingkaran yang memenuhi kriteria tertentu; 4. Menentukan posisi titik dan garis terhadap lingkaran.

Indikator* : dikembangkan oleh pendidik satuan pendidikan sesuai dengan kondisi daerah dan satuan pendidikan masing-masing .Satu KD dapat dikembangkan menjadi beberapa indikator .

2. Langkah kedua: menetapkan Kriteria Ketuntasan setiap indikator

Setelah menjabarkan kompetensi dasar menjadi beberapa indikator, maka langkah selanjutnya adalah menetapkan kriteria ketuntasan setiap indikator, rentang persentase kriteria ketuntasan setiap indikator adalah antara 0% – 100%. Kriteria ketuntasan ideal untuk masing-masing

indikator adalah 75%. Namun satuan pendidikan dapat menetapkan kriteria atau tingkat pencapaian indikator, apakah 50%, 60% atau 70%. Sudut pandang yang digunakan dalam penetapan adalah tingkat kemampuan akademis peserta didik, kompleksitas indikator dan daya dukung pendidik serta ketersediaan sarana dan prasarana.

Pada tahap awal penetapan kriteria ketuntasan indikator boleh-boleh saja agak rendah, namun diharapkan semaikin lama semakin meningkat, hal ini karena kualitas satuan pendidikan akan dinilai oleh pihak luar secara berkala, misalnya melalui ujian nasional. Hasil penilaian ini akan menunjukkan peringkat suatu satuan pendidikan dibandingkan dengan satuan pendidikan lain (benchmarking). Melalui pemeringkatan ini diharapkan satuan pendidikan terpacu untuk meningkatkan kualitasnya, dalam hal ini meningkatkan kriteria ketuntasan pencapaian indikator semakin mendekati 100%.

Contoh penetapan kriteia ketuntasan setiap indikator suatu Kompensi Dasar.

Mata Pelajaran Matematika tingkat SMA kelas IX/IPA Semester 1.

Standar Kompetensi	Kompetensi Dasar	Indikator*	Kriteria Ketuntasan
3. Menyusun dan menggunakan persamaan lingkaran beserta garis singgungnya; menggunakan algoritma pembagian; teorema sisa ...	3.1 Merumuskan persamaan lingkaran dan menggunakannya dalam pemecahan masalah	1. Merumuskan persamaan lingkaran berpusat di (0,0) dan (a,b);	70%
		2. Menentukan pusat dan jari-jari lingkaran yang persamaannya diketahui;	75%
		3. Menentukan persamaan lingkaran yang memenuhi kriteria tertentu;	70%
		4. Menentukan posisi titik dan garis terhadap lingkaran.	65%

3. **Langkah ketiga: pemetaan Standar Kompetensi, Kompetensi Dasar, Indikator, kriteria ketuntasan dan Aspek yang terdapat pada raport**

   Contoh: pemetaan Standar Kompetensi, Kompetensi Dasar, Indikator, kriteria ketuntasan dan Aspek yang terdapat pada raport pada suatu KD mata pelajaran Matematika SMA kelas IX/IPA Semester 1.

Standar Kompetensi	Kompetensi Dasar	Indikator*	KK	C1	C2	C3
3. Menyusun dan menggunakan persamaan lingkaran beserta garis singgungnya; menggunakan algoritma pembagian; teorema sisa ...	3.1 Merumuskan persamaan lingkaran dan menggunakannya dalam pemecahan masalah	1. Merumuskan persamaan lingkaran berpusat di (0,0) dan (a,b);	70%	V		
		2. Menentukan pusat dan jari-jari lingkaran yang persamaannya diketahui;	75%	V		
		3. Menentukan persamaan lingkaran yang memenuhi kriteria tertentu;	70%	V		
		4. Menentukan posisi titik dan garis terhadap lingkaran.	65%		V	

Keterangan:
C1: Aspek pemahaman konsep;.
C2: Aspek penalaran dan Komunikasi;
C3: Aspek pemecahan masalah;
KK: Keriteria ketuntasan.

4. **Langkah keempat: pemetaan Standar Kompetensi, Kompetensi Dasar, Indikator, Kriteria Ketuntasan, Aspek penilaian dan Teknik Penilaian**

   Contoh.

Pemetaan Standar Kompetensi, Kompetensi Dasar, Indikator, Kriteria Ketuntasan, Aspek, dan Teknik Penilaian.

SK	KD	Indikator	KK	Aspek			Tenkik Penilaian				
				C1	C2	C3	T1	T2	T3	T4	T5
3.	3.1	1.	70%	V			V				
		2.	75%	V			V				
		3.	70%	V			V				
		4	65%		V		V				

Keterangan:

T1: Tes; T2: Unjuk Verja; T3: Produk; T4: Proyek; T5: Fortofolio.

Catatan: untuk memudahkan pekerjaan pendidik (guru), maka langkah perencanaan penilaian ini disatukan dengan silabus, yakni dengan menambahkan satu kolom setelah indikator, untuk kolom kriteria ketuntasan.

5. Penetapan Teknik Penilaian

Dalam memilih teknik penilaian mempertimbangkan ciri indikator, contoh:

- Apabila tuntutan indikator melakukan sesuatu, maka teknik penilaiannya adalah unjuk kerja (performance).
- Apabila tuntutan indikator berkaitan dengan pemahaman konsep, maka teknik penilaiannya adalah tertulis.
- Apabila tuntutan indikator memuat unsur penyelidikan, maka teknik penilainnya adalah proyek.

6. Contoh Alat dan Penskoran Dalam Penilaian.

Berikut contoh-contoh alat dan cara penskoran dalam penilaian.

Mata Pelajaran : Matematika / SMA/MA

Kelas/Semester : X/ I

Kecakapan atau kemahiran yang diharapkan dalam pembelajaran matematika SMA dikelompokkan menjadi 3 aspek, yaitu:

1. Pemahaman konsep
2. Penalaran dan komunikasi
3. Pemecahan masalah.

Teknik penilaian yang paling sesuai untuk mengukur 3 aspek di atas adalah “penilaian tertulis”. Bentuk pilihan ganda sesuai untuk pemahaman konsep, sedangkan bentuk uraian sesuai untuk pemecahan masalah dan penalaran dan komunikasi.

1. Contoh Soal Pemahaman konsep

Standar Kompetensi : Memecahkan masalah yang berkaitan dengan bentuk pangkat, akar, dan logaritma.

Kompetensi Dasar : Menggunakan aturan pangkat, akar, dan logaritma.

Indikator : Mengubah bentuk pangkat negatif ke pangkat positif dan sebaliknya.

Soal: 1) Bentuk $\frac{x^{-1}y^{5}z^{-6}}{x^{-2}y^{-3}z}$ dapat disederhanakan menjadi bentuk ….

2) .....

Nilai = Banyaknya jawaban benar/ Banyaknya soal x10,00

2. Contoh Soal Penalaran dan Komunikasi

Standar Kompetensi : Memecahkan masalah yang berkaitan dengan bentuk pangkat, akar, dan logaritma.

Kompetensi Dasar : Menggunakan aturan pangkat, akar, dan logaritma.

Indikator : Melakukan operasi aljabar pada bentuk pangkat, akar, dan logaritma.

Soal : Tentukan nilai x yang memenuhi persamaan:

$$2^{1/2x+1} = \sqrt{8} + \sqrt{50} - \sqrt{18}\ .$$

Penilaian:

Jika untuk soal ini diberi bobot 10 maka skor sampai pada langkah tertentu secara komulatif diberi nilai sebagai berikut:

Kunci Jawaban	Skor
$2^{1/2x+1} = \sqrt{8} + \sqrt{50} - \sqrt{18}$	
$2^{1/2x+1}$ = 2V2 + 5V2 – 3V2	2
$2^{1/2x+1}$ = 4V2	4
$2^{1/2x+1} = 2^2 . 2^{1/2}$	6
$2^{1/2x+1} = 2^{5/2}$	8
½ x +1 = 5/2	9
½ x = 3/2	
x = 3	10

3. Contoh Soal Pemecahan masalah:

Standar Kompetensi : Memecahkan masalah yang berkaitan dengan bentuk pangkat, akar, dan logaritma.

Kompetensi Dasar : Melakukan manipulasi aljabar dalam perhitungan yang melibatkan pangkat, akar, dan logaritma.

Indikator : Menyederhanakan bentuk aljabar yang memuat bentuk pangkat, akar, dan logaritma

Soal

Suatu segitiga siku-siku mempunyai sisi terpanjang 3 kali panjangnya dari panjang sisi terpendek. Jika luasnya adalah 42, hitunglah keliling segitiga itu.

Penilaian:

Jika untuk soal ini diberi bobot 20 maka skor sampai pada langkah tertentu secara komulatif diberi nilai sebagai berikut:

Kunci Jawaban	Skor

Misalkan sisi terpendeknya a, sisi terpanjangnya b, dan sisi lainnya c, maka b = 3a	1
Teorema Pythagoras:	
$a^2 + c^2 = b^2$, $c^2 = b^2 – a^2$, $c^2 = (3a)^2 – a^2$ ……	2
$c^2 = 9a^2 – a^2$ ……..	3
$c^2 = 8a^2$ ……..	4
c = V$8a^2$ ……	6
c = 2a V2 ……	7
Luas segitiga = 4V2	
½ a. c = 4V2 ……	8
½ a. 2aV2 = 4V2 ……	10
$a^2 = 4$ ……..	12
a = 2 ……..	14
b = 3a , b = 6 ……..	16
c = 2aV2, c = 4V2 ……..	18
Keliling segitiga = a + b + c	
= 2 + 6 + 4V2 ……..	19
= 8 + 4V2	20

C. Latihan

Untuk memperdalam pemahaman anda mengenai materi pada kegiatan belajar 3, kerjakan latihan berikut.

1. Apa yang dimaksud dengan indikator pencapaian kompetensi?
2. Sebutkan lima contoh kata kerja operasional yang digunakan untuk merumuskan indikator.
3. Bagaimana cara menentukan KK indikator? Jelaskan.
4. Sebutkan ciri indikator yang dapat dipertimbangkan dalam menentukan teknik penilaiannya.

5. Buatlah rancangan penilaian pembelajaran dalam satu semester untuk mata pelajaran matematika SMA kelas X semester1 yang menyatu dengan silabus.

D. Rangkuman

Langkah-langkah Pelaksanan Penilaian

Untuk melaksanakan penilaian kelas terdapat beberapa urutan kerja yang harus dilakukan yaitu:

1. Langkah Pertama: menjabarkan Kompetensi Dasar ke dalam Indikator Pencapaian Hasil Belajar.

   Indikator merupakan ukuran, karakteristik, ciri-ciri, pembuatan atau proses yang berkontribusi/menunjukkan ketercapaian suatu kompetensi dasar. Indikator dirumuskan dengan menggunakan kata kerja operasional yang dapat diukur, seperti: mengidentifikasi, menghitung, membedakan, menyimpulkan, menceritakan kembali, mempraktekkan, mendemonstrasikan, dan mendeskripsikan.
2. Langkah kedua: menetapkan Kriteria Ketuntasan setiap indikator

   Setelah menjabarkan kompetensi dasar menjadi beberapa indikator, maka langkah selanjutnya adalah menetapkan kriteria ketuntasan setiap indikator, rentang persentase kriteria ketuntasan setiap indikator adalah antara 0% – 100%. Kriteria ketuntasan ideal untuk masing-masing indikator adalah 75%. Namun satuan pendidikan dapat menetapkan kriteria atau tingkat pencapaian indikator, apakah 50%, 60% atau 70%. Sudut pandang yang digunakan dalam penetapan adalah tingkat kemampuan akademis peserta didik, kompleksitas indikator dan daya dukung pendidik serta ketersediaan sarana dan prasarana.
3. Langkah ketiga: pemetaan Standar Kompetensi, Kompetensi Dasar, Indikator, kriteria ketuntasan dan Aspek yang terdapat pada raport

4. Langkah keempat: pemetaan Standar Kompetensi, Kompetensi Dasar, Indikator, Kriteria Ketuntasan, Aspek penilaian dan Teknik Penilaian
5. Penetapan Teknik Penilaian

Dalam memilih teknik penilaian mempertimbangkan ciri indikator, contoh:

- Apabila tuntutan indikator melakukan sesuatu, maka teknik penilaiannya adalah unjuk kerja (performance).
- Apabila tuntutan indikator berkaitan dengan pemahaman konsep, maka teknik penilaiannya adalah tertulis.
- Apabila tuntutan indikator memuat unsur penyelidikan, maka teknik penilainnya adalah proyek.

E. Tes Formatif 3

Pilihlah satu jawaban yang tepat.

1. Langkah pertama dalam menyusun rancangan penilaian pembelajaran matematika adalah
   a. merumuskan indikator
   b. menetapkan teknik penilaian
   c. menentukan KK indikator
   d. mentukan aspek penilaian
2. Kata kerja kerja berikut yang kurang tepat digunakan untuk merumuskan suatu indikator adalah
   a. menyebutkan
   b. menentukan
   c. menghitung
   d. mengetahui
3. Berikut adalah hal-hal yang dijadikan dasar untuk menentukan KK setiap indikator kecuali...
   a. tingkat kemampuan akademis siswa
   b. tingkat kemampuan akademis orang tua siswa

   c. kompleksitas indikator
   d. daya dukung guru dan ketersediaan sarana dan prasarana.

4. Bentuk soal yang dapat digunakan untuk menilai aspek pemecahan masalah dalam pembelajaran matematika adalah
   a. hanya uraian
   b. hanya pilihan ganda
   c. hanya isian
   d. uraian atau pilihan ganda

5. Pada penentuan teknik penilaian, jika tuntuan indikator adalah melakukan sesuatu, maka teknik penilaian yang tepat adalah
   a. tes
   b. unjuk kerja
   c. proyek
   d. produk

BAB V KEGIATAN BELAJAR 4

A. Kompetensi dan Indikator

Kompetensi dan indikator yang diharapkan dikuasai mahasiswa setelah menyelesaikan kegiatan belajar 4 adalah sebagai berikut.

1. Kompetensi Dasar pada kegiatan belajar 4 adalah:
   1. Mampu memahami pengelolaan hasil penilaian.
2. Indikator pada kegiatan belajar 4 adalah:
   1) Mengolah data penilaian dari berbagai teknik.
   2) Dapat mengubah skor menjadi nilai.
   3) Menafsirkan hasil penilaian dalam menetapkan ketuntasan belajar.

B. Uraian Materi

Pengelolaan Hasil penilaian

a. Pengolahan Hasil Penilaian

1) Data Penilaian Unjuk Kerja

Data penilaian unjuk kerja adalah skor yang diperoleh dari pengamatan yang dilakukan terhadap penampilan peserta didik dari suatu kompetensi. Skor diperoleh dengan cara mengisi format penilaian unjuk kerja yang dapat berupa daftar cek atau skala penilaian. Nilai yang dicapai oleh peserta didik dalam suatu kegiatan unjuk kerja adalah skor pencapaian dibagi skor maksimum dikali 10 (untuk skala 0 -10) atau dikali 100 (untuk skala 0 -100). Misalnya, dalam suatu penilaian unjuk kerja pidato, ada 8 aspek yang dinilai, antara lain: berdiri tegak, menatap kepada hadirin, penyampaian gagasan jelas, sistematis, dan sebagainya.

Apabila seseorang mendapat skor 6, skor maksimumnya 8, maka nilai yang akan diperoleh adalah = 6/8 x 10 = 0,75 x 10 = 7,5. Nilai 7,5

yang dicapai peserta didik mempunyai arti bahwa peserta didik telah mencapai 75% dari kompetensi ideal yang diharapkan untuk unjuk kerja tersebut. Apabila ditetapkan batas ketuntasan penguasaan

kompetensi minimal 70%, maka untuk kompetensi tersebut dapat dikatakan bahwa peserta didik telah mencapai ketuntasan belajar. Dengan demikian, peserta didik tersebut dapat melanjutkan ke kompetensi berikutnya.

2) Data Penilaian Sikap

Data penilaian sikap bersumber dari catatan harian peserta didik berdasarkan pengamatan/ observasi guru mata pelajaran. Data hasil pengamatan guru dapat dilengkapi dengan hasil penilaian berdasarkan pertanyaan langsung dan laporan pribadi.

Seperti telah diutarakan sebelumnya, hal yang harus dicatat dalam buku Catatan Harian peserta didik adalah kejadian-kejadian yang menonjol, yang berkaitan dengan sikap, perilaku, dan unjuk kerja peserta didik, baik positif maupun negatif. Yang dimaksud dengan kejadian-kejadian yang menonjol adalah kejadian-kejadian yang perlu mendapat perhatian, atau perlu diberi peringatan dan penghargaan dalam rangka pembinaan peserta didik.

Pada akhir semester, guru mata pelajaran merumuskan sintesis, sebagai deskripsi dari sikap, perilaku, dan unjuk kerja peserta didik dalam semester tersebut untuk mata pelajaran yang bersangkutan. Deskripsi tersebut menjadi bahan atau pernyataan untuk diisi dalam kolom Catatan Guru pada rapor peserta didik untuk semester dan mata pelajaran yang berkaitan. Selain itu, berdasarkan catatan-catatan tentang peserta didik yang dimilikinya, guru mata pelajaran dapat memberi masukan pula kepada Guru Bimbingan Konseling untuk merumuskan catatan, baik berupa peringatan atau rekomendasi,

sebagai bahan bagi wali kelas dalam mengisi kolom deskripsi perilaku dalam rapor. Catatan Guru mata pelajaran menggambarkan sikap atau tingkat penguasaan peserta didik berkaitan dengan pelajaran yang ditempuhnya dalam bentuk kalimat naratif. Demikian juga catatan dalam kolom deskripsi perilaku, menggambarkan perilaku peserta didik yang perlu mendapat penghargaan/pujian atau peringatan.

3) Data Penilaian Tertulis

Data penilaian tertulis adalah skor yang diperoleh peserta didik dari hasil berbagai tes tertulis yang diikuti peserta didik. Soal tes tertulis dapat berbentuk pilihan ganda, benar salah, menjodohkan, uraian, jawaban singkat. Soal bentuk pilihan ganda diskor dengan memberi angka 1 (satu) bagi setiap butir jawaban yang benar dan angka 0 (nol) bagi setiap butir soal yang salah. Skor yang diperoleh peserta didik untuk suatu perangkat tes pilihan ganda dihitung dengan prosedur: jumlah jawaban benar dibagi jumlah seluruh butir soal kali 10.

Prosedur ini juga dapat digunakan dalam menghitung skor perolehan peserta didik untuk soal berbentuk benar salah, menjodohkan, dan jawaban singkat. Keempat bentuk soal terakhir ini juga dapat dilakukan penskoran secara objektif dan dapat diberi skor 1 untuk setiap jawaban yang benar.

Soal bentuk uraian dibedakan dalam dua kategori, uraian objektif dan uraian non-objektif. Uraian objektif dapat diskor secara objektif berdasarkan konsep atau kata kunci yang sudah pasti sebagai jawaban yang benar. Setiap konsep atau kata kunci yang benar yang dapat dijawab peserta didik diberi skor 1. Skor maksimal butir soal adalah sama dengan jumlah konsep kunci yang dituntut untuk dijawab oleh peserta didik. Skor capaian peserta didik untuk satu butir soal kategori

ini adalah jumlah konsep kunci yang dapat dijawab benar, dibagi skor maksimal, dikali dengan 10.

Soal bentuk uraian non objektif tidak dapat diskor secara objektif, karena jawaban yang dinilai dapat berupa opini atau pendapat peserta didik sendiri, bukan berupa konsep kunci yang sudah pasti. Pedoman penilaiannya berupa kriteria-kriteria jawaban. Setiap kriteria jawaban diberikan rentang nilai tertentu, misalnya 0 - 5. Tidak ada jawaban untuk suatu kriteria diberi skor 0. Besar-kecilnya skor yang diperoleh peserta didik untuk suatu kriteria ditentukan berdasarkan tingkat kesempurnaan jawaban dibandingkan dengan kriteria jawaban tersebut.

Skor penilaian yang diperoleh dengan menggunakan berbagai bentuk tes tertulis perlu digabung menjadi satu kesatuan nilai penguasaan kompetensi dasar dan standarkompetensi mata pelajaran. Dalam proses penggabungan dan penyatuan nilai, data yang diperoleh dengan masing-masing bentuk soal tersebut juga perlu diberi bobot, dengan mempertimbangkan tingkat kesukaran dan kompleksitas jawaban. Nilai akhir semester ditulis dalam rentang 0 sampai 10, dengan dua angka di belakang koma. Nilai akhir semester yang diperoleh peserta didik merupakan deskripsi tentang tingkat atau persentase penguasaan Kompetensi Dasar dalam semester tersebut. Misalnya, nilai 6,50 dapat diinterpretasikan peserta didik telah menguasai 65% unjuk kerja berkaitan dengan Kompetensi Dasar mata pelajaran dalam semester tersebut.

4) Data Penilaian Proyek

Data penilaian proyek meliputi skor yang diperoleh dari tahap-tahap: perencanaan/persiapan, pengumpulan data, pengolahan data, dan penyajian data/laporan. Dalam menilai setiap tahap, guru dapat menggunakan skor yang terentang dari 1 sampai 4. Skor 1 merupakan

skor terendah dan skor 4 adalah skor tertinggi untuk setiap tahap. Jadi total skor terendah untuk keseluruhan tahap adalah 4 dan total skor tertinggi adalah 16.

Berikut tabel yang memuat contoh deskripsi dan penskoran untuk masing-masing tahap.

Tahap	Deskripsi	Skor
Perencanaan/ Persiapan	Memuat: topik, tujuan, bahan/alat, langkah- langkah kerja, jadwal, waktu, perkiraan data yang diperoleh, tempat penelitian, daftar pertanyaan atau format pengamatan yang sesuai dengan tujuan.	1 - 4
Pengumpulan data	Data tercatat dengan rapi, jelas dan lengkap, ketepatan menggunkan alat/ bahan.	1 - 4
Pengolahan data	Ada pengklasifikasian data, penafsiran data sesuai dengan tujuan penelitian.	1 - 4
Penyajian data/ laporan	Merumuskan topik, merumuskan tujuan penelitian, menuliskan alat dan bahan, menguraikan cara kerja (langkah-langkah kegiatan). Penulisan laporan sistematis, bahasa komunikatif, penyajian data lengkap, ada kesimpulan dan saran	1 - 4
	Skor Total	

Keterangan:

Semakin lengkap dan sesuai informasi pada setiap tahap semakin tinggi skor yang diperoleh.

5) Data Penilaian Produk

Data penilaian produk diperoleh dari tiga tahap, yaitu tahap persiapan, tahap pembuatan (produk), dan tahap penilaian (appraisal). Informasi tentang data penilaian produk diperoleh dengan menggunakan caraholistik atau cara analitik. Dengan cara holistik, guru menilai hasil produk peserta didik berdasarkan kesan keseluruhan produk dengan

menggunakan kriteria keindahan dan kegunaan produk tersebut pada skala skor 1 – 10 atau 1 – 100. Cara penilaian analitik, guru menilai hasil produk berdasarkan tahap proses pengembangan, yaitu mulai dari tahap persiapan, tahap pembuatan, dan tahap penilaian.

Contoh tabel penilaian analitik dan penskorannya.

Tahap	Deskripsi	Skor
Persiapan	Kemampuan merencanakan seperti • menggali dan mengembangkan gagasan; • mendesain produk, menentukan alat dan bahan	1-10
Pembuatan Produk	• Kemampuan menyeleksi dan 1-10 menggunakan bahan; • Kemampuan menyeleksi dan menggunakan alat; • Kemampuan menyeleksi dan menggunakan teknik;	1-10
Penilaian Produk	• Kemampuan peserta didik membuat produk sesuai kegunaan/fungsinya; • Produk memenuhi kriteria keindahan.	1-10
	Skor Total	

Kriteria penskoran:

- menggunakan skala skor 1 – 10 atau 1 – 100;
- semakin baik kemampuan yang ditampilkan, semakin tinggi skor yang diperoleh.

6) Data penilaian Portofolio

Data penilaian portofolio peserta didik didasarkan dari hasil kumpulan informasi yang telah dilakukan oleh peserta didik selama pembelajaran berlangsung. Komponen penilaian portofolio meliputi: (1) catatan guru, (2) hasil pekerjaan peserta didik, dan (3) profil perkembangan peserta didik. Hasil catatan guru mampu memberi penilaian terhadap sikap peserta didik dalam melakukan kegiatan portofolio.

Hasil pekerjaan peserta didik mampu memberi skor berdasarkan kriteria (1) rangkuman isi portofolio, (2) dokumentasi/data dalam folder, (3) perkembangan dokumen, (4) ringkasan setiap dokumen, (5) presentasi dan (6) penampilan. Hasil profil perkembangan peserta didik mampu memberi skor berdasarkan gambaran perkembangan pencapaian kompetensi peserta didik pada selang waktu tertentu. Ketiga komponen ini dijadikan suatu informasitentang tingkat kemajuan atau penguasaan kompetensi peserta didik sebagai hasil dari proses pembelajaran.

Berdasarkan ketiga komponen penilaian tersebut, guru menilai peserta didik dengan menggunakan acuan patokan kriteria yang artinya apakah peserta didik telah mencapai kompetensi yang diharapkan dalam bentuk persentase (%) pencapaian atau dengan menggunakan skala 1 – 10 atau 1 - 100. Pensekoran dilakukan berdasarkan kegiatan unjuk kerja, dengan rambu-rambu atau kriteria penskoran portofolio yang telah ditetapkan. Skor pencapaian peserta didik dapat diubah ke dalam skor yang berskala 1

-10 atau 1 – 100 dengan patokan jumlah skor pencapaian dibagi skor maksimum yang dapat dicapai, dikali dengan 10 atau 100. Dengan demikian akan diperoleh skor peserta didik berdasarkan portofolio masing-masing.

7) Data Penilaian Diri

Data penilaian diri adalah data yang diperoleh dari hasil penilaian tentang kemampuan, kecakapan, atau penguasaan kompetensi tertentu, yang dilakukan oleh peserta didik sendiri, sesuai dengan kriteria yang telah ditentukan. Pada taraf awal, hasil penilaian diri yang dilakukan oleh peserta didik tidak dapat langsung dipercayai dan digunakan, karena dua alasan utama.

Pertama, karena peserta didik belum terbiasa dan terlatih, sangat terbuka kemungkinan bahwa peserta didik banyak melakukan kesalahan dalam penilaian. Kedua, ada kemungkinan peserta didik sangat subjektif dalam melakukan penilaian, karena terdorong oleh keinginan untuk mendapatkan nilai yang baik. Oleh karena itu, pada taraf awal, guru perlu melakukan langkah-langkah telaahan terhadap hasil penilaian diri peserta didik.

Guru perlu mengambil sampel antara 10% s.d. 20% untuk ditelaah, dikoreksi, dan dilakukan penilaian ulang. Apabila hasil koreksi ulang yang dilakukan oleh guru menunjukkan bahwa peserta didik banyak melakukan kesalahan-kesalahan dalam melakukan koreksi, guru dapat mengembalikan seluruh hasil pekerjaan kepada peserta didik untuk dikoreksi kembali, dengan menunjukkan catatan tentang kelemahan-kelemahan yang telah mereka lakukan dalam koreksian pertama. Dua atau tiga kali guru melakukan langkah-langkah koreksi dan telaahan seperti ini, para peserta didik menjadi terlatih dalam melakukan penilaian diri secara baik, objektif, dan jujur.

Apabila peserta didik telah terlatih dalam melakukan penilaian diri secara baik, objektif, dan jujur, hal ini akan sangat membantu meringankan beban tugas guru. Hasil penilaian diri yang dilakukan peserta didik juga dapat dipercaya serta dapat dipahami, diinterpresikan, dan digunakan seperti hasil penilaian yang dilakukan oleh guru.Selanjutnya guru dapat memberikan umpan balik untuk masing-masing siswa. Hasil penilaian ini juga dapat dijadikan dasar bagi guru untuk memberikan nilai kompetensi siswa.

b. Interpretasi Hasil Penilaian dalam Menetapkan Ketuntasan Belajar

Penilaian dilakukan untuk menentukan apakah peserta didik telah berhasil menguasai suatu kompetensi mengacu ke indikator. Penilaian dilakukan pada waktu pembelajaran atau setelah pembelajaran

berlangsung. Sebuah indikator dapat dijaring dengan beberapa soal/tugas.

Kriteria ketuntasan belajar setiap indikator dalam suatu kompetensi dasar (KD) ditetapkan antara 0% – 100%. Kriteria ideal untuk masing-masing indikator lebih besar dari 60%. Namun sekolah dapat menetapkan kriteria atau tingkat pencapaian indikator, apakah 50%, 60% atau 70%. Penetapan itudisesuaikan dengan kondisi sekolah, seperti tingkat kemampuan akademis peserta didik, kompleksitas indikator dan daya dukung guru serta ketersediaan sarana dan prasarana. Namun, kualitas sekolah akan dinilai oleh pihak luar secara berkala, misalnya melalui ujian nasional.

Hasil penilaian ini akan menunjukkan peringkat suatu sekolah dibandingkan dengan sekolah lain (benchmarking). Melalui pemeringkatan ini diharapkan sekolah terpacu untuk meningkatkan kualitasnya, dalam hal ini meningkatkan kriteria pencapaian indikator semakin mendekati 100%.

Apabila nilai peserta didik untuk indikator pencapaian sama atau lebih besar dari kriteria ketuntasan, dapat dikatakan bahwa peserta didik itu telah menuntaskan indikator itu. Apabila semua indikator telah tuntas, dapat dikatakan peserta didik telah menguasai KD bersangkutan. Dengan demikian, peserta didik dapat diinterpretasikan telah menguasai SK dan mata pelajaran.

Apabila jumlah indikator dari suatu KD yang telah tuntas lebih dari 50%, peserta didik dapat mempelajari KD berikutnya dengan mengikuti remedial untuk indikator yang belum tuntas. Sebaliknya, apabila nilai indikator dari suatu KD lebih kecil dari kriteria ketuntasan, dapat dikatakan peserta didik itu belum menuntaskan indikator itu. Apabila jumlah indikator dari suatu KD yang belum tuntas sama atau lebih dari 50%, peserta didik belum dapat mempelajari KD berikutnya.

Contoh penghitungan nilai kompetensi dasar dan ketuntasan belajar pada suatu mata pelajaran.

Kompetensi Dasar	Indikator	KK	Nilai Siswa	Ketuntasan
KD 1	Indikator 1 Indikator 2 Indikator 3	60% 60% 50%	60 59 59	Tuntas Belum Tuntas
KD 2	Indikator 1 Indikator 2 Indikator 3	60% 70% 60%	61 80 90	Tuntas Tuntas Tuntas

Keterangan:
Berdasarkan tabel dapat diketahui bahwa nilai indikator pada kompetensi dasar 1 cenderung 60. Jadi nilai kompetensi dasar 1 adalah 60 atau 6. Nilai indikator pada kompetensi dasar ke 2 bervariasi, sehingga dihitung nilai rata-rata indikator. Jadi nilai kompetensi dasar ke 2 : (61+80+90)/3 = 77 atau 7,7. Pada kompetensi dasar 1, indikator ke- 2 belum tuntas. Jadi peserta didik perlu mengikuti remedial untuk indikator tersebut.

C. Latihan

1. Skor siswa pada penilaian proyek suatu kompetensi adalah 12, untuk setiap tahap (terdapat empat tahap) menggunakan kriteria skor minmal 1 skor maksimal 4. Berpakah nilai siswa tersebut pada penilaian proyek?
2. Jika skor siswa pada pada penilaian unjuk kerja suatu kompetensi adalah 40 dan skor maksimumnya 60, maka nilai siswa pada penilaian unjuk kerja tersebut adalah ...
3. Diketahui nilai seorang siswa untuk setiap indikator untuk suatu kompetensi dasar diketahui sebagai berikut.

Kompetensi Dasar	Indikator	KK	Nilai Siswa	Ketuntasan
KD	Indikator 1 Indikator 2 Indikator 3 Indikator 4 Indikator 5	60% 60% 50% 65% 65%	60 59 48 66 65	Tuntas Belum Belum Tuntas Tuntas

Hitunglah nilai siswa untuk KD tersebut. Tuntaskah siswa tersebut pada KD tersebut?

D. Rangkuman

Nilai siswa pada setiap indikator dapat diperoleh melalui berbagai teknik penilaian. Nilai siswa untuk setiap indikator = skor perolehan: skor maksimum X 100 atau 10. Nilai siswa pada suatu KD merupakan rata-rata dari nilai setiap indikator. Jika siswa memperoleh nilai lebih besar dari atau ama dengan nilai KK setiap indikator, maka siswa tersebut dikatakan tuntas indikator.

E. Tes Formatif 4

Diketahui nilai seorang siswa untuk setiap indikator untuk suatu kompetensi dasar diketahui sebagai berikut.

Kompetensi Dasar	Indikator	KK	Nilai Siswa	Ketuntasan
KD	Indikator 1 Indikator 2 Indikator 3 Indikator 4 Indikator 5	65% 65% 70% 65% 65%	60 80 65 90 50	

Lengkapilah pada kolom ketuntasan tabel tersebut. Hitunglah nilai siswa untuk KD tersebut. Tuntaskah siswa tersebut pada KD tersebut?

Daftar Pustaka

Hibbard, K. M. () . *Performance assessment in the science classromm*. New York: McGraw-Hill

.

Popham, W. J. (1995). *Classroom assessment what teachers need to know*. Los Angeles: Allyn & Bacon.

Sri Wardani. (2004). *Penilaian pembelajaran matematika berbasis kompetensi*. Makalah disampaikan pada diklat Instruktur/pengembang Matematika SMK. Diambil pada bulan Juli 2008 pada http:// www

Webb, N. L. & Coxford, A. F. (1994). *Assessment mathematics classroom*. The National Council of Teachers of Mathematics, INC.

Depdiknas. (2006). *Model penilaian kelas sekolah menengah atas/madrasah aliyah.* Diambil pada bulan Juni 2008, pada www. puskur.net

…… .(2004). Pedoman khusus pengembangan silabus dan penilaian mata pelajarabn Matematika. Dirjen pendidikan Dasar dan menengah, Direktorat pendidikan Menengah Umum.

BAB I PENDAHULUAN

A. Diskripsi

Penelitian tindakan kelas (PTK) adalah salah satu strategi pemecahan masalah yang berkaitan dengan pembelajaran di kelas yang memangfaatkan tindakan nyata dan proses pengembangan kemampuan dalam mendeteksi dan memecahkan masalah. Munculnya masalah PTK dari kerisauan guru dalam melaksanakan pembelajaran di kelas, misalnya prestasi belajar matematika akhir-akhir ini menurun. Tujuan utamanya adalah untuk memperbaiki pelaksanaan pembelajaran di kelas.

Untuk dapat melakukan PTK seorang guru perlu memahami cara menyusun proposal dan melaksanakannya di kelas masing-masing sesuai dengan bidang keahliannya. Buku ajar PTK ini membahas pengertian dan karakteristik, prinsip-prinsip, langkah-langkah PTK, bagaimana merencanakan dan menyusun laporan PTK. Dalam prakteknya PTK menggabungkan tindakan bermakna dengan prosedur penelitian dengan peneliti utamanya adalah guru.

Lingkup dari buku ajar ini adalah pengetahuan tentang mengidentifikasi masalah, merumuskan masalah, merumuskan tujuan, merencanakan PTK, teknik pengumpulan data, analisis data dan pelaporan. Pembahasan materi dimulai dari pengertian dan karakteristik PTK, langkah-langkah PTK, merencanakan PTK, pengumpulan dan analsisis data, dan pelaporan.

Fokus penulisan buku ajar adalah agar peserta pelatihan memahami bagaimana cara menyusun proposal, memiliki gambaran bagaimana melakukan penelitian, dan mengenal bagaimana cara menganalisis data dan menyusun laporan PTK. Buku ajar ini berkaitan dengan buku ajar lainnya, misalnya Pembelajaran Inovatif dan Penilaian

Pembelajaran. Setelah mempelajari buku ajar ini peserta pelatihan diharapkan mengenal karakteristik, dapat merumuskan masalah dan tujuan, dan memiliki pengetahuan dalam menyusun proposal, melaksanakan, dan menyusun laporan PTK.

B. Prasyarat

Untuk mempelajari buku ajar PTK ini memerlukan prasyarat, peserta pelatihan sudah mempelajari buku ajar Pembelajaran Inovatif dan Penilaian Pembelajaran. Meski tidak secara langsung digunakan dalam buku ajar PTK, tetapi penguasaan beberapa komptensi dasar dalam kedua buku ajar tersebut diperlukan untuk dapat merencanakan dan melaksanakan PTK dengan lebih baik.

C. Petunjuk Belajar

Buku ajar PTK ini terdiri dari lima bab. Bab I memuat diskripsi buku ajar, prasyarat, petunjuk belajar, dan komptensi dan indikator yang diharapkan dikuasai peserta pelatihan. Peserta pelatihan diharapkan mempelajari buku ajar ini berurutan dari Bab I sampai Bab VI. Pada Bab II disajikan pengertian dan karakteristik PTK, pada Bab III disajikan langkah-langkah PTK, pada Bab IV disajikan rencana PTK, pada Bab V disajikan pengumpulan, analisis data dan laporan PTK.

Peserta pelatihan diharapkan memahami dengan baik bagaimana cara mengidentifikasi permasalahan yang muncul dalam pembelajaran di kelasnya, menganalisis masalah, menentukan akar penyebab permasalahan, merumuskan masalah dan tujuan PTK, serta memprediksi manfaat PTK yang akan dilakukan. Dengan mengetahui langkah-langkah dan proses merencanakan PTK, peserta pelatihan diharapkan memiliki gambaran tentang bagaimana menyusun proposal dan melaksanakan PTK.

Dalam mempelajari PTK pada masing-masing bab, peserta pelatihan diharapkan memahami kompetensi dasar dan indikator pencapaiannya. Untuk mencapai kompetensi dasar dan indikator, peserta pelatihan diharapkan melakukan kegiatan bekerja dan berdiskusi dalam kelompok-kelompok kecil.

Rangkuman materi disajikan sebelum peserta pelatihan mengerjakan tes formatif. Rangkuman berisi konsep-konsep penting untuk yang baru saja dipelajari. Tes formatif terdiri dari 10 soal obyektif (pilihan ganda dengan 4 pilihan) dan 3 soal uraian. Peserta pelatihan diharapkan secara mandiri dapat menjawab soal-soal yang diberikan. Untuk memahami materi dalam buku ajar ini peserta pelatihan diharapkan dapat menjawab soal-soal tes obyektif dan esai minimal 70%. Pada bagian akhir buku ajar disajikan kunci jawaban agar peserta pelatihan dapat menilai tingkat penguasaan materinya.

Dengan cara belajar sebagaimana diuaraikan di atas, diharapkan peserta pelatihan efisien dalam belajar dan memperoleh pengetahuan yang lebih luas tentang PTK. Selanjutnya di lapangan, di sekolah masing-masing, diharapkan peserta pelatihan dapat melakukan penelitian tidakan kelas dengan lebih baik.

D. Kompetensi dan Indikator

Kompetensi dan indikator yang diharapkan dikuasai oleh peserta pelatihan setelah mengikuti pelatihan menggunakan buku ajar Penelitian Tindakan Kelas ini sebagai berikut.

Kompetensi dasar:

1. Mengenal karakteristik PTK
2. Memahami langkah-langkah PTK
3. Memahami cara menyusun proposal PTK

4. Memahami cara menyusun laporan PTK

Indikator:

1. Peserta pelatihan dapat mengidentifikasi masalah-masalah pembelajaran di kelasnya
2. Peserta pelatihan dapat merumuskan masalah penelitian tindakan kelas
3. Peserta pelatihan dapat merumuskan tujuan penelitian tindakan kelas
4. Peserta pelatihan dapat merumuskan hipotesis tindakan
5. Peserta pelatihan mampu menyebutkan langkah-langkah dalam PTK
6. Peserta pelatihan dapat menentukan kegiatan dalam setiap langkah PTK
7. Peserta pelatihan dapat menuliskan sistematika untuk menyusun proposal PTK
8. Peserta pelatihan dapat menuliskan sistematika untuk menyusun laporan PTK.

BAB II PENGERTIAN DAN KARAKTERISTIK PTK

A. Kompetensi dan Indikator

Kompetensi dasar : 1. Mengenal PTK
2. Mengindentifikasi masalah PTK
3. Mengetahui tujuan dan manfaat PTK

Indikator :

1. Mengenal pengertian dan karakteristik PTK
2. Mengenal perbedaan antara penelitian formal dan PTK
3. Mengidentifikasi masalah PTK
4. Merumuskan masalah PTK
5. Merumuskan tujuan PTK
6. Menulis manfaat PTK

B. Uraian Materi

a. Penelitian Tindakan (Action Research)

Kata penelitian merupakan terjemahan bahasa Inggris *research*, merupakan kegiatan ilmiah yang aturan dan langkah-langkahnya dikemas dalam metode penelitian. Penelitian tindakan kelas (PTK) merupakan terjemahan *classroom action research* (CAR). PTK merupakan salah satu dari penelitian tindakan (*action research*). Penelitian merupakan cara ilmiah untuk mendapatkan data dengan tujuan dan kegunaan tertentu. Berdasarkan pengertian tersebut terdapat empat hal yang perlu dipahami lebih lanjut yaitu: cara ilmiah, data, tujuan, dan kegunaan.

Menggunakan cara ilmiah yang dimaksud adalah menggunakan metode dan *prinsip*-prinsip keilmuan, yaitu sistematis, empiris, dan rasional. Rasional artinya kegiatan penelitian itu dilakukan dengan cara-cara yang masuk akal sehingga terjangkau oleh penalaran manusia.

Empiris artinya cara-cara yang digunakan dalam penelitian itu teramati oleh indra manusia, sehingga orang lain dapat mengamati cara-cara yang digunakan. Sistematis artinya proses yang digunakan dalam penelitian itu menggunakan langkah-langkah tertentu secara logis.

Manusia dapat menggunakan hasil-hasil penelitian untuk memahami, memecahkan, mengantisipasi masalah. Memahami masalah berarti memperjelas *adanya* suatu masalah yang sebelumnya tidak jelas. Memecahkan berarti meminimalkan atau menghilangkan masalah, dan mengantisipasi masalah berarti upaya dilakukan agar masalah tidak terjadi. Khususnya hasil PTK adalah berupa tindakan dalam pelaksanan pembelajaran, dengan perkataan lain ada perbaikan dalam pelaksanan pembelajaran di kelas.

b. Pengertian dan Karakteristik Penelitian Tindakan Kelas

Penelitian tindakan kelas (PTK) atau Classroom action research (CAR) adalah penelitian oleh peneliti dengan memanfaatkan interaksi, partisipasi, dan kolaborasi antara peneliti dan kelompok sasaran. PTK merupakan suatu strategi pemecahan masalah kegiatan belajar mengajar (KBM) dengan melakukan tindakan nyata dan proses pengembangan atau peningkatan kemampuan dalam mendeteksi dan memecahkan masalah sekaligus mencari dukungan ilmiahnya. PTK biasanya dilakukan oleh guru di kelas tempat ia mengajar, dengan penekanan pada peningkatan dan penyempurnaan proses pembelajaran, atau untuk kepentingan pemecahan masalah praktis pembelajaran.

Penelitian tindakan (action research) secara umum dapat dikategorikan dalam level makro, misalnya meningkatkan kualitas penulisan karya ilmiah penelitian matematika oleh guru; penelitian tindakan pada level sekolah, misalnya meningkatkan kepedulian orang tua mendorong belajar matematika di rumah; dan penelitian tindakan

kelas untuk level guru (berarti level kelas), misalnya: (1) mengatasi kesulitan siswa dalam mempelajari materi pokok garis singgung persekutuan dua lingkaran; (2) menumbuhkan siswa untuk berani mengajukan pertanyaan dalam pembelajaran berbasis multi media; (3) penerapan metode open ended pada pembelajaran komposisi fungsi; dan (4) menumbuhkan kreativitas siswa dalam pemecahan masalah kontekstual.

PTK (Penelitian Tindakan Kelas) dapat didefinisikan sebagai suatu penelitian yang bersifat reflektif dengan melakukan tindakan-tindakan tertentu dalam suatu usaha untuk memperbaiki dan meningkatkan kualitas pembelajaran di kelas secara profesional. Oleh karena itu PTK terkait erat dengan pembelajaran sehari-hari yang dihadapi oleh seorang guru. PTK adalah penelitian yang dilakukan oleh guru di kelasnya sendiri melalui refleksi diri dengan tujuan untuk memperbaiki kinerjanya sehingga hasil belajar siswanya meningkat.

PTK mempunyai karakteristik tertentu yaitu memecahkan masalah di mana permasalahan diangkat dari keadaan sehari-hari yang dihadapi oleh guru. Karakteristik PTK adalah: (1) *an inquiry of practice from within,* berarti penelitian berasal dari kerisauan guru; (2) *self-reflective inquiry*, berarti metode penelitian bersumber dari refleksi diri, bersifat agak longgar, tetapi tetap mengikuti kaidah-kaidah penelitian; (3) fokus penelitian berupa kegiatan pembelajaran; dan (4) tujuan penelitian untuk memperbaiki pembelajaran.

c. Prinsip-Prinsip Penelitian Tindakan Kelas

Prinsip-prinsip penelitian tindakan kelas adalah sebagai berikut.

1. Guru dalam melakukan PTK tidak berdampak menganggu proses pembelajaran. Dalam hal ini perlu diperhatikan bahwa tindakan yang akan dilakukan memberikan yang terbaik bagi siswa, meningkatkan

kemampuan siswa serta mengacu kepada penguasan materi pembelajaran.

2. Penelitian tindakan kelas sangat situasional, yaitu berkaitan dengan mendiagnosis masalah dalam konteks tertentu dan berupaya menyelesaikannya dalam konteks itu. Masalahnya diangkat dari praktek pembelajaran keseharian yang benar-benar dirasakan oleh guru atau siswanya. Kemudian diupayakan penyelesaian demi peningkatan mutu pendidikan, prestasi siswa, profesi guru, dan mutu sekolahnya, dengan jalan merefleksi diri, yaitu sebagai praktisi dalam pelaksanaan penuh keseharian tugas-tugasnya, sekaligus secara sistematik.
3. Penelitian tindakan kelas merupakan upaya kolaboratif antara guru dan siswa-siswanya, yaitu satuan kerja sama dengan prespektif yang berbeda. Misalnya bagi guru demi meningkatkan mutu profesionalnya dan bagi siswa meningkatkan prestasi belajarnya. Kerja sama kolaboratif ini dengan sendirinya juga partisipatori, yaitu setiap anggota tim itu secara langsung mengambil bagian dalam pelaksannan PTK dari awal sampai akhir.
4. Penelitian tindakan kelas itu bersifat *self evaluatif*, yaitu kegiatan modifikasi praktis yang dilakukan secara kontinu, dievaluasi dalam situasi yang terus berjalan yang tujuan akhirnya adalah untuk peningkatan perbaikan dalam praktek nyata.
5. Penelitian tindakan kelas bersifat luwes dan menyesuaikan. Adanya penyesuaian itu menjadikan suatu prosedur yang cocok untuk belajar dikelas yang memilki banyak kendala yang melatarbelakangi masalah di sekolah.
6. Penelitian tindakan kelas terutama memanfaatkan data pengamatan dan perilaku empiris. PTK menelaah ada tidaknya kemajuan, sementara proses pembelajaran terus berjalan, informasi-informasi

dikumpulkan, diolah, didiskusikan, dinilai dan guru bersama siswanya berbuat melakukan tindakan.

7. Dalam PTK sifat sasarannya situasional spesifik, tujuannya pemecahan masalah praktis. Temuan-temuannya tidak dapat digeneralisasi, kendali peubah pada pada ubahan bebas tidak ada. Dalam pengkajian permasalahannya prosedur pengumpulan data dan pengolahannya dilakukan secara cermat dengan cara-cara ilmiah.

d. Tujuan Penelitian Tindakan Kelas

1. PTK dilaksanakan demi perbaikan dan peningkatan praktek pembelajaran secara berkesinambungan, yang pada dasarnya melekat pada terlaksananya misi profesional pendidikan yang diemban guru. Oleh karena itu, PTK merupakan cara strategis dalam memperbaiki dan meningkatkan layanan pendidikan yang harus diselenggarakan dalam konteks peningkatan kualitas program sekolah secara keseluruhan, dalam masyarakat yang cepat berubah. Tujuan utama penelitian tindakan kelas demi perbaikan dan peningkatan layanan profesional guru dalam menangani PBM (proses belajar-mengajar) dapat dicapai dengan melakukan refleksi untuk mendiagnosis keadaan. Merefleksi adalah melakukan analisis-sintetis-interpretasi-eksplanasi dan berkesimpulan. Kemudian mencobakan alternatif tindakan dan dievaluasi efektivitasnya. Ini merupakan satu daur tindakan.
2. Tujuan PTK ialah pengembangan kemampuan–keterampilan guru untuk menghadapi permasalahan aktual pembelajaran di kelasnya dan atau di sekolahnya sendiri.
3. Tujuan penyerta penelitian tindakan kelas ialah dapat ditumbuhkannya budaya meneliti dikalangan guru dan pendidik.

e. Manfaat Penelitian Tindakan Kelas

1. Dengan tumbuhnya budaya meneliti di kalangan guru dan dilaksanakannya PTK yang berkesinambungan berarti kalangan guru makin diberdayakan mengambil prakarsa professional yang semakin mandiri, percaya diri dan makin berani mengambil resiko dalam mencobakan hal-hal yang baru yang patut diduga akan memberikan perbaikan serta peningkatan. Pengetahuan yang dibangunnya dari pengalaman semakin banyak dan menjadi suatu teori, yaitu teori tentang praktek.
2. Pengalaman dari PTK akan menjadikan guru berani menyusun sendiri kurikulum dari bawah, dan menjadikan guru lebih mandiri.

f. Identifikasi dan Perumusan Masalah

1. Identifikasi Masalah

Identifikasi masalah merupakan teknik mengetahui adanya masalah yang dapat dipecahkan melalui penelitian tindakan. Tidak semua masalah perlu dipecahkan melalui penelitian tindakan kelas, untuk itu masalah perlu diidentifikasi secara benar. Berikut ini adalah rambu-rambu dalam pemilihan masalah.

a) Masalah harus riil artinya masalah tersebut benar-benar ada (dirasakan). Masalah itu datang dari pengamatan seorang guru sendiri dan bukan dengan pengamatan orang lain. Masalah itu dilihat/diamati/dirasakan dalam pelaksanaan tugas mengajar sehari-hari. Sebagai contoh menurut data yang ada di kelas sebagian besar (70%) siswa tidak suka matematika, 50% siswa kemampuan dasar matematikanya kurang , hanya 7% siswa yang mempunyai buku matematika. Pada saat ulangan matematika hanya 25% siswa yang mendapat nilai diatas 6. Contoh tersebut dikategorikan sebagai

masalah yang nyata karena keadaan tersebut didukung oleh data empiris dikelas tersebut oleh guru kelas.

b) Masalah harus berada dalam kewenangan peneliti, artinya masalah tersebut memang berada dalam batas kewenangan/kekuasaan peneliti. Hal ini penting untuk dipehatikan mengingat masalah-masalah yang tidak dalam kewenangannya akan sulit dipecahkan oleh peneliti. Kalau peneliti adalah guru matematika sebaiknya masalah-masalah yang menjadi fokus penelitiannya adalah masalah-masalah pembelajaran matematika.

c) Masalah harus problematik artinya masalah tersebut perlu segera dipecahkan. Hal ini penting karena tidak semua masalah pembelajaran yang riil adalah masalah-masalah yang poblematik, sebab pemecahan masalah mungkin kurang mendapat dukungan teori/sarana prasarana, pemecahan masalah mungkin belum mendesak untuk dilaksanakan, atau guru mungkin tidak mempunyai kewenangan. Sebagai contoh: sebagaian besar siswa tidak dapat membaca buku teks bahasa inggris dapat merupakan masalah yang kurang problematik bagi seorang guru matematika. Masalah ini lebih merupakan tanggung jawab seorang guru bahasa inggris.

d) Masalah harus memberi manfaat yang jelas, artinya pemecahan masalah tersebut akan memberi manfaat yang jelas, artinya pemecahan masalah tersebut akan memberi manfaat yang jelas/nyata. Untuk itu pilihlah masalah-masalah yang memiliki asas manfaat secara jelas.

e) Masalah penelitian harus didukung oleh sumber daya (waktu, dana, fasilitas) yang memadai. Dengan kata lain tidak semua masalah riset yang sudah riil, problematik dan jelas manfaatnya selalu dapat dilaksanakan. Untuk itu perlu dipilih masalah-masalah yang dapat

dipecahkan dengan mempertimbangkan faktor-faktor pendukung yang lain.

2. Cara Melakukan Identifikasi Masalah

Pada umumnya guru kurang atau belum menyadari bahwa apa yang dihadapi adalah masalah, dan tidak mempermasalahkannya. Biasanya sesuatu yang baru dianggap sebagai masalah jika guru telah merasa kewalahan, tidak berdaya dan tidak mampu menghadapi sendiri. Maka cara yang dapat dilakukan guru adalah.

a) Menuliskan sesuatu hal yang dirasakan memerlukan perhatian, kepedulian karena akan mempunyai dampak yang tidak diharapkan terjadi, terutama terkait dengan pembelajaran, misalnya seperti intensitas waktu pembelajaran, daya tangkap dan daya serap siswa, media pembelajaran, manajemen kelas, motivasi, sikap dan nilai perilaku siswa.
b) Mengklasifikasikan menurut jenis dan bidang permasalahannya, banyaknya siswa yang mengalami dan tingkat frekuensinya.
c) Urutkan dari yang ringan, jarang terjadi, banyaknya siswa yang mengalami dan masing-masing jenis permasalahannya.
d) Dari urutan yang sudah dibuat ambillah 3 sampai dengan 5 masalah dan coba dikonfirmasikan kepada guru yang mengajar mata pelajaran yang sejenis baik di dalam sekolah sendiri atau guru di sekolah lain.
e) Jika apa yang dirumuskan ternyata mendapat konfirmasi, maka masalah tersebut memang merupakan masalah yang patut untuk diangkat sebagai calon masalah.
f) Masalah yang telah dikonfirmasi tersebut kemudian dikaji kelayakannya dan atau signifikansinya untuk dipilih.

g) Jika memerlukan pendampingan dari peneliti perguruan tinggi, maka fungsinya sebagai pemantul gagasan, membantu mempertajam dalam merumuskan masalah, dan bukan pemberi masalah.

3. Perumusan masalah

Setelah permasalahan teridentifikasi, maka dapat dirumuskan ke dalam suatu kalimat sehingga terlihat aspek-aspeknya secara jelas. Dalam merumuskan masalah, peneliti perlu memperhatikan beberapa ketentuan yang biasanya berlaku yaitu dengan memperhatikan aspek substansi, formulasi dan teknis.

Dari aspek substansi atau isi yang terkandung perlu dilihat dari bobot atau nilai pemecahan masalah melalui tindakan, seperti nilai aplikatifnya untuk memecahkan masalah serupa yang dihadapi guru, kegunaan teoretik dalam memperkaya atau mengkoreksi teori pembelajaran yang berlaku. Pada perumusan masalah sebaiknya dirumuskan dalam bentuk kalimat tanya, meskipun dapat juga disusun dalam bentuk pernyataan. Hendaknya dalam perumusan masalah tidak terkandung masalah dalam masalah, tetapi harus jelas secara eksplisit dan spesifik tentang apa yang dipermasalahkan.

Dari aspek teknis, menyangkut kemampuan dan kelayakan peneliti untuk melakukan penelitian terhadap masalah yang dipilih. Pertimbangan yang dapat diajukan seperti kemampuan teoretik dan metode pembelajaran, penguasaan materi, kemampuan meneliti, kemampuan fasilitas untuk melakukan penelitian seperti dana, waktu, tenaga, dan perhatian terhadap masalah yang akan dipecahkan. Oleh karena itu disarankan untuk berangkat dari permasalahan yang sederhana, tetapi bermakna, guru dapat melakukan di kelasnya dan tidak memerlukan biaya, waktu, dan tenaga yang besar.

4. Analisis Masalah

Analisis masalah disini adalah kajian terhadap permasalahan dilihat dari segi kelayakannya. Sebagai acuan dapat diajukan pertanyaan berikut.

a) Konteks, situasi atau iklim di mana masalah terjadi.
b) Kondisi-kondisi prasyarat untuk terjadinya masalah.
c) Keterlibatan komponen, aktor dalam terjadinya masalah.
d) Kemungkinan adanya alternatif solusi yang dapat diajukan.
e) Ketepatan waktu, lama yang diperlukan untuk pemecahan masalah.

Analisis masalah tersebut dipergunakan untuk merancang tindakan baik dalam menentukan spesifikasi/jenis tindakan, keterlibatan aktor yang berkolaborasi, waktu dalam siklus, identifikasi indikator perubahan peningkatan dari dampak tindakan, cara pemantauan kemajuan. Alternatif solusi yang dirumuskan dalam bentuk hipotesis tindakan hanya mungkin dapat dilakukan jika analisis masalah dapat dilakukan dengan baik.

5. Contoh Masalah

a) Bagaimanakah cara meningkatkan aktivitas dan hasil belajar siswa dalam pembelajaran matematika kelas X di SMA Sukawangi Semarang?
b) Bagaimanakah meningkatkan hasil belajar siswa kelas XI IPA pada pokok bahasan differensial di SMA Bahari Pekalongan?
c) Apakah dengan menerapkan pembelajaran berbantuan multimedia interaktif dapat meningkatkan aktivitas dan hasil belajar siswa pada materi bangun ruang di kelas X SMA?
d) Apakah dengan menggunakan metode problem posing dapat meningkatkan hasil belajar siswa pada pokok bahasan trigonometri di kelas XI SMA?

A. Latihan

Untuk memperdalam pengetahuan Anda mengenai materi yang disajikan pada Bab II ini, kerjakan latihan berikut!

1. Coba tulislah apa perbedaan antara PTK dan penelitian lainnya, misalnya penelitian eksperimen!
2. Di antara karakteristik PTK yang telah diuraikan pada kegiatan belajar ini, yang mana menurut Anda yang paling penting, yang membedakan dengan penelitian formal? Berikan alasan atas jawaban Anda!

B. Lembar Kegiatan

1. Langkah Kegiatan

Kerja kelompok: (bentuk kelompok yang terdiri dari 5-6 peserta pelatihan)

a) Coba identifikasi masalah yang sering Anda hadapi dalam mengelola pembelajaran matematika!
b) Pilih sebuah masalah yang paling menarik menurut kelompok Anda.
c) Diskusikan dengan teman-teman Anda, bagaimana cara terbaik untuk memecahkan masalah tersebut!
d) Lakukan analisis, apakah cara yang Anda temukan tersebut dapat disebut sebagai PTK?

2. Hasil

Hasil yang diharapkan dari kerja kelompok tersebut adalah peserta pelatihan memproleh pemahaman tentang masalah yang muncul dalam pembelajaran di kelas, dan mengetahui masalah PTK.

C. Rangkuman

1. Tujuan utama penelitian tindakan kelas demi perbaikan dan peningkatan layanan profesional guru dalam menangani PBM (proses belajar-

mengajar) dapat dicapai dengan melakukan refleksi untuk mendiagnosis keadaan.

2. Refleksi adalah melakukan analisis-sintetis-interpretasi-eksplanasi dan berkesimpulan.
3. Identifikasi masalah merupakan teknik mengetahui adanya masalah yang dapat dipecahkan melalui penelitian tindakan kelas.
4. Karakteristik PTK: (1) an inquiry of practice from within, berarti metode penelitian berasal dari kerisauan guru; (2) self-reflective inquiry, berarti penelitian bersumber dari refleksi diri, bersifat agak longgar, tetapi tetap mengikuti kaidah-kaidah penelitian; (3) fokus penelitian berupa kegiatan pembelajaran; dan (4) tujuan penelitian untuk memperbaiki pembelajaran.

D. Tes Formatif 1

I. Pilihlah jawaban yang tepat, dengan cara menyilang (X) huruf pada jawaban yang benar.

1. PTK merupakan penelitian yang bersifat empiris, maksudnya adalah ....
   a. berdasar pada pengalaman orang lain.
   b. cara-cara yang digunakan dalam penelitian itu teramati oleh indra manusia.
   c. mengacu pada landasan teoritis yang kuat.
   d. dilakukan oleh guru sendiri.
2. Secara umum, tujuan dilakukan PTK adalah untuk ....
   a. mengembangkan kurikulum
   b. meningkatkan pemahaman terhadap materi pelajaran
   c. memperbaiki pembelajaran
   d. menguji model pembelajaran
3. Penelitian tindakan kelas berbeda dengan penelitian formal, dalam hal ....

a. asal masalah yang diteliti

b. tempat penelitian

c. cara merumuskan masalah

d. pelaku penelitian

4. Penelitian tindakan kelas dilakukan oleh ....

a. peneliti dari perguruan tinggi

b. guru sebagai peneliti

c. siswa sebagai peneliti

d. guru dan siswa sebagai peneliti

5. Perumusan masalah PTK sebaiknya menggunakan ....

a. kalimat perintah

b. kalimat berita

c. kalimat majemuk

d. kalimat tanya

6. Metode PTK disebut *self-reflective inquiry,* artinya metode penelitian yang digunakan ….

a. bertumpu pada refleksi guru

b. bertumpu pada pendapat guru lain

c. mengikuti kemauan siswa

d. mengikuti petunjuk dalam kurikulum

7. PTK seyogyanya dilakukan oleh guru sebagai berikut, <u>kecuali</u> ....

a. PTK memang untuk guru

b. guru paling akrab dengan suasana di kelasnya

c. masalah pembelajaran tidak begitu dikuasasi oleh peneliti lainnya.

d. guru yang bertanggungjawab memperbaiki kinerjanya

8. Dilihat dari tujuan PTK, guru sebagai ....

a. subyek penelitian

b. praktisi yang mengembangkan teori

c. pengajar dan peneliti

d. pembimbing siswa

9. Fokus PTK adalah ....
   a. pengembangan sikap
   b. pengembangan teori
   c. kegiatan diskusi
   d. kegiatan pembelajaran
10. Berikut ini manfaat PTK, kecuali ....
   a. tumbuh budaya meneliti
   b. pengembangan karir guru
   c. guru berani mencobakan hal-hal yang baru dalam pembelajaran
   d. guru ikut andil dalam prakarsa profesional yang makin mandiri

II. Kerjakan soal di bawah ini

1. Tulislah tujuan dan manfaat PTK.
2. Sebutkan karakteristik PTK.
3. Tulis dua perbedaan antara PTK dan penelitian formal!

BAB III LANGKAH-LANGKAH PTK

A. Kompetensi dan Indikator

Kompetensi dasar: 1. Mengenal langkah-langkah PTK

2. Mengenal siklus (daur) dalam PTK

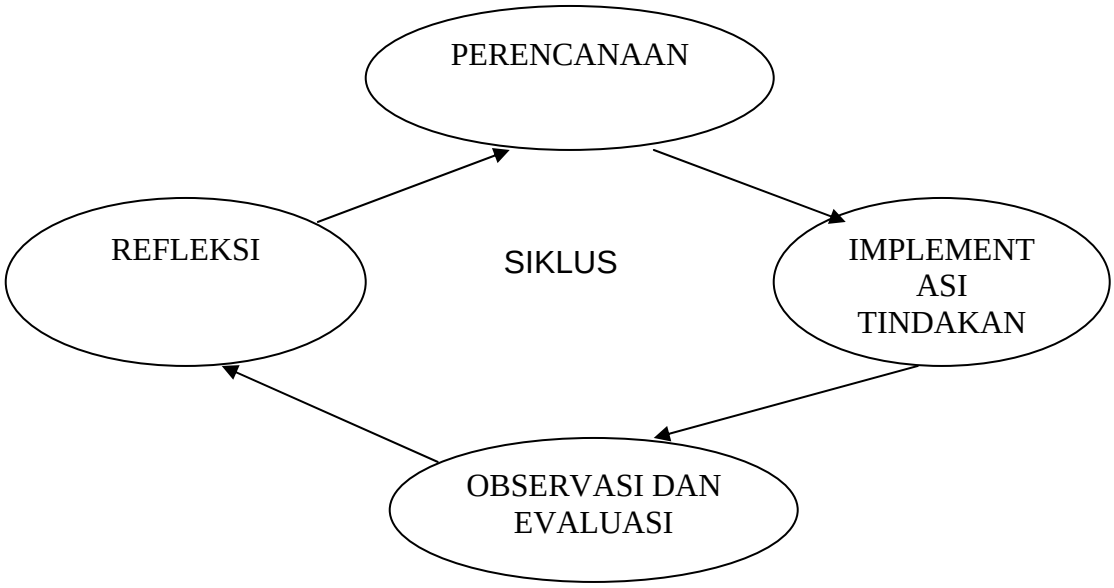
Indikator :

1. Mengenal urutan langkah dalam PTK
2. Mediskripsikan kegiatan pada masing-masing langkah dalam PTK

B. Uraian Materi

Pada prinsipnya diterapkannya PTK dimaksudkan untuk memperbaiki pembelajaran, yakni untuk mengatasi suatu permasalahan yang muncul dalam pelaksanaan pembelajaran di kelas, dan sebagai salah satu penelitian yang dimaksudkan untuk memecahkan permasalahan pembelajaran di dalam kelas.

Ada beberapa desain penelitian antara lain adalah desain Model Kurt Lewin, desain PTK Model Kemmis & Mc Taggart, desain PTK Model John Elliot, desain PTK Model Hopkins. Secara singkat langkah-langkah pada tiap model terdiri dari empat fase, yang merupakan siklus. Keempat fase tersebut: perencanaan, implementasi tindakan, observasi dan evaluasi, dan refleksi.



1. Perencanaan

Di dalam perencanaan dapat dipisahkan menjadi dua yaitu perencanaan umum dan perencanaan khusus. Perencanaan umum dimaksudkan untuk menyusun rancangan yang meliputi keseluruhan aspek yang terkait dengan PTK, sementara itu perencanaan khusus dimaksudkan untuk menyusun rancangan dari siklus per siklus. Oleh karena itu dalam perencanaan khusus ini tiap kali terdapat perencanaan ulang. Hal-hal yang direncanakan di antaranya terkait dengan pendekatan pembelajaran, metode pembelajaran, teknik dan strategi pembelajaran, media, dan materi pembelajaran. Perencanaan dalam hal ini hampir sama dengan apabila guru menyiapkan suatu rencana kegiatan mengajar.

2. Implementasi tindakan

Implementasi tindakan pada prinsipnya merupakan realisasi dari suatu tindakan yang telah direncanakan sebelumnya. Implementasi tindakan merupakan pelaksanaan pembelajaran yang di dalamnya

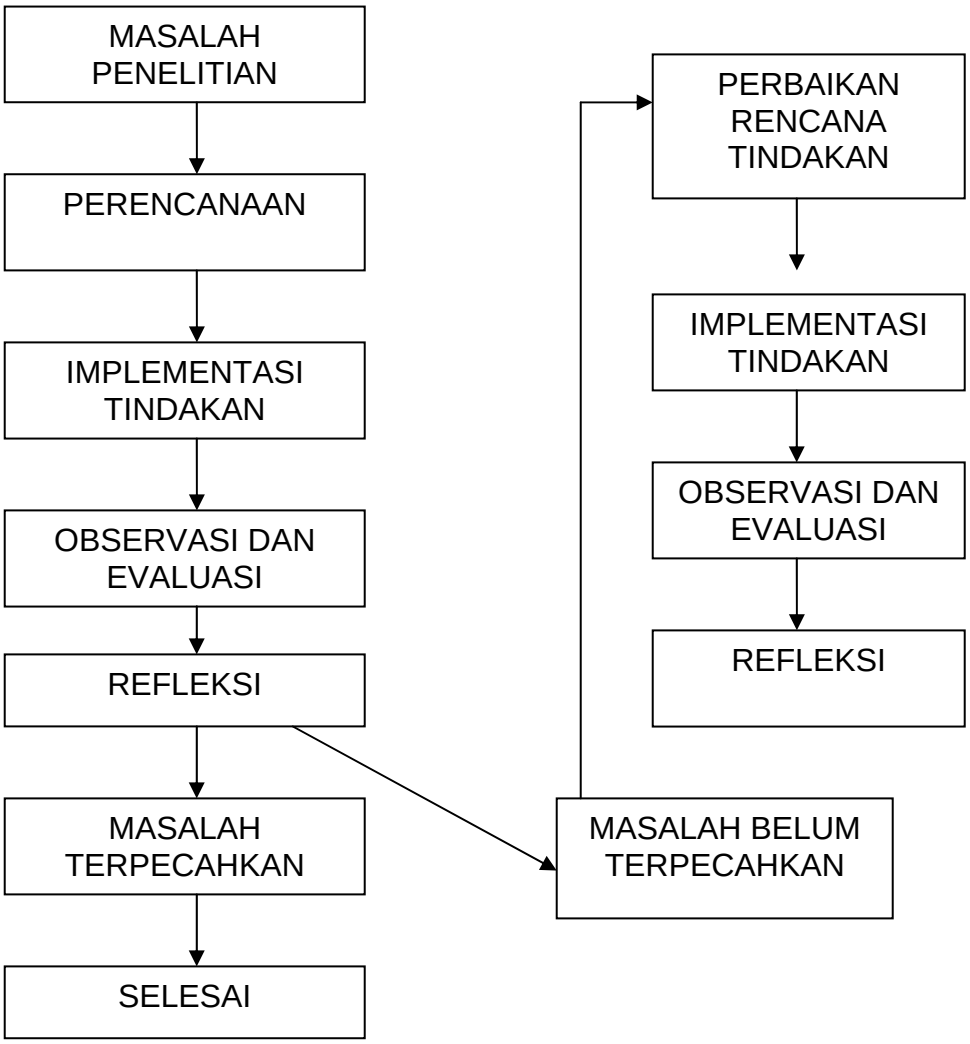
memuat tindakan dalam rangka memperbaiki atau meningkatkan pembelajaran. Strategi apa yang digunakan, materi apa yang diajarkannya, data apa yang diperlukan, dan sebagainya.

3. Observasi dan Evaluasi.

Observasi atau pengamatan dapat dilakukan sendiri oleh peneliti atau ole teman sejawat yang memang diberi tugas untuk melakukan observasi. Pada saat melakukan pengamatan, pengamat haruslah mencatat semua peristiwa atau hal yang terjadi di kelas selama pelaksanaan pembelajaran berlangsung. Misalnya mengenai situasi kelas, perilaku dan sikap siswa, penyajian atau pembahasan materi, penyerapan siswa terhadap materi yang diajarkannya atau yang lainnya.

4. Refleksi

Pada prinsipnya yang dimaksud dengan refleksi adalah upaya evaluasi yang dilakukan oleh peneliti atau pengamat partisipan yang terkait dengan suatu PTK yang dilaksanakan. Refleksi dapat dilakukan secara kolaboratif yaitu adanya diskusi terhadap berbagai masalah yang terjadi di kelas penelitian dengan pengamat atau teman sejawat. Dengan demikian refleksi dapat ditentukan sesudah adanya implementasi tindakan dan hasil observasi. Berdasarkan refleksi ini pula suatu perbaikan tindakan selanjutnya ditentukan.



Tampak jelas bahwa penelitian tindakan kelas mencakup beberapa tahap, yang dimulai dari adanya permasalahan penelitian. Siklus atau daur dalam PTK merupakan suatu proses yang terdiri dari: perencanaan, implementasi tindakan, observasi dan evaluasi, dan refleksi. Setelah melakukan refleksi dan tujuan penelitian belum tercapai, peneliti melakukan siklus berikutnya yang terdiri dari: perbaikan rencana, implementasi tindakan, observasi dan evaluasi, dan refleksi.

Berkaitan dengan masalah siklus PTK, muncul pertanyaan berapa banyak siklus yang perlu dilaksanakan oleh peneliti? Berapa siklus dalam PTK yang akan dilakukan oleh peneliti tergantung pada apakah tujuan PTK telah tercapai atau belum. jika masalah penelitian belum terpecahkan atau tujuannya belum tercapai maka pada dasarnya siklus berikutnya tetap diperlukan.

Apabila guru (sebagai peneliti) berpendapat bahwa berdasar data yang telah diperoleh dari pengamatan, dianalisis, dan setelah dilakukan refleksi telah memenuhi harapan yaitu terpecahkannya masalah yang ada, maka siklus berikutnya tidak diperlukan lagi. Oleh karena itu tahapan refleksi sangat penting dalam PTK karena dengan tahapan ini dapat diketahui tercapai tidaknya tujuan penelitian, atau masihkah diperlukan siklus lanjutan dengan alternatif tindakan lain untuk memecahkan masalah yang telah ditetapkan.

C. Latihan

1. Pada siklus PTK, langkah manakah yang paling penting?
2. Apakah refleksi itu, mengapa merupakan kegiatan penting dalam PTK?
3. PTK lebih dominan sebagai penelitian kualitatif atau kuantitatif. Uraikan alasan jawaban Anda.

D. Lembar Kegiatan

1. langkah Kegiatan

Kerja kelompok; (kelompok terdiri dari 5-6 peserta pelatihan)

a. Amati siklus PTK pada Bab ini.
b. Diskusikan dengan teman-teman Anda, kegiatan apa yang dilakukan pada setiap langkah pada siklus.

2. Hasil

Hasil dari kegiatan ini adalah peserta pelatihan lebih memahami bagaimana menyusun dan melakukan kegiatan pada setiap langkah pada siklus PTK.

E. Rangkuman

1. PTK dimaksudkan untuk mengatasi suatu permasalahan yang muncul dalam pelaksanaan pembelajaran di kelas, sebagai salah satu penelitian yang dimaksudkan untuk memecahkan permasalahan pembelajaran di dalam kelas.
2. Siklus atau daur dalam PTK merupakan suatu proses yang terdiri dari: perencanaan, implementasi tindakan, observasi dan evaluasi, dan refleksi.

F. Tes Formatif 2

I. Pilihlah satu jawaban yang tepat, dengan cara menyilang huruf di depan jawaban yang tepat.

1. Pada prinsipnya PTK dimaksudkan untuk ….
   a. memperbaiki pembelajaran
   b mengatasi kesulitan siswa dalam belajar
   c. meningkatkan karir guru
   d. meningkatkan kerjasama antar guru mata pelajaran serumpun
2. Urutan empat langkah dalam PTK adalah ….
   a. refleksi, perencanaan, impementasi tindakan, observasi dan evaluasi
   b. perencanaan, impementasi tindakan, observasi dan evaluasi, refleksi
   c. perencanaan, observasi dan evaluasi, impementasi tindakan, refleksi
   d. perencanaan, refleksi, observasi dan evaluasi, impementasi tindakan

3. Dalam merancang PTK, yang dimaksud perencanaan umum adalah ….
   a. menyusun rancangan berdasar teori
   b. menyusun rancangan yang meliputi keseluruhan aspek yang terkait dengan PTK,
   c. menyusun rancangan dengan melihat permasalahan PTK
   d. menyusun rancangan dengan melibatkan guru lain
4. Dalam merancang PTK, yang dimaksud perencanaan khusus adalah ….
   a. menyusun rancangan berdasar masalah PTK
   b. menyusun hipotesis tindakan
   b. menyusun rancangan dari siklus ke siklus berikutnya
   c. menyusun rancangan keseluruhan peneltian yang akan dilakukan
5. Implementasi tindakan pada prinsipnya adalah ….
   a. mengajar di kelas menggunakan RPP dan LKS
   b. melakukan pengamatan terhadap pelaksanaan pembelajaran
   c. melanjutkan hasil refleksi
   d. merupakan realisasi dari suatu tindakan yang telah direncanakan sebelumnya.
6. Observasi atau pengamatan dapat dilakukan ….
   a. oleh siswa sebagai subyek penelitian
   b. oleh peneliti atau ole teman sejawat yang memang diberi tugas untuk melakukan observasi
   c. oleh pengamat di luar pelaksanaan pembelajaran
   d. dengan meminta bantuan orang tua siswa
7. PTK dimulai dari adanya masalah penelitian. Berikut ini masalah-masalah pembelajaran yang dapat diangkat menjadi masalah PTK, <u>kecuali</u> ….
   a. pertanyaan guru di kelas sering tidak dijawab oleh siswa
   b. nilai pelajaran matemátika akhir-akhir ini menurun
   c. banyak keluhan dari siswa tentang mahalnya harga buku pelajaran

d. siswa kelihatan malas dan kurang aktif belajar di kelas

8. Untuk memperoleh data hasil pengamatan yang lebih obyektif, dalam implementasi tindakan peneliti dapat ….
   a. berkolaborasi dengan teman sejawat untuk melakukan pengamatan
   b. melakukan sendiri pengamatan di kelas
   c. meminta bantuan siswa melakukan pengamatan
   d. meminta pekerjaan siswa dan mengoreksinya
9. Seorang guru melakukan PTK, salah satu tapan yang dilakukan adalah melakukan refleksi. Refleksi dilakukan …
   a. sebelum melakukan penenitian
   b. bersamaan dengan membuat rencana penelitian
   c. setelah implementasi tindakan
   d. setelah melakukan seluruh penelitian
10. Dalam PTK tahapan refleksi penting dilakukan, karena dapat ….
   a. diketahui tercapai atau belum tercapai tujuan penelitian
   b. meningkatkan kinerja peneliti
   c. melaksanakan penelitian sesuai rencana
   d. mengetahui kemampuan pengamat pendamping

II. Kerjakan soal di bawah ini

1. a. Apakah arti siklus dalam PTK? Jelaskan!
   b. Setiap siklus dalam PTK meliputi empat tahap, sebutkan!
2. a. Dari keempat tahapan PTK, tahap manakah yang membedakan dengan penelitian kelas lainnya (selain PTK)?
   b. Menurut pendapat Anda, sebaiknya siapakah yang melakukan pengamatan pada tahap implementasi tindakan?
3. Tulislah dua masalah pembelajaran yang memungkinkan diangkat menjadi masalah PTK.

BAB IV MERANCANG PTK

A. Kompetensi dan Indikator

Kompetensi dasar: 1. Mengenal bagaimana cara merancang PTK

2. Mengenal cara menyusun proposal PTK

Indikator :

1. Mengenal cara merancang PTK
2. Mengenal sistematika penyusunan proposal PTK
3. Mengenal metode penelitian PTK

B. Uraian Materi

Langkah awal yang harus dilalui oleh peneliti dalam PTK adalah mengidentifikasi masalah. Dalam pelaksanaan pembelajaran di kelas guru sering risau, misalnya akhir-akhir ini nilai ulangan harian siswa cenderung menurun. Guru perlu mengidentifikasi masalah yang dihadapinya. Dari hasil identifikasi masalah kemudian dianalisis untuk menemukan akar penyebab permasalahan yang dihadapi dalam kegiatan pembelajarannya. Berdasar pada akar penyebab munculnya masalah dalam pembelajaran di kelas, guru sebagai calon peneliti PTK merumuskan masalah PTK dan mengembangkan alternatif tindakan.

Kedudukan perumusan atau formulasi masalah penelitian merupakan langkah awal yang menentukan keberhasilan dalam merancang PTK, terutama dalam menyusun proposal. Para peneliti banyak yang berpendapat bahwa jika peneliti berhasil merumuskan masalah penelitian dengan ’baik’, maka berarti ia telah melampaui setengah jalan dalam merancang penelitian. Dengan rumusan masalah yang jelas dan tajam, maka peneliti dapat menetapkan tujuan penelitian, akan mampu

meletakkan dasar-dasar teori, menentukan hipotesis tindakan, dan menetapkan tindakan yang tepat untuk mencapai tujuan penelitian.

Di samping itu, dengan rumusan masalah yang tepat, peneliti dapat menentukan data apa yang harus dikumpulkan untuk mengkaji atau sebagai bahan refleksi atas tindakan yang telah dan sedang dilakukan untuk memperbaiki, meningkatkan, atau melakukan perubahan ke arah yang lebih baik sesuai dengan tujuan penelitian yang telah ditetapkan. Untuk keperluan memperoleh data tersebut peneliti mengembangkan instrumen penelitian. Instrumen penelitian adalah alat untuk mengumpulkan data.

Menyususn proposal penelitian tindakan kelas tidak jauh berbeda dengan usulan proposal-proposal penelitian yang lainnya. Oleh karena penelitian tindakan kelas mempunyai karakteristik khusus maka proposalnya juga sedikit berbeda dengan proposal penelitian formal yang lainnya. Adapun alternatif sistematika dalam penyusunan proposal PTK sebagai berikut.

HALAMAN JUDUL PENELITIAN (KULIT LUAR)

HALAMAN PENGESAHAN

A. PENDAHULUAN
   1. Latar Belakang Masalah
   2. Rumusan masalah
   3. Tujuan Penelitian
   4. Kerangka Pemecahan Masalah
   5. Batasan Istilah
   6. Manfaat penelitian

B. LANDASAN TEORI DAN HIPOTESIS TINDAKAN
   1. Landasan Teori
   2. Kerangka Berpikir
   3. Hipotesis Tindakan

C. METODE PENELITIAN
   1. Jenis dan Subjek Penelitian
   2. Langkah-langkah Penelitian
      - Rencana Tindakan
      - Implementasi Tindakan
      - Observasi dan Evaluasi
      - Refleksi
   3. Instrumen dan tehnik analisis data
   4. Kriteria Keberhasilan Penelitian

DAFTAR PUSTAKA

1. Pendahuluan

a. Latar belakang masalah

Dalam latar belakang masalah hendaknya peneliti mengemukakan dengan jelas bahwa masalah tersebut memang banar-benar perlu segera dipecahkan. Dalam latar belakang masalah perlu dijelaskan keadaan sesungguhnya yang dihadapi guru dalam kegiatan pembelajaran. Selain itu seandainya ada hasil-hasil penelitian yang terdahulu yang terkait dengan judul penelitian, serta pendapat para ahli yang juga terkait dengan penelitian akan menambah keyakinan bahwa penelitian tersebut memang perlu segera untuk dilakukan. karakteristik PTK yang berbeda dengan penelitian lain hendaknya juga tercermin pada bagian ini. Rumusan masalah ditulis dalam kalimat tanya (pertanyaan) atau pernyataan, namun sebaiknya menggunakan kalimat tanya.

b. Rumusan masalah

Permasalahan hendaknya diuraikan dengan jelas dalam bagian ini. Masalah diangkat dari kondisi nyata dalam pelaksanaan pembelajaran sehari-hari di kelas yang memang benar-benar perlu dielesaikan melalui PTK. Permasalahan yang diangkat hendaknya bukan merupakan masalah yang bukan diluar jangkauan peneliti. Uraian permasalahan yang ada sebaiknya didahului dengan identifikasi masalah, yang dilanjutkan dengan penentuan masalah yang akan diteliti. Permasalahan dapat dirumuskan dalam bentuk kalimat tanya atau dalam bentuk pernyataan. Kadang peneliti setelah merumuskan masalah, mengemukakan cara yang diajukan untuk memecahkan masalah. Alternatif pemecahan masalah yang diajukan hendaknya mempunyai landasan yang mantap yang bertolak dari hasil analisis masalah.

Peneliti biasanya ketika merumuskan masalah juga memilih judul penelitian yang cocok dengan permasalahan penelitian. Judul PTK

hendaknya mencerminkan: (a) permasalahan; (b) tindakan sebagai upaya pemecahan; (c) singkat; (d) jelas; (e) sederhana; dan (f) mudah dipahami.

Contoh judul PTK

- Meningkatkan Pemahaman Siswa pada Konsep Bangun Ruang dengan Menggunakan Alat Bantu Multimedia Interaktif pada Siswa Kelas X SMA Pepandaian Semarang tahun pelajaran 2007/2008.
- Mengoptimalkan Aktivitas Belajar dengan Pendekatan Kooperatif Tipe STAD pada Materi Pokok Limit Fungsi bagi Siswa Kelas XI SMA IPA Pepandaian Semarang.
- Meningkatkan Hasil Belajar pada Materi Pokok Peluang dengan Metode Problem Posing pada siswa Kelas XI SMA Pepandaian Semarang Tahun Pelajaran 2008/2009.

c. Tujuan penelitian

Dalam tujuan PTK hendaknya telah tercermin paparan tindakan yang dilakukan. Perumusan tujuan harus konsisten dengan hakikat permasalahan yang dikemukakan dalam bagian-bagian sebelumnya.

d. Batasan istilah

Pada bagian ini kemukakan arti, batasan atau defenisi operasional tentang hal-hal yang utama misalnya istilah pada judul dan permasalahan yang selanjutnya akan digunakan untuk pedoman atau panduan dalam penelitian.

e. Manfaat Penelitian

Dalam bagian ini perlu dipaparkan secara spesifik keuntungan-keuntungan yang dijanjikan akan diperoleh siswa. Disamping itu perlu disampaikan pula keuntungan-keuntungan bagi guru maupun lembaga.

2. Landasan Teori dan Hipotesis

a. Landasan Teori

Pada bagian ini diungkapkan landasan teoretiknya yang akan digunakan peneliti untuk menentukan alternatif tindakan yang akan diimplementasikan. Untuk keperluan itu dalam bagian ini diuraikan teori-teori yang termuat dalam berbagai kepustakaan yang terkait dengan penelitian yang akan dilakukan.

b. Kerangka berpikir

Kerangka berpikir merupakan justifikasi "a priori" (sebelum data dikumpulkan) mengenai apa yang diduga akan terjadi dan alasannya. Sesuai dengan hakikatnya kerangka berpikir besifat argumentatif . Argumentasi harus logis dan dapat dipertanggungjawabkan di depan publik masyarakat ilmiah.

c. Hipotesis Tindakan

Kesimpulan kerangka berpikir yang argumentatif adalah pengajuan hipotesis yang definitif. Hipotesis tindakan memuat jenis tindakan apa yang akan dilakukan oleh peneliti. Hipotesis tindakan akan dibuktikan dalam penelitian.

3. Metode Penelitian

a. Jenis dan Subjek Penelitian

Dalam bagian ini dikemukakan jenis penelitian (termasuk desain penelitiannya), diungkapkan siapa, kelas berapa yang dikenai penelitian, serta diungkapkan pula di mana penelitian akan dilakukan. Dalam hal ini karakteristik siswa yang diteliti juga perlu diuraikan.

Pada bagian ini ditentukan pula yang merupakan fokus penelitian untuk menjawab permasalahan. Contoh fokus penelitian: aktivitas belajar siswa, lingkungan belajar siswa, cara belajar, motivasi belajar siswa, sikap siswa, hasil belajar siswa, prestasi belajar siswa.

b. Langkah-langkah penelitian

Pada bagian ini digambarkan rencana tindakan yang akan dilakukan oleh peneliti. Peneliti sudah merencanakan ada berapa siklus dalam penelitian yang akan dilakukan (misal: dua siklus atau tiga siklus), termasuk didalam setiap siklusnya terdiri dari 4 tahap yaitu : perencanaan, implementasi tindakan, observasi dan evaluasi, dan refleksi. Kemudian uraikan masing-masing siklus yang direncanakan dengan tahapannya.

1) Tahap Perencanaan

Perencanaan adalah persiapan-persiapan yang dilakukan untuk pelaksanaan PTK. Persiapan dilakukan untuk beberapa siklus (paling tidak di desain dua siklus. Misalnya: menyusun skenario pembelajaran (RP), menyusun tes yang akan digunakan, menyusun pedoman observasi, menyusun pedoman wawancara, menyusun tes hasil belajar, menyiapkan media pembelajaran, merencanakan kapan implementasi dilaksanakan, atau yang lainnya. Selain itu perlu disebutkan juga personal yang akan dilibatkan. Disamping itu juga diuraikan juga alternative-alternatif solusi yang akan dicobakan dalam rangka pemecahan masalah.

2) Implementasi tindakan

Implementasi tindakan yaitu penerapan dari perencanaan pada (a) , apa yang sudah direncanakan sebelumnya akan dilakukan pada tahapan ini.

3) Observasi dan evaluasi

Kegiatan yang dilakukan pada tahap ini adalah perekaman dan pengolahan, serta penafsiran data mengenai proses dan produk dari implementasi tindakan. Dalam hal ini evaluasi juga dilakukan dalam tahapan ini.

4) Refleksi

Pada bagian ini diuraikan tentang prosedur analisis, refleksi berkenaan dengan proses, dampak tindakan perbaikan, kriteria dan rencana bagi tindakan berikutnya apabila memang diperlukan.

c. Instrumen dan teknik analisis data

Data yang diambil disesuaikan dengan permasalahan yang ada, untuk memecahkan masalah diperlukan data-data. Cara pengumpulan datanya tergantung dari jenis data yang ada. Misalkan data hasil belajar dikumpulkan dengan tes, data aktivitas belajar dikumpulkan dengan observasi.

d. Kriteris Keberhasilan Penelitian

Pada bagian ini kriteria keberhasilan dinyatakan dengan jelas, penelitian dikatakan berhasil apabila telah memenuhi kriteria tertentu (kriteria tersebut ditentukan oleh peneliti sendiri secara rasional).

4. Daftar Pustaka

Daftar pustaka disusun menurut abjad, penulisan dimulai dari: nama pengarang, tahun terbit buku, judul buku, kota tempat terbit, dan penerbit. Pustaka yang ditulis adalah pustaka yang benar-benar digunakan dan terdapat dalam laporan penelitian.

Contoh:

Ball, D.L dan Bass, H. 2003. Making Mathematics Reasonable in School. Jeremy Kilpatrick (Eds.): *A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics* (halaman 27 – 44). Reston: National Council of Teacher of Mathematics, Inc.

Hudojo, H. 2003. *Guru Matematika Kontruktivis (Contructivist Mathematics Teacher*). Makalah disajikan pada Seminar Nasional, 27-23 Maret 2003 di Universitas Sanata Dharma Yogyakarta. Yogyakarta: Universitas Sanata Dharma.

Movshovits, Nitsa & Zaslavsky, orit. 1987. An Empirical Classification Model for error in High School Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*. Volume 18. 3-14.

Murphy, E. 1997. Constructivist Epistemology. *Constructivism: Philosophical & Epistemological Foundation*. Download. 24 Agustus 2006.

C. Latihan

1. Ketika Anda akan melaksanakan PTK, Anda harus memiliki masalah penelitian.
   a. Apakah maksud identifikasi masalah?
   b. Tulislah apa yang perlu diperhatikan dalam menentukan masalah PTK.
2. Apa yang perlu Anda pertimbangkan dalam menentukan judul PTK?
3. Tulislah empat tahap yang utama dalam merencanakan PTK.

D. Lembar Kegiatan

1. langkah Kegiatan

Kerja kelompok: (Setiap kelompok terdiri dari 5-6 peserta pelatihan)

a. Tulis sebuah masalah PTK (masalah penelitian)
b. Tulis tujuan penelitian
c. Tulis hipotesis tindakan
d. Tulis empat tahap dalam siklus pertama. Beri penjelasan singkat untuk masing-masing tahap.
e. Tulis indikator keberhasilannya

2. Hasil

Hasil dari kegiatan ini adalah pemahaman dalam merencanakan PTK dan menuangkan garis besarnya

E. Rangkuman

1. Langkah awal yang harus dilalui oleh peneliti dalam PTK adalah mengidentifikasi masalah.
2. Masalah PTK (masalah penelitian) adalah masalah yang berkaitan dengan pelaksanaan pembelajaran di kelas yang akan dicari pemecahannya atau yang akan diperbaiki.
3. Tujuan PTK adalah maksud peneliti melakukan PTK, biasanya untuk menjawab masalah penelitian. Dalam tujuan PTK hendaknya telah tercermin paparan tindakan yang dilakukan.
3. Judul PTK mencerminkan: (a) permasalahan; (b) tindakan sebagai upaya pemecahan; (c) singkat; (d) jelas; (e) sederhana; dan (f) mudah dipahami.

F. Tes Formatif 3

I. Pilihlah satu jawaban yang tepat, dengan cara menyilang huruf di depan jawaban yang tepat.

1. Langkah awal yang dilakukan oleh calon peneliti dalam PTK adalah ….
   a. berkolaborasi dengan teman sejawat
   b. mengidentifikasi masalah

c. menentukan judul penelitian

d. merencanakan tindakan

.2. Analisis terhadap hasil identifikasi masalah berguna untuk ….

b. merumuskan tujuan penelitian

c. merencanakan berapa siklus yang diperlukan dalam PTK

d. menentukan hipotesis tindakan

e. menemukan akar penyebab permasalahan

3. Masalah penelitian dalam PTK berkaitan dengan ....

a. pelaksanaan pembelajaran di kelas

b. karakteristik dalam berfikir

c. klasifikasi model-model pembelajaran

d. kondisi ekonomi orang tua siswa

4. Permasalahan dapat dirumuskan dalam bentuk ....

a. kalimat perintah

b. kalimat berita

c. kalimat aktif dan memuat apa yang harus dilakukan

d. kalimat tanya atau dalam bentuk pernyataan

5. Salah satu karakteristik dari PTK yang berbeda dengan penelitian formal adalah ....

a. penelitian dilakukan di kelas

b. penelitian dilakukan berkolaborasi dengan orang lain

c. adanya siklus-siklus

d. memiliki masalah penelitian

6. Dalam merencanakan PTK diperlukan empat tahap penelitian. Tahap penelitian setelah implementasi tindakan dan evaluasi adalah ....

a. merumuskan masalah kembali

b. merencanakan tindakan berikutnya

c. melakukan analisis data

d. refleksi

7. Dalam tahap perencanaan, calon peneliti membuat ....
   a. kata pengantar
   b. judul penelitian
   c. RPP
   d. Sistematika penulisan proposal
8. Peneliti PTK bermaksud memperoleh data tentang aktivitas siswa, maka instrumen penelitian yang dapat digunakan adalah ....
   a. hasil catatan siswa
   b. RPP
   c. lembar observasi
   d. lembar kerja siswa
9. Agar diperoleh data penelitian yang lebih obyektif, observasi dan evaluasi sebaiknya dilakukan oleh ....
   a. teman sejawat
   b. siswa
   c. guru sendiri
   d. guru bersama-sama siswa
10. Untuk memperoleh data hasil belajar siswa, instrumen yang tepat adalah ....
   a. lembar observasi
   b. RPP
   c. wawancara
   d. tes

II. Kerjakan soal di bawah ini

1. a. Tulislah sebuah contoh masalah peneltiian tindakan kelas.
   c. Tulislah judul PTK berkaitan dengan masalah yang Anda tulis pada a)

2. Dalam menyusun proposal PTK, apa saja yang perlu dikemukakan dalam pendahuluan? Tuliskan!
3. Buatlah ilustrasi skematik yang menunjukkan hubungan antara perencanaan, implementasi tindakan, observasi dan evaluasi, dan refleksi dalam siklus-siklus PTK.

BAB V
ANALISIS DATA DAN LAPORAN

A. Kompetensi dan Indikator

Kompetensi dasar : 1. Mengenal berbagai jenis instrumen penelitian
2. Mengenal teknik-teknik pengumpulan data
3. Mengenal berbagai teknik analisis data
4. Mengenal cara menyusun laporan PTK

Indikator :

1. Menjelaskan berbagai jenis instrumen penelitian
2. Mengenal cara mengumpulkan data dalam PTK
3. Mengenal cara menganalisis data
4. Mengenal cara sistematika penyusunan laporan PTK

B. Uraian Materi

1. Instrumen Penelitian

Instrumen yang disusun tergantung dari permasalahan penelitiannya, untuk memecahkan masalah dalam PTK diperlukan instrumen yang digunakan untuk pengumpulan data. Instrumen penelitian dapat diartikan sebagai alat perekam data. Berikut ini instrumen yang dapat digunakan untuk mengumpulkan data dalam PTK.

a. Tes

Tes dipakai untuk mengukur kemampuan siswa baik kemampuan awal, perkembangan atau peningkatan kemampuan selama dikenai tindakan, dan kemampuan siswa pada akhir tindakan. Tes ini sangat beragam, dari tes sederhana yang disebut kuis, sampai pada tes dengan

bentuk lengkap. Tes dapat dilakukan secara tertulis, lisan, atau tes keterampilan.

b. Pedoman Observasi

Teknik observasi dengan alat panduan/pedoman pengamatan diperlukan untuk memperoleh data tentang kegiatan belajar selama proses pembelajaran berlangsung. Bentuk pedoman pengamatan dapat berupa lembar pengamatan yang sudah dengan rinci menampilkan aspek-aspek dari proses yang harus diamati, dan tinggal membubuhkan tanda cek atau menuliskan secara singkat informasi yang diperlukan selama kegiatan belajar berlangsung. Selain itu catatan kualitatif juga diperlukan untuk menunjukkan kecenderungan perubahan yang bersifat positif atau negatif.

c. Dokumentasi

Banyak informasi yang karena sifatnya sudah ada dan tersimpan di dalam dokumen, sehingga untuk mengenalinya membutuhkan upaya menganalisis dokumen yang sudah ada. Misalnya buku catatan siswa, buku pekerjaan rumah siswa, rencana pelajaran dan lain sebagainya. Selain itu slide dan foto dengan atau tanpa tambahan audio adalah cara yang sangat bermanfaat untuk merekam kejadian-kejadian dalam kelas atau menggambarkan suatu episode pembelajaran. Alat tersebut juga dapat membantu alat pengumpul data yang lain atau sebagai sarana untuk memberikan acuan pada saat wawancara atau diskusi. Pendekatan ini akan lebih baik jika ditambahkan pula penggunaan menggunakan rekaman video.

d. Kartu

Sistem kartu juga sangat membantu pencatatan berbagai hal, satu kartu untuk satu informasi. Untuk siswa dapat dibuat kartu prestasi. Kartu

juga dapat dipakai untuk merekam perkembangan proses pembelajaran antar waktu, misalnya kartu tentang cara menyelesaikan soal, cara mengajukan pertanyaan dan lain sebagainya.

e. Angket dan Wawancara

Angket berisi sejumlah pertanyaan-pertanyaan yang diberikan secara tertulis, sedangkan wawancara dilakukan secara lisan. Angket dapat digunakan untuk mengetahui respon siswa terhadap pelaksanaan pembelajaran. Di samping itu data dapat diperoleh melalui wawancara. Dalam melakukan wawancara pewawancara perlu mengetahui teknik wawancara, antara lain pewawancara: (1) bersikap simpatik, menarik, dan perhatian terhadap pendengar, tanpa mengambil bagian aktif dalam wawancara; (2) bersifat netral pada suatu masalah; (3) harus rileks; (4) sudah menyusun garis-garis besar pertanyaan, dan menyusun kembali pertanyaan jika jawabanya masih kabur dan terlalu umum.

2. Teknik pengumpulan data

Dalam PTK, pengumpulan data dilakukan oleh guru sebagai peneliti atau meminta bantuan guru sebagai pengamat. Pengumpulan data terutama dilakukan selama proses pelaksanaan tindakan. Data dapat dikumpulkan dengan berbagai teknik seperti tes, observasi, wawancara, catatan harian, angket, dan sebagainya.

Sebagaimana telah disebutkan pada Bab III, bahwa langkah-langkah PTK meliputi: perencanaan, tindakan, observasi, dan refleksi. Observasi merupakan salah satu teknik pengumpulan data yang sangat menentukan dalam PTK. Berikut ini dibahas teknik observasi dalam PTK.

a. Observasi

Observasi dalam PTK dilakukan terutama dalam melaksanakan tindakan. Sesuai dengan hakekat PTK dan mengacu pada peran guru sebagai aktor utama dalam PTK, maka observasi dapat dilakukan oleh guru sendiri. Namun jika guru merasa kesulitan melaksanakan pembelajaran sambil melakukan observasi, maka guru dapat meminta bantuan guru lainnya melakukan observasi dalam pelaksanaan pembelajaran. Untuk dapat mengumpulkan data melalui observasi diperlukan instrumen penelitian, berupa lembar observasi. Lembar observasi yang dikembangkan harus mudah digunakan oleh pengamat (*observer*). Observasi juga dapat dilakukan dengan menggunakan alat rekam, misalnya foto, video, dan alat rekam lainnya.

b. Prinsip-prinsip observasi

Observasi dapat diartikan sebagai pengamatan dengan tujuan tertentu. Penggunaan istilah observasi dan pengamatan sering dipertukarkan dengan maksud dan makna yang dianggap sama. Observasi dalam PTK memiliki makna yang sangat khusus yang membedakan dengan penelitian formal. Berikut ini prinsip-prinsip dasar observasi yang baik untuk memperoleh data dalam penelitian: (1) perencanaan bersama; (2) fokus; (3) membangun kriteria; (4) keterampilan observasi; dan (5) umpan balik (*feed-back*).

1) Perencanaan bersama. Obsservasi dalam PTK yang dikembangkan hasilnya akan lebih baik jika berdasar pada pemikiran bersama antara peneliti dan calon pengamat yaitu teman sejawat. Pengembangan instrumen observasi meliputi: fokus yang akan diamati, bagaimana cara mengamati, bagaimana sikap pengamat di dalam kelas, dan berapa lama waktu yang diperlukan.
2) Fokus. Fokus pengamatan dalam pelaksanaan pembelajaran dapat sangat luas dan dapat bersifat khusus. Fokus yang terlalu luas

menyebabkan pengamat kurang obyektif dan menjadikan kesulitan dalam menganalisis dan menafsirkan data pengamatan. Fokus yang bersifat khusus menghasilkan data yang terarah dan mudah dalam menganalisis dan menafsirkan data. Agar instrumen observasi mengukur apa yang hendak diukur, maka lembar observasi dikembangkan berdasar pada permasalahan yang akan dicari pemecahannya dan landasan teoritis yang menjadi acuannya.

3) Membangun kriteria. Observasi dilengkapi dengan kriteria keberhasilan. Jika meminta bantuan pengamat, kriteria keberhasilan ini dikemukakan agar observari lebih terarah. Misalnya seorang peneliti menetapkan kriteria minimal 25 orang dari 35 siswanya aktif dalam diskusi kelompok. Pengamat yang mengetahui kriteria seperti itu akan memfokuskan pengamatan pada keaktivan siswa dalam diskusi kelompok pada msing-masing kelompoknya.

4) Keterampilan observasi. Seorang pengamat yang baik minimal memiliki keterampilan dalam melakukan pengamatan. Pengamat terampil menempatkan diri di kelas dan tidak mengganggu dan menakutkan siswa dalam mengikuti pembelajaran, memfokuskan pada tujuan observasi, dan mencatat hal-hal penting berkaitan dengan yang diamati.

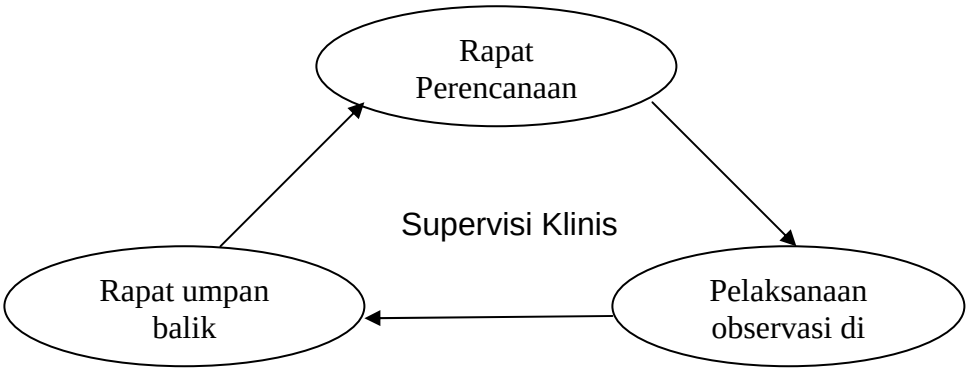
5) Umpan baik (*feed back*). Hasil observasi dapat digunakan jika ada balikan yang tepat. Balikan ini berguna bagi peneliti untuk mengolah dan menafsirkan data.

c. Jenis-jenis Observasi

Melalui observasi peneliti mengumpulkan data. Cara melakukan observasi bermacam-macam bergantung pada instrumennya. Berikut ini disajikan jenis-jenis observasi yang sering digunakan dalam PTK.

1) Observasi *peer*. Observasi *peer* juga dikenal dengan observasi atau pengamatan teman sejawat atau observasi partisipan adalah observasi yang dilakukan oleh teman guru ketika peneliti melaksanakan tindakan dalam pelaksanaan pembelajaran di kelas. Pengamat partisipan meringankan kerja guru sebagai peneliti dan memberikan data yang lebih obyektif. Di samping itu, pengamat partisipan dapat pula mencatat kejadian-kejadian yang luput dari pengamatan guru.

2) Supervisi klinis. Teknik observasi klinis cocok untuk digunakan dalam PTK. Tehnik ini menggunakan tiga fase dalam melakukan proses observasi. Ketiga fase tersebut adalah: rapat perencanaan, observasi kelas, dan rapat umpan balik. Ketiga fase supervisi klinis ini dapat digambarkan sebagai berikut.



Ada sejumlah prinsip yang perlu diperhatikan dalam supervisi klinis, sebagai berikut:

a. tidak kaku dan saling percaya satu sama lain;

b. fokus pada perbaikan pembelajaran dan menguatkan pola keberhasilan;
c. penekanan pada hasil pengumpulan data yang obyektif;
d. kesimpulan berdasarkan analisis data dan menggunakannya untuk perbaikan tindakan berikutnya;
e. setiap perputaran supervisi klinis merupakan bagian dari proses yang sedang berjalan dan membangun proses lainnya;
f. guru (peneliti) dan pengamat bersepakat dalam interaksi bersama yang mengarah pada peningkatan dalam melaksanakan pembelajaran dan keterampilan pengamat dalam memperoleh data.

3) Observasi terstruktur

Observasi terstruktur menggunakan instrumen observasi yang dengan aspek yang diamati tertulis berdasar kerangka teoritis dan siap digunakan oleh pengamat, misalnya pengamat tinggal membubuhkan tanda cek (V) pada tempat yang disediakan. Contoh lembar observasi untuk merekam data: frekuensi pertanyaan siswa, aktivitas guru, aktivitas siswa, dan interaksi guru dan siswa.

Untuk memperoleh instrumen lembar observasi yang baik harus mempertimbangkan berbagai faktor. Beberapa pertanyaan berikut memandu untuk memperoleh instrumen lembar observasi yang baik:

1) Apa tujuan observasi?
2) Apa fokus observasi?
3) Siapa yang melakukan observasi?
4) Bagaimana cara melakukan observasi?
5) Bagaimana cara menganalisis datanya?
6) Bagaimana kriterianya untuk memperoleh kesimpulan?

3. Analisis Data dalam PTK

Dalam PTK analisis data dilakukan dalam tiga tahapan yaitu: (a) reduksi; (b) pemaparan; dan (c) penarikan kesimpulan. Reduksi adalah proses penyederhanaan data melalui seleksi, pemfokusan, dan pengabstraksian data mentah menjadi informasi yang bermakna. Peneliti PTK setelah mengumpulkan berbagai macam data baik data yang secara langsung dijadikan indikator untuk memecahkan masalah penelitian maupun data dampak ikutan perlu melakukan reduksi. Reduksi data dilakukan dengan memilah-milah data mana saja yang bermanfaat dan data mana yang dapat diabaikan sehingga data yang terkumpul sungguh memberikan informasi yang bermanfaat dan bermakna bagi pemecahan masalah penelitian.

Selanjutnya paparan data dapat dilakukan dengan tampilan dalam bentuk: (a) narasi; (b) grafis; (c) tabel; (d) matriks. Penyimpulan merupakan proses pengambilan intisari atas sajian data yang telah dipaparkan ke dalam bentuk pertanyaan atau formula yang singkat, padat, tetapi mengandung pengertian luas. Kesimpulan dari analisis data apakah sudah menjawab pertanyaan atau permasalahan penelitian. Peneliti melakukan refeksi berupa perenungan atas apa yang telah dilakukan dan memprediksi apa yang akan dilakukan selanjutnya.

Refleksi merupakan suatu perenungan secara intens apa yang terjadi dan tidak terjadi, mengapa demikian? Pemikiran tersebut selalu dikaitkan dalam kerangka berpikir pemecahan masalah atau kerangka tindakan yang dipilih sebagai alternatif pemecahan masalah. Dengan demikian memungkinkan bagi peneliti untuk memikirkan alternatif-alternatif lanjutan atau penyempurnaan atas bentuk tindakan yang telah dipilih dan dilaksanakan tersebut. Secara teknis refleksi dilakukan dengan pendekatan analitis, sintetis dan pendekatan berpikir induktif dan deduktif. Berpikir reflektif dengan demikian mensyaratkan secara intensif pemikiran

dengan pendekatan induktif atau deduktif, atau antara penyusunan abstraksi dan jabaran empirik atas dasar informasi yang terkumpul.

Dalam PTK refleksi tidak lain adalah untuk menetapkan taraf keberhasilan atau kegagalan alternatif tindakan yang dipilih dan dilaksanakan guna menentukan langkah lebih lanjut dalam rangka mencapai tujuan penelitian yaitu pemecahan masalah penelitian dengan indikator-indikator yang telah ditetapkan. Bertolak dari hal tersebut peneliti dapat menentukan apakah perlu ada siklus lanjutan.

Jika diyakini bahwa masalah penelitian telah terpecahkan dengan indikasi tercapainya atau munculnya atau terjadinya kondisi indikator-indikator sesuai dengan apa yang telah ditetapkan, maka siklus lanjutan tidak diperlukan lagi. Namun demikian apabila diyakini bahwa tujuan belum tercapai sebagian atau bahkan seluruhnya maka peneliti perlu melanjutkan siklus berikutnya dengan alternatif tindakan tertentu dalam bentuk penyempurnaan tindakan yang dilaksanakan terdahulu (siklus sebelumnya) ataukah alternatif tindakan yang lainnya yang dinilai lebih menunjang keberhasilan PTK.

Dalam rangka menetapkan langkah lanjutan, hendaknya beberapa hal berikut dipertimbangkan seperti: (1) kondisi saat pelaksanaan tindakan terdahulu dengan segala hasilnya; (2) taraf peluang keberhasilan alternatif tindakan yang dipilih untuk siklus lanjutan; (3) dukungan sarana dan prasarana yang diperlukan; (4) kendala-kendala yang mungkin dihadapi dengan implementasi tindakan yang dipilih untuk siklus selanjutnya.

Penelitian yang dilakukan secara kolaboratif, pelaksanaan refleksinya juga dilakukan secara kolaboratif. Hal ini akan membuka wawasan masing-masing yang terlibat dalam penelitian pada pandangan yang lebih luas. Kolaborasi dengan teman sejawat tetap diperlukan untuk memperoleh hasil penelitian yang lebih baik.

4. Sistematika Laporan

Salah satu hal yang tidak terpisahkan dari penelitian adalah menyusun laporan penelitian. Demikian pula dalam PTK, diperlukan laporan PTK. Dalam menyusun laporan diperlukan sistematika penulisan, berikut ini alternatif sistematika yang dapat digunakan untuk menyusun laporan PTK.

SAMPUL
HALAMAN PENGESAHAN
ABSTRAK
KATA PENGANTAR
DAFTAR ISI
BAB I. PENDAHULUAN
A. Latar Belakang Masalah
B. Rumusan Masalah
C. Tujuan Penelitian
D. Batasan Istilah
E. Manfaat Penelitian
BAB II. KAJIAN PUSTAKA
A. Kajian Teori
B. Kerangka Berpikir
C. Hipotesis Tindakan
BAB III. METODE PENELITIAN
A. Lokasi dan Waktu Penelitian
B. Jenis dan Subjek Penelitian
C. Prosedur Penelitian
D. Desain Penelitian
E. Pengumpulan dan Analisis Data
BAB IV. HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN
B. Hasil Penelitian
C. Pembahasan
BAB V. SIMPULAN DAN SARAN
A. Simpulan
B. Saran
DAFTAR PUSTAKA
LAMPIRAN

5. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Dalam hasil penelitian disajikan dalam bentuk siklus dengan data lengkap. Dalam bagian ini diuraikan tindakan yang khas yang dilakukan sehingga terlihat bedanya dengan pembelajaran sehari-hari yang selama ini biasa dilakukan. Selain itu diuraikan pula pelaksanaan tindakan, dan juga disajikan hasil pengumpulan data yang diperoleh melalui berbagai instruyen penelitian, sedangkan data lengkap disajikan dalam lampiran.

Pada pembahasan disampaikan pula aspek keberhasilan dan kelemahan dan rencana tindak lanjut pada setiap siklus. Mengapa penelitian dikatakan belum berhasil atau berhasil? Apa yang perlu dilakukan pada siklus berikutnya. Disajikan analisis data dan hasil perubahan misalnya dalam bentuk grafik/statistik deskriptif. Dalam pembahasan adalah membahas hasil penelitian, sehingga ada ulasan tentang perubahan yang dihasilkan dari tiap siklus dan keseluruhan siklus.

Pembahasan yang lebih tajam dilakukan dengan mengulas hasil penelitian dan dikaitkan dengan teori-teori yang dikemukakan dalam kajian teori. Hasil penelitiannya mungkin sama dengan hasil penelitian peneliti lain, tetapi dapat pula berseberangan atau bahkan bertentangan dengan hasil penelitian orang lain. Dengan cara seperti ini, temuan-temuan (jika ada) dalam penelitiannya dapat diungkapkan dengan membandingkan dengan hasil penelitan peneliti lain. Peneliti juga dapat menyampaikan kekurangan, kelebihan dan perbedaan dengan penelitian serupa yang dilakukan peneliti lain.

6. Simpulan dan Saran

Di dalam simpulan yang disusun harus sesuai dengan permasalahan dan tujuan penelitian. Saran disusun untuk tindak lanjut penelitian berdasarkan pembahasan hasil penelitian dan juga untuk

penerapan hasil, saran sebaiknya disusun secara operasional dan ditujukan kepada siapa.

C. Latihan

1. Sebutkan beberapa instrumen penelitian PTK yang Anda ketahui, dan masing-masing berilah penjelasan kegunaannya untuk apa?
2. Mengapa instrumen penelitian berupa lembar observasi sangat penting dalam PTK?
3. Bagaimana Anda menganalisis data hasil observasi?
4. Apa keterkaitan antara kerangka berpikir dan hipotesis tindakan?
5. Pokok-pokok pikiran apa yang perlu dikemukakan dalam pembahasan?
6. Apa keterkaitan antara masalah penelitian dan simpulan?

D. Lembar Kegiatan

1. Langkah Kegiatan

Kerja kelompok: (Setiap kelompok terdiri dari 5-6 peserta pelatihan)

a. Judul dan masalah PTK

Pak Bondan Guru matematika kelas X SMA Pepandaian melakukan PTK dengan judul: ”Meningkatkan Hasil Belajar dengan Pendekatan Konstekstual dan Berbantuan CD Interaktif pada Materi Pokok Bangun Ruang di kelas X SMA Pepandaian Semarang.” Salah satu masalah penelitian yang kemukakan adalah: ”Apakah pendekatan konstekstual berbantuan CD interaktif dapat meningkatkan aktivitas belajar siswa pada materi pokok bangun ruang?”

b. Buatlah contoh instrumen penelitian PTK berupa lembar observasi (terstruktur) yang dapat digunakan untuk mengumpulkan data berkaitan dengan aktivitas belajar siswa.

c. (Andaikan hasil analisis data pada b) memenuhi kriteria yang telah ditetapkan). Kemudian peneliti melakukan refleksi. Tulislah contoh laporan hasilnya (sebagai hasil refleksi).

2. Hasil

Hasil dari kegiatan ini adalah peserta pelatihan dapat menuliskan contoh instrumen untuk observasi dan membuat laporan hasil refleksinya.

E. Rangkuman

1. Instrumen penelitian adalah alat untuk mengumpulkan data.
2. Data dapat dikumpulkan dengan berbagai teknik seperti tes, observasi, wawancara, catatan harian, angket, dan sebagainya.
3. Observasi *peer* juga dikenal dengan observasi teman sejawat atau observasi partisipan adalah observasi yang dilakukan oleh teman guru ketika peneliti melaksanakan tindakan dalam pelaksanaan pembelajaran di kelas.
4. Teknik observasi klinis menggunakan tiga fase: rapat perencanaan, observasi kelas, dan rapat umpan balik.
5. Observasi terstruktur menggunakan instrumen observasi dengan aspek yang diamati tertulis berdasar kerangka teoritis dan siap digunakan oleh pengamat.
6. Dalam PTK analisis data dilakukan dalam tiga tahapan yaitu: (a) reduksi; (b) pemaparan; dan (c) penarikan kesimpulan.
7. Laporan adalah laporan keseluruhan dengan menggunakan sistematika penulisan laporan PTK.
8. Hasil penelitian adalah pemecahan masalah penelitian berdasar analisis data penelitian

F. Tes Formatif 4

I. Pilihlah satu jawaban yang tepat, dengan cara menyilang huruf di depan jawaban yang tepat.

1. Berikut ini yang merupakan instrumen penelitian dalam PTK adalah ....
   a. kisi-kisi soal tes
   b. RPP
   c. kamera untuk merekam kegiatan belajar siswa
   d. LKS
2. Observasi terstruktur menggunakan instrumen observasi yang dengan aspek yang diamati ....
   a. menggunakan lembar kosong untuk mencatat hal-hal penting
   b. menggunakan alat perekam, misalnya kamera
   c. tertulis pada pokok-pokok masalahnya saja
   d. tertulis berdasar kerangka teoritis dan siap digunakan oleh pengamat
3. Dalam PTK keguanaan peneliti melakukan refleksi adalah ....
   d. untuk menetapkan taraf keberhasilan atau kegagalan alternatif tindakan.
   e. dilaksanakan guna menentukan langkah lebih lanjut dalam rangka mencapai tujuan penelitian
   f. untuk menganalisis kinerja pengamat
   g. untuk memperbaiki hipotesis tindakan
4. Secara teknis refleksi dilakukan dengan pendekatan ....
   a. jenis penelitian dan olah data
   b. analitis, sintetis dan pendekatan berpikir induktif dan deduktif
   c. individual dan kerjasama
   d. aplikatif, analisis, dan eveluatif
5. Dalam rangka menetapkan langkah lanjutan untuk melaksanakan siklus berikutnya, hendaknya beberapa hal berikut dipertimbangkan, <u>kecuali</u> ....
   a. kondisi saat pelaksanaan tindakan terdahulu dengan segala hasilnya

b. taraf peluang keberhasilan alternatif tindakan yang dipilih untuk siklus lanjutan
c. dukungan sarana dan prasarana yang diperlukan
d. pokok materi pelajaran yang dipilih harus sama dengan pokok materi pelajaran pada siklus sebelumnya

6. Salah satu teknik mengumpulkan data adalah dengan teknik wawancara. Yang perlu diperhatikan dalam melaksanakan wawancara adalah ....
   a. harus rileks
   b. dilaksanakan di dalam kelas
   c. tidak perlu rencana wawancara
   d. memberi memotivasi belajar siswa
7. Tahapan dalam analsis data penelitian adalah ....
   a. memeriksa hasil observasi, meringkas, menyajikan data
   b. reduksi, pemaparan, dan penarikan kesimpulan
   c. menyusun instrumen, mengambil data, menganalis data
   d. merencanakan, melaksanakan, merekam data
8. Paparan data dapat dilakukan dengan tampilan dalam bentuk ....
   a. rekaman dan catatan harian
   b. instrumen, kamera, dan dokumentasi
   c. narasi, grafik, tabel, dan matriks
   d. skema, analisis data, dan pembahasan
9. Berkaitan dengan analisis data, penyimpulan merupakan proses pengambilan intisari atas ....
   a. pelaksanaan observasi di kelas
   b. sajian data yang telah dipaparkan ke dalam bentuk pertanyaan atau formula yang singkat, padat, tetapi mengandung pengertian luas.
   c. refeksi terhadap apa yang telah dilakukan dan akan dilakukan
   d. saran-saran yang akan diberikan
10. Teknik observasi klinis menggunakan tiga fase, yaitu ...

a. bertemu siswa di kelas, wawancara, dan merekam data
b. rencana pembuatan RPP, melaksankan pembelajaran, dan melakukan perbaikan
c. rencana membuat instrumen, mencobakan, dan merevisi
d. rapat perencanaan, observasi kelas, dan rapat umpan balik

II. Kerjakan soal di bawah ini

1. Misalnya judul penelitian: ”Mengoptimalkan Hasil Belajar Siswa melalui Pembelajaran Peta Konsep pada Materi Pokok Fungsi Kuadrat di Kelas XI SMA Pepandaian Semarang.”
   a. Apakah judul tersebut mencerminkan PTK? mengapa?
   b. Tindakan apa yang tersirat dalam judul di atas? Tulislah contoh hipotesis tindakannya.
2. Tulislah sistematika laporan penelitian
3. a. Apa keterkaitan antara masalah penelitian dan simpulan?
   b. Apa keterkaitan antara saran dan simpulan?

KUNCI JAWABAN TES FORMATIF

Kunci jawaban tes formatif 1

Tes obyektif

1. b	2. c	3. a	4. b	5. d
6. a	7. a	8. c	9. d	10. b

Skor

I. Tes obyektif

Setiap item yang dijawab benar skor = 1

Total skor = 10

Nilai = total skor x 10

II. Tes Esai

1. skor maskisamal = 20
2. skor maksimal = 15
3. skor maksimal = 15

Total skor maksimal = 50

Nilai = total skor x 2

Nilai tes formatif = $\frac{nilai\ tes\ obyektif\ +\ nilai\ tes\ esai}{2}$

Kunci jawaban tes formatif 2

Tes obyektif

1. a	2. b	3. b	4. c	5. d
6. b	7. c	8. a	9. c	10. a

Skor

I. Tes obyektif

Setiap item yang dijawab benar skor = 1

Total skor maksimal = 10

Nilai = total skor x 10

II. Tes Esai

1. a. skor = 10

   b. skor = 10
2. a. skor = 10

   b. skor = 10

3. skor = 10

Total skor maksimal = 50

Nilai = total skor x 2

Nilai tes formatif = $\frac{nilai\ tes\ obyektif\ +\ nilai\ tes\ esai}{2}$

Kunci jawaban tes formatif 3

Tes obyektif

1. b	2. d	3. a	4. d	5. c
6. d	7. c	8. c	9. a	10. d

Skor

I Tes obyektif

Setiap item yang dijawab benar skor = 1

Total skor maksimal = 10

Nilai = total skor x 10

II. Tes Esai

1. a. skor = 10

   b. skor = 10

2. skor = 20

3. skor = 10

Total skor maksimal = 50

Nilai = total skor x 2

Nilai tes formatif = $\frac{nilai\ tes\ obyektif\ +\ nilai\ tes\ esai}{2}$

Kunci jawaban tes formatif 4

Tes obyektif

1. c	2.d	3. b	4. b	5. d
6. a	7. b	8. c	9. b	10. d

Skor

I Tes obyektif

Setiap item yang dijawab benar skor = 1

Total skor maksimal = 10

Nilai = total skor x 10

II. Tes Esai

1. a. skor = 10

   b. skor = 10

2. skor = 20

3. a. skor = 5

   b. skor = 5

Total skor maksimal = 50

Nilai = total skor x 2

Nilai tes formatif = $\frac{nilai\ tes\ obyektif\ +\ nilai\ tes\ esai}{2}$

Glosarium

- PTK adalah singkatan dari Penelitian Tindakan Kelas terjemahan dari CAR singkatan dari *classroom action research*.
- PTK adalah salah satu dari penelitian tindakan (*action research*)
- Tujuan utama PTK untuk memperbaiki pelaksanaan pembelajaran di kelas, penelitinya adalah guru dan dapat berkolaborasi dengan teman sejawat.
- Identifikasi masalah merupakan teknik untuk mengetahui adanya masalah yang kemungkinan dapat dipecahkan melalui PTK.
- Perumusan masalah adalah merumuskan masalah PTK yang pada dasarnya diperoleh setelah peneliti melakukan identifikasi masalah. Rumusan masalah dinyatakan dalam kalimat tanya atau pernyataan.
- Langkah-langkah dalam PTK terdiri dari empat tahap yaitu perencanaan, implementasi tindakan, observasi dan evaluasi, dan refleksi.
- Siklus dalam PTK juga disebut daur, merupakan proses berulang bermula dari perencanaan, implementasi tindakan, observasi dan evaluasi, dan refleksi. Dalam melaksanakan PTK terdiri dari melaksanakan siklus-siklus.
- Perencanaan umum merupakan rancangan yang meliputi seluruh aspek yang terkait dengan PTK.
- Perencanaan khusus merupakan rancangan dari siklus ke siklus berikutnya.
- Implementasi tindakan merupakan realisasi pelaksanaan tindakan dalam pembelajaran di kelas mengacu pada alternatif tindakan yang telah direncanakan sebelumnya.
- Observasi atau pengamatan dapat dikukan sendiri oleh guru sebagai peneliti atau berkolaborasi dengan teman sejawat.

- Evaluasi pada prinsipnya merupakan penilaian terhadap keberhasilan alternatif tindakan yang dilakukan dalam pelaksanaan pembelajaran di kelas
- Refleksi merupakan evaluasi yang dilakukan oleh peneliti sendiri atau berkolaborasi dengan teman sejawat tentang apa yang telah dilakukan, sedang dilakukan, dan yang akan dilakukan.
- Perbaikan tindakan adalah perbaikan pada tindakan yang dilakukan pada siklus sebelumnya.
- Proposal PTK merupakan rancangan berkaitan dengan keseluruhan PTK yang akan dilaksanakan yang penyusunannya mengikuti sistematika penulisan proposal.
- Instrumen penelitian adalah alat untuk memperoleh data penelitian.
- Pengumpulan data adalah memperoleh data menggunakan instrumen penelitian.
- Analisis data adalah mengolah, memaparkan, dan menginterpretasikan data yang terkumpul dan menarik kesimpulan.
- Laporan penelitian adalah laporan keseluruhan pelaksanaan dan hasil PTK yang penyusunannya mengikuti sistematika penulisan laporan.

Daftar Pustaka

Brannen, J. 2002. *Memadu Metode Penelitian Kualitatif & Kuantitatif*. Alih bahasa: H. Nuktah Arfawie Kurde, dkk. Samarinda: Fakultas Tarbiyah IAIN Antasari.

BSNP. 2007. *Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Republik Indonesia Nomor 20 Tahun 2007 Tentang Standar Penilaian Pendidikan*. Jakarta.: BSNP.

BSNP. 2007. *Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Republik Indonesia Nomor 41 Tahun 2007 Tentang Standar Proses*. Jakarta.: BSNP.

BSNP. 2007. *Sosialisasi Penilaian Standar Buku Teks Pelajaran 2008* (Periode 1). Kelompok Matematika untuk SMA/MA. Jakarta.: BSNP dan IKAPI Daerah Jawa Tengah.

Depdiknas. 1999. *Penelitian Tindakan (Action Research*), Jakarta: Direktorat Jenderal Pendidikan Dasar dan Menengah Direktorat Pendidikan Menengah Umum.

Depdiknas. 2006. *Pedoman Penyusunan Usulan dan Laporan Pengembangan Inovasi Pembelajaran di Sekolah*. Jakarta: Dirjendikti.

Isaac, S dan William, M.B. 1981. *Handbook in Research and Evaluation*, San Diego California: Edits.

Joice, B dan Wiel, M. 1992. *Models of Teaching.* Boston: Allyn and Bacon.

NCTM. 2003. A Research Companion to Principles and Standards for School mathematics. Reston: The National Council of Teacher of Mathematics, Inc.

PLPG. 2007. *Penelitian Tindakan Kelas*. Semarang: UNNES.

CONTOH PROPOSAL PTK

USUL
PENELITIAN TINDAKAN KELAS

MENINGKATKAN PEMAHAMAN SISWA PADA MATERI GEOMETRI DENGAN MENDAYAGUNAKAN ALAT PERAGA DAN SERANGKAIAN PERTANYAAN KOGNITIF DI KELAS SMA PEPANDAIAN SEMARANG

Oleh

Rochmad

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

2008

HALAMAN PENGESAHAN

USUL PENELITIAN TINDAKAN KELAS

(CLASSROOM ACTION RESEARCH)

1. Judul Penelitian	Meningkatkan Pemahaman Siswa pada Materi Geometri dengan Mendayagunakan Alat Peraga dan Serangkaian Pertanyaan Kognitif di Kelas X SMA Pepandaian Semarang
2. Ketua Peneliti a. Nama Lengkap dan Gelar b. Jenis Kelamin c. Pangkat dan golongan dan NIP d. Fakultas/Jurusan e. Institut/Universitas f. Alamat rumah: Nomor telepon/HP: *Email*	
3. Jumlah Aggota Peneliti	2 orang
4. Lama Penelitian	8 bulan
5. Biaya yang diperlukan a. Sumber dari Depdiknas b. Sumber lain Jumlah	

Semarang, 16 Juli 2008

Mengetahui
Dekan

Ketua Peneliti

(…….)

(……..)

Menyetujui
Ketua Lembaga Penelitian UNNES

Mengetahui
Kepala SMA Pepandaian
Semarang

(……)

(……)

USULAN PENELITIAN TINDAKAN KELAS

A. JUDUL PENELITIAN

Meningkatkan Pemahaman Siswa pada Materi Geometri dengan Mendayagunakan Alat Peraga dan Serangkaian Pertanyaan Kognitif di Kelas X SMA Pepandaian Semarang

B. BIDANG KAJIAN

Desain dan strategi pembelajaran matematika, penggunaan alat peraga.

C. PENDAHULUAN

Awalnya dilakukan pertemuan dan diskusi dengan guru matematika kelas X SMA Pepandaian Semarang, diperoleh kesimpulan bahwa terdapat beberapa masalah dalam pembelajaran geometri. Dari beberapa masalah tersebut, masalah pemahaman siswa dalam menentukan kedudukan, garis, dan besar sudut dalam ruang dimensi tiga masih rendah dan perlu untuk segera dicari pemecahannya.

Melalui inteview dengan beberapa guru matematika dapat disimpulkan bahwa kebanyakan guru dalam menyampaikan materi geometri tanpa menggunakan alat bantu pembelajaran misalnya alat peraga, multimedia, atau alat peraga lainnya. Guru mengajar dengan pola: informasi-contoh-latihan sesuai contoh. Sebagian besar siswa kurang aktif dalam mengikuti pembelajaran matematika, siswa belum terbiasa untuk mengungkapkan pendapatnya sendiri, bahkan menemukan sendiri jawaban dari masalah yang dihadapi juga belum terbiasa. Selain itu masih ada siswa yang tidak tertarik terhadap pelajaran matematika, tidak suka terhadap pelajaran matematika.

Berdasarkan informasi dari guru kelas X SMA Pepandaian Semarang diperoleh kesimpulan bahwa sekitar 60% siswa kelas X masih belum aktif dalam mengikuti pembelajaran matematika, siswa masih belum terbiasa untuk berani mengemukakan pendapat dan idenya. Kenyataan juga menunjukkan bahwa dalam materi geometri, masih banyak siswa yang prestasi belajarnya di bawah standar ketuntasan belajar yang telah ditetapkan, yaitu 65. Di samping itu, rata-rata hasil belajar geometri masih kurang dari 65. Hal ini menjadikan keprihatinan guru matematika kelas X tersebut.

Di samping itu guru matematika kelas X tersebut mengetahui bahwa materi geometri diperlukan dalam mempelajari materi yang lain dan dalam bidang studi lain. Pemahaman terhadap Konsep keruangan diperlukan baik dalam matematika sendiri, misalnya dalam konsep jarak dalam materi limit fungsi. Dalam bidang fisika, konsep keruangan kadang diperlukan dalam menyusun model matematika yang biasanya berkaitan dengan fenomena alam. Juga masalah geometri erat kaitannya dengan masalah sehari-hari.

Apabila konsep keruangan tidak dikuasai, maka akan berakibat siswa menjadi kesulitan dalam menyelesaikan masalah dalam kehidupan sehari-hari. Banyak permasalahan sehari-hari yang perlu dipecahkan dengan prasyarat geometri yang melibatkan titik, garis, dan bidang dalam ruang dimensi tiga, misalnya jarak suatu titik ke bidang.

Guru telah mencoba untuk mengatasinya, tetapi masih saja guru belum berhasil untuk memecahkan masalah tersebut. Berdasarkan hasil kolaborasi antara guru kelas dan dosen, sampailah pada suatu kesimpulan bahwa pada umumnya dalam belajar materi pokok tertentu guru selalu memberikan contoh-contoh soal yang lebih banyak didominasi oleh guru dan siswa tinggal mencatat apa yang telah ditulis oleh guru. Tetapi pada materi pokok geometri, dengan pola pembelajaran seperti itu

siswa mengalami kesulitan dalam memahami konsep dan menyelesaikan masalah yang dihadapainya, apalagi dalam menyelesaikan soal cerita yang terkait dengan geometri. Hal ini sesuai dengan temuan Movsshovits dan Zaslavsky (1987) bahwa salah satu kategori kesalahan yang dilakukan oleh siswa adalah kesalahan menginterpretasikan bahasa.

Selain itu selama ini soal yang diberikan oleh guru adalah soal yang diambil dari buku teks, padahal soal yang ada dalam buku kadang memerlukan jawaban dengan pola pikir deduktif, hanya beberapa bersifat kontekstual, sehingga ada kemungkinan siswa mengalami kesalahan dalam menginterpretasikan soal tersebut.

Dengan kurang mampunya siswa menyelesaikan soal-soal geometri serta soal kontekstual yang terkait dengan geometri kemungkinan akan berakibat kurangnya siswa untuk memahami permasalahan-permasalahan dalam kehidupan sehari-hari yang berhubungan dengan geometri. Adanya permasalahan tersebut dapat diduga bahwa pembelajaran kurang bermakna bagi siswa dan guru bersifat mengajar, bukan mengajak siswa belajar. Hal ini juga sesuai dengan penelitian Outhred & Michelmore (2000) bahwa siswa mengalami kesulitan dalam menerapkan konsep untuk memecahkan masalah yang terkait dengan kehidupan sehari-hari.

Untuk mengatasi permasalahan yang diuraikan tersebut perlu adanya suatu penelitian yang menerapkan suatu strategi pembelajaran tertentu yang dapat meningkatkan aktivitas dan kemampuan siswa dalam menyelesaikan soal-soal geometri. Pada penelitian ini akan difokuskan pada perbaikan pembelajaran matematika bagi siswa kelas X SMA Pepandaian Semarang dengan materi pokok geometri dengan standar kompetensi menentukan kedudukan, jarak, dan besar sudut yang melibatkan titik, garis dan bidang dalam ruang dimensi tiga.

D. PERUMUSAN DAN ALTERNATIF PEMECAHAN MASALAH

1. Perumusan Masalah

Berdasarkan apa yang telah diuraikan dalam pendahuluan dapat dirumuskan permasalahan sebagi berikut: apakah melalui pembelajaran dengan mendayagunakan alat peraga dan serangkaian pertanyaan kognitif dapat meningkatkan keaktivan dan hasil belajar pada materi pokok geometri siswa kelas X SMA Pepandaian Semarang?

2 Alternatif Pemecahan Masalah

Untuk memecahkan masalah dalam pembelajaran akan digunakan alat peraga pembelajaran, misalnya kerangka kubus dan animasi komputernya. Alat peraga akan dibuat bersama oleh guru dan dosen yang selanjutnya akan digunakan oleh guru untuk menjelaskan konsep-konsep geometri berkaitan dengan menentukan kedudukan, jarak, dan besar sudut yang melibatkan titik, garis dan bidang dalam ruang dimensi tiga.

Langkah berikutnya peneliti akan mendesain strategi pembelajaran dengan memberdayakan alat peraga bangun ruang (dan animasi komputer) dan dalam prakteknya dengan mengajukan serangkaian pertanyaan kognitif kepada siswa. Strategi ini dikembangkan untuk mencapai setidak-tidaknya tiga tujuan pembelajaran penting, yaitu hasil belajar, kemampuan komunikasi, dan pengembangan keterampilan sosial.

Untuk menanamkan konsep-konsep geometri berkaitan dengan menentukan kedudukan, jarak, dan besar sudut yang melibatkan titik, garis dan bidang dalam ruang dimensi tiga, dimulai dengan menggunakan alat peraga dan diikuti dengan serangkaian pertanyaan-pertanyaan kognitif yang membantu siswa dalam memahami konsep-konsep tersebut. Begitu juga dalam memahami soal-soal tentang geometri selalu dengan menggunakan serangkaian pertanyaan kognitif.

E. TUJUAN PENELITIAN

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk meningkatkan keaktivan dan hasil belajar siswa melalui pembelajaran matematika dengan mendayagunakan alat peraga dan dikuti dengan serangkaian pertanyaan kognitif pada materi pokok geometri kelas X SMA Pepandaian Semarang.

F. MANFAAT PENELITIAN

Penelitian tindakan kelas ini merupakan penelitian kerjasama antara sekolah dan perguruan tinggi. Dosen menjadi tim peneliti terutama membuat desain pemecahan masalah yang dihadapi guru. Pelaksanaan tindakan dilakukan oleh guru berkolaborasi dengan mitra sejawat. Berikut ini beberapa manfaat yang dapat dipetik dari penelitian tindakan kelas ini.

(1) Siswa meningkat keaktifannya dalam belajar matematika.

(2) Melalui kerjasama antara guru dan dosen dalam PTK, akan membantu guru untuk memperbaiki pelaksanaan pembelajaran matematika di SMA Pepandaian Semarang.

(3) Menghasilkan alat peraga yang menarik dan animasi komputernya yang dapat digunakan untuk menjelaskan konsep-konsep geometri yang berkaitan dengan menentukan kedudukan, jarak, dan besar sudut yang melibatkan titik, garis dan bidang dalam ruang dimensi tiga

(4) Memberikan suatu contoh strategi pembelajaran matematika berbantuan alat peraga dengan mengunakan serangkaian pertanyaan kognitif.

(5) Menumbuhkan minat guru untuk meningkatkan keprofesinalan dalam mengajarnya melalui penelitian tindakan kelas.

(6) Meningkatkan hubungan kerja sama antara perguruan tinggi dan sekolah dalam upaya meningkatkan mutu pendidikan.

G. KAJIAN PUSTAKA

1. Pembelajaran Matematika Sekolah

Menurut Peaget (Hastuti, 1995) proses belajar seseorang akan mengikuti pola dan tahap-tahap perkembangan tertentu sesuai dengan umurnya. Penjenjangan ini sifatnya hirarkhi, artinya harus dilalui berdasarkan urutan/tahapan. Tahap atau tingkat yang dimaksud adalah.

a. Tingkat sensori motor (0-2 tahun), rabaan dan gerak merupakan hal-hal yang penting dalam pengalamannya dan ia belajar berdasarkan pengalamannya itu, berpikir dengan perbuatannya. Mereka belajar mengkoordinasi persepsi dan fungsi motoriknya untuk mengenal dunianya.
b. Tingkat pre-operasional (2-7), tahap di mana anak mulai menggunakan lambang-lambang. Kemampuan melambangkan tampak pada kegiatan bermain. Keterampilan-keterampilan mulai tunbuh dengan baik dan faktor ini dapat mendorong anak terampil, menggunakan bahasa, mereka mulai belajar menalar dan membentuk konsep.
c. Tingkat operasi kongkrit (7-11 tahun), tahap di mana pengerjaan-pengerjaan logis dapat dilakukan dengan bantuan benda-benda konkret. Pengamatan dan pikiran memperlihatkan kemajuan. Anak mampu mengkonversi angka, benda terutama yang kongkret. Kekongkretan ini membantu guru dan siswa memahami makna kata.
d. Tingkat operasi formal (11 tahun- dewasa), pengerjaan logis dapat dilakukan tanpa bantuan benda-benda konkret. Pada tingkat ini anak mengembangkan kemampuan berpikir abstrak dan hipotik, mereka mampu menalar secara sistematik dan mampu menarik kesimpulan.

Pendapat Peaget ini disimpulkan bahwa para siswa SMA (umur $\geq$ 15 tahun) berada pada operasi formal yang dapat berpikir deduktif dan

abtrak. Namun demikian untuk menangkap konsep yang abstrak dapat menggunakan bantuan alat peraga dan animasinya dalam komputer.

2. Obyek-obyek Matematika

Begle (dalam Hudojo, 2003: 41) menyatakan bahwa sasaran atau penelaahan obyek matematika adalah fakta, konsep, operasi, dan prinsip. Dalam matematika obyek dasar yang dipelajari adalah abstrak, sering juga disebut obyek mental. Obyek-obyek ini merupakan obyek pikiran. Obyek dasar itu meliputi: fakta; konsep; operasi atau relasi; dan prinsip. Dari obyek dasar itu dapat disusun pola atau struktur matematika (Soedjadi, 2000). Uraian tentang obyek dasar matematika di bawah ini, garis besarnya disarikan dari Soedjadi (2003: 13-14).

Fakta (abstrak) berupa kesepakatan-kesepakatan yang diungkap dengan simbol tertentu. Simbol bilangan “7” secara umum sudah disepakati sebagai bilangan “tujuh”. Jika disajikan angka “7” orang sudah tahu maksudnya yaitu “tujuh”. Sebaliknya kalau orang mengatakan “tujuh” dapat disimbolkan dengan “7”. Fakta lainnya dapat terdiri dari rangkaian simbol, misalnya “7 + 5” yang dapat dipahami sebagai “tujuh ditambah lima”, dan juga “ 7 x 2 = 14” adalah fakta yang dapat dipahami sebagai “tujuh kali dua sama dengan empat belas”. Dalam geometri juga terdapat simbol-simbol tertentu yang merupakan kesepakatan, misalnya “//” yang bermakna “sejajar”, dalam aljabar simbol “(a,b)” menyatakan “pasangan berurutan”, dan sebagainya.

Menurut Hudojo (2003: 124) suatu **konsep** matematika adalah ide abstrak yang memungkinkan orang (siswa) mengklasifikasikan obyek-obyek atau peristiwa-peristiwa serta mengklasifikasikan obyek-obyek atau peristiwa-peristiwa itu termasuk atau tidak termasuk ke dalam ide abstrak tersebut. Menurut Soedjadi (2000: 14) konsep adalah ide abstrak yang dipakai untuk menggolongkan atau mengklasifikasikan sekumpulan

obyek. Apakah obyek tertentu merupakan contoh atau bukan. “Persegi” adalah nama suatu konsep abstrak. Dengan konsep itu sekumpulan obyek dapat digolongkan sebagai contoh persegi atau bukan contoh. “Bilangan asli” merupakan konsep yang lebih kompleks. Dikatakan lebih kompleks karena terdiri dari banyak konsep yang lebih sederhana, yaitu bilangan “satu”, “dua”, “tiga”, dan sebagainya.

Konsep berhubungan erat dengan definisi. **Definisi** adalah ungkapan yang membatasi suatu konsep. Dengan adanya definisi orang dapat membuat ilustrasi, gambar, atau lambang dari konsep yang didefinisikan sehingga menjadi lebih jelas apa yang dimaksudkan. Konsep trapesium misalnya jika dikemukakan dengan definisi:

“Trapesium adalah segiempat yang tepat sepasang sisinya sejajar”. *)

Dengan definisi ini konsep trapesium menjadi lebih jelas yang dimaksudkan.

Definisi suatu konsep tidak tunggal, misalnya konsep trapesium juga dapat dikemukakan dengan definisi, misalnya sebagai berikut:

“Segiempat yang terjadi jika sebuah segitiga dipotong oleh sebuah **)
garis yang sejajar salah satu sisinya adalah trapesium”.

Kedua definisi trapesium di atas, yaitu definisi *) dan **) memiliki *isi kata* atau *makna* yang *berbeda*, tetapi mempunyai *jangkauan* yang *sama.* Kedua definisi memiliki **intensi** yang berbeda, tetapi memiliki **ekstensi** yang sama. Kesamaan ekstensi definisi *) dan **) dapat diuji dengan pertanyaan “adakah trapesium menurut definisi *) yang tidak termasuk definisi **), dan sebaliknya”? Ekstensi suatu definisi juga dapat diartikan “himpunan yang tertangkap oleh definisi itu”.

Definisi *) digolongkan dalam definisi **analitis** yaitu definisi yang menyebutkan genus proksimum (genus terdekat) dan diferensia spesifika (pembeda khusus). Sedangkan definisi **) digolongkan dalam definisi

genetik yaitu definisi yang menyebutkan bagaimana konsep itu terbentuk atau terjadi. Di samping definisi analitis dan ginetik ada definisi dengan **rumus**, misalnya a – b = a + (-b), $n^! = n(n-1)^!$, dan $0^! = 1$.

Operasi (abstrak) adalah pengerjaan hitung, pengerjaan aljabar, dan pengerjaan matematika lainnya. Misalnya “penjumlahan”, “perkalian”, “gabungan”, dan “irisan”. Unsur-unsur yang dioperasikan juga abstrak. Pada dasarnya operasi dalam metematika adalah suatu fungsi atau relasi khusus; operasi adalah aturan untuk memperoleh elemen tunggal dari satu atau lebih elemen yang diketahui. Dalam matematika dikenal “operasi unair”, “operasi biner”, “operasi triner”, bergantung pada banyaknya elemen yang dioperasikan. Misalnya “penjumlahan” adalah operasi biner, tetapi “tambah dua” adalah operasi unair; “Gabungan” adalah operasi biner, tetapi “komplemen” adalah operasi unair. Operasi sering dikatakan “skill” jika yang dimaksudkan adalah keterampilan mengerjakannya.

Prinsip (abstrak) adalah obyek matematika yang kompleks. Prinsip dapat terdiri dari atas beberapa fakta, beberapa konsep yang dikaitkan oleh suatu relasi atau operasi. Secara sederhana **prinsip** adalah hubungan antara berbagai obyek dasar matematika. Prinsip dapat berupa “aksioma”, “teorema”, “sifat”, dan sebagainya.

3. Media Pembelajaran

Melalui berbagai kegiatan untuk mempelajari konsep geometri termasuk geometri ruang dengan bantuan alat peraga dengan animasi komputernya, siswa akan aktif dan asyik bekerja, sehingga dengan aktivitas tersebut akan menimbulkan motivasi belajar. Hal ini sangat menguntungkan siswa, terutama bagi siswa yang daya abstraksinya kurang tajam. Dengan pengalaman belajar melalui alat bantu

pembelajaran akan memberikan pesan dan kesan yang cukup mendalam dan sulit dilupakan.

Salah satu komponen yang penting di dalam strategi dalam melaksanakan kegiatan pembelajaran adalah pemilihan dan penggunaan media pembelajaran. Media adalah sarana yang dapat dipergunakan oleh guru untuk membagi tanggung jawab di dalam menyerahkan informasi atau isi kepada siswa.

Dalam arti yang luas media dapat berupa orang, bahan, atau peristiwa yang dapat menciptakan kondisi yang sama memungkinkan siswa untuk menerima pengetahuan, keterampilan, dan sikap. Media adalah sebagai sumber belajar yang penting dalam kegiatan pembelajarn, karena mampu berkomunikasi dengan siswa untuk menyampaikan informasi atau pesan.

Ada beberapa cara menggolongkan jenis-jenis media, antara lain adalah sebagai berikut: (1) benda sebenarnya, dalam hal ini untuk mempermudah pemahaman siswa tentang suatu hal tertentu, maka siswa perlu diajak untuk melihat benda yang sebenarnya; (2) penyajian verbal, kategori ini meliputi bahan cetak seperti buku teks, buku kerja; (3) penyajian grafik, meliputi hal-hal seperti grafik, chart, peta, gambar yang dibuat dengan maksud untuk mengkomunikasikan suatu ide; (4) gambar diam; (5) gambar bergerak; (6) gambar bergerak disertai suara, dalam hal ini seperti bentuk film.

Dalam menggunakan media ada beberapa faktor yang perlu diperhatikan, antara lain adalah: (a) kecocokan; (b) tingkat kesulitan; (c) biaya; (d) ketersediaan; (e) mutu teknis. Tanpa mempertimbangkan hal-hal tersebut, maka kiranya tidak dapat dikatakan pemilihan media dengan baik untuk mencapai tujuan yang ditetapkan. Pemilihan media pembelajaran tidak dapat dilaksanakan tanpa adanya suatu pandangan mengenai bagaimana kegunaan media di dalam kegiatan pembelajaran

yang dilakukan. Hal ini sesuai dengan pendapat Arief S Sadiman dkk (1989) pemilihan media harus dikembangkan sesuai dengan tujuan yang ingin dicapai, kondisi dan keterbatasan yang ada dengan mengingat kemampuan dan sifat-sifat hkasnya (karakteristiknya) media yang bersangkutan.

4. Alat Peraga Matematika

Alat peraga matematika adalah bagian dari media pembelajaran yang dapat digunakan sebagai alat bantu dalam pembelajaran matematika. Menurut Rusefendi (1989) gunanya alat peraga adalah: (1) supaya siswa lebih besar minatnya dalam belajar matematika; (2) supaya siswa dapat dinantu daya tiliknya sehingga lebih mengerti dan labih besar daya ingatnya; (3) supaya siswa dapat melihat hubungan anatara ilmu yang dipelajarinya dengan alam sekitar.

Berdasarkan pendapat tersebut maka dengan menggunakan alat peraga diharapakan minat anak dalam belajar matematika akan meningkat sehingga siswa menyukai pelajaran matematika. Selain itu belajar matematika apabila menggunakan alat peraga membuat siswa tetap mengingatnya, sehingga lebih mudah memahaminya.

Alat peraga matematika juga merupakan alat yang dapat digunakan untuk kegiatan yang menyenangkan dan dapat menunjang tercapainya tujuan instruksional dalam pengajaran matematika.

5. Serangkaian Pertanyaan Kognitif.

a. Taksonomi Bloom

Taksonomi Bloom telah banyak menuntun dalam rangka menetapkan tujuan pembelajaran, khususnya jenjang kemampuan kognitif. Jenjang kemampuan siswa dapat diperinci dan ditetapkan

sebagai pencapaian dari pembelajaran. Menurut Suharsimi (1995) satu di antara tiga taksonomi dari Bloom adalah kemampuan kognitif.

Keenam dari kemampuan kognitif tersebut adalah.

1) Pengetahuan (*knowledge*), jenjang yang paling rendah dalam kemampuan kognitif meliputi pengingatan tentang hal-hal yang bersifat khusus atau universal, mengetahui metode dan proses, pengingatan terhadap suatu pola, struktur. Dalam hal ini tekanan utama adalah pada pengenalan kembali fakta, konsep, proses dan pola.
2) Pemahaman (*comprehension*), jenjang setingkat di atas pengetahuan ini akan meliputi penerimaan dalam komunikasi secara akurat, menempatkan hasil komunikasi dalam bentuk penyajian yang berbeda, mengorganisasikan secara singkat tanpa merubah pengertian dan dapat mengeksplorasikan.
3) Aplikasi atau penggunaan prinsip atau metode pada sitiasi yang baru.
4) Analisis. Jenjang yang keempat ini akan menyangkut terutama kemampuan siswa dalam memisah-misah terhadap suatu materi menjadi bagian-bagian yang membentuknya
5) Sintesis, jenjang yang satu tingkat lebih sulit dari analisis. Jenjang ini meliputi kemampuan anak untuk menempatkan bagian menjadi satu sehingga membentuk satu kesatuan yang koheren.
6) Evaluasi, jenjang ini meliputi kemampuan siswa dalam pengambilan keputusan atau dalam menyatakan pendapat tentang nilai, ide, materi dan lain- lain.

b. Algoritma

Menurut Rinaldi (2001) Algoritma berisi urutan langkah-langkah penyelesaian masalah. Adapun definisi Algoritma adalah urutan

langkah-langkah logis penyelesaian masalah yang disusun secara sistematis. Langkah-langkah tersebut harus logis, ini berarti nilai kebenarannya harus dapat ditentukan, benar atau salah, karena langkah-langkah yang tidak benar dapat memberikan hasil yang salah. Langkah-langkah yang tidak logis tidak akan dapat digunakan dalam pemecahan masalah.

Oleh karena itu pertanyaan kognitif yang dimaksud adalah pertanyaan-pertanyaan yang diberikan kepada siswa sehingga siswa mampu menyelesaikan masalah yang dihadapi. Serangkaian pertanyaan kognitif yang dimaksud adalah algoritma (urutan langkah-langkah logis dan sistematis) pertanyaan-pertanyaan yang diberikan kepada siswa dalam menyelesaikan masalah. Pertanyaan-pertanyaan tersebut dapat mengukur perilaku ingatan, pemahaman, aplikasi, maupun analisis seperti yang dikemukakan oleh Bloom, sehingga pertanyaan-pertanyaan tersebut menuntun dan sekaligus menuntut siswa untuk dapat menyelesaikan masalah.

6. Hasil Penelitian yang Relevan

Penelitian yang dilakukan oleh Endang RW (2001) menyatakan bahwa pembelajaran dengan menggunakan alat peraga dapat meningkatkan pemahaman konsep matematika. Penelitian yang dilakukan oleh Isti Hidayah dkk (2004) juga mengatakan bahwa pembelajaran matematika dengan memanfaatkan alat peraga di Sekolah Dasar dapat meningkatkan hasil belajar dan juga minat belajar terhadap pelajaran matematika.

7. Hipotesis Penelitian

Berdasarkan apa yang telah diuraikan maka hipotesis penelitian ini adalah: Apabila dalam pembelajaran geometri dilakukan dengan mendayagunakan alat peraga dan serangkaian pertanyaan kognitif, maka

aktivitas dan hasil belajar siswa pada materi pokok geometri kelas X SMA Pepandaian dapat ditingkatkan.

8. Kriteria Keberhasilan Penelitian

Kriteria keberhasilan penelitian tindakan kelas ini sebagai berikut.

1. Aktivitas belajar siswa meningkat dari 60% menjadi 80%, artinya 80% dari seluruh siswa yang mengikuti pembelajaran dalam kategori aktif belajar materi pokok geometri,
2. Hasil belajar siswa meningkat sehingga mencapai 85% dari seluruh siswa mencapai ketuntasan belajar yang ditetapkan sekolah, yaitu 65.

H. RENCANA DAN PROSEDUR PENELITIAN

Penelitian ini akan dilaksanakan di SMA Pepandaian Semarang dengan subjek penelitian adalah siswa kelas X-1 sebanyak 45 siswa..

Penelitian ini direncanakan dalam tiga siklus yang masing masing siklus terdiri dari 4 tahap yaitu: perencanaan, implementasi tindakan, observasi dan evaluasi, dan refleksi.

1. Siklus ke-1

Siklus pertama direncanakan dalam dua kali pertemuan yang masing-masing pertemuan dilaksanan dalam 2 jam pertemuan. Adapun tahapan pada siklus pertama adalah sebagai berikut.

a. Perencanaan

Dalam tahap ini direncanakan kegiatan-kegiatan sebagai berikut (kegiatan dilakukan secara kolaboratif antara guru dan dosen).

- Menyusun rencana pembelajaran, lembar kerjas siswa, dan alat peraga beserta animasi komputernya.
- Membentuk kelompok-kelompok siswa (direncanakan dalam satu kelompok **terdiri** dari 5-6 siswa), dengan menunjuk seorang siswa sebagai ketua.
- Menyiapkan penghargaan yang akan diberikan kepada masing-msing kelompok.
- Menyiapkan soal-soal berkaitan dengan geometri ruang (dimensi tiga).
- Menyiapkan alat evaluasi yang berupa tes, pedoman observasi terstruktur, dan pedoman wawancara.

b. Implementasi tindakan

Pada tahap ini apa yang telah direncanakan pada tahap perencanaan akan dilaksanakan sesuai dengan jadwal yang disusun. Pelaksanaan adalah guru matematika kelas X-1 dan dalam pelaksanannya tidak mengganggu kegiatan di sekolah, karena urutan materi berjalan sesuai dengan kurikulum dan rencana pembelajaran yang sudah dibuat guru tersebut. Pada tahap ini strategi pembelajaran dengan menggunakan alat peraga dilaksanakan di kelas.

Guru mengajar sebagaimana biasanya hanya saja menggunakan rencana dan strategi yang telah direncanakan. Pembelajaran berlangsung dengan panduan RPP yang telah dibuat. Dalam melaksanakan pembelajaran guru meminta bantuan teman sejawat, yaitu guru matematika temannya yang sama-sama mengajar di SMA Pepandaian Semarang.

c. Observasi dan evaluasi.

Observasi terhadap kegiatan belajar dilakukan pada saat implementasi tindakan untuk mengetahui jalannya proses pembelajaran

dan fokus pengamatan pada aktivitas siswa dalam mengikuti pembelajaran. Menjelang akhir pembelajaran siswa di tes. Berdasarkan hasil observasi, hasil wawancara dan hasil tes, guru bersama-sama pengamat dan dosen melakukan diskusi untuk menilai kelancaran dan kendala dalam pelaksanaan pembelajaran. Evaluasi ini digunakan untuk meningkatkan pelaksanaan pembelajaran berikutnya (masih dalam siklus pertama).

d. Refleksi

Setelah kegiatan pembelajaran pada tahap implementasi dilakukan, peneliti (dibantu oleh pengamat atau dosen) melakukan refleksi. Hasil observasi, wawancara, dan hasil tes dianalisis secara kolaboratif oleh semua anggota penelitian dan digunakan untuk pertimbangan dalam melakukan refleksi. Refleksi dilakukan dengan cara menganalisis kegiatan apa yang sudah dilakukan, sedang dilakukan, dan akan dilakukan. Apabila hasil refleksi belum sesuai dengan kriteria keberhasilan yang telah ditetapkan, maka penelitian diputuskan untuk dilanjutkan pada siklus kedua.

2. Siklus ke-2

Siklus kedua dilakukan untuk memperbaiki segala sesuatu yang belum baik dan berakhir pada siklus pertama. Pertama-tama yang dilakukan adalah melakukan rencana perbaikan. Adapun tahapan pada siklus kedua sama dengan tahapan yang ada pada siklus pertama. Perbaikan dilakukan berdasarkan hasil refleksi pada siklus pertama.

a. Perencanaan

- Menyempurnakan rencana pembelajaran dengan menggunakan strategi pembelajaran kooperatif.

- Menyempurnakan alat peraga.
- Memperbaiki bentuk kelompok-kelompok siswa.
- Menyiapkan penghargaan yang akan diberikan kepada masing-msing kelompok
- Memperbaiki soal yang kontekstual dan terkait dengan kehidupan sehari-hari.
- Memperbaiki bentuk pertanyaan-pertanyaannya
- Memperbaiki alat evaluasi yang berupa tes, pedoman observasi , dan pedoman wawancara.

b. Implementasi tindakan

Dalam tahap ini apa yang telah direncanakan pada tahap perencanaan akan dilaksanakan seuai dengan jadwal yang dibuat. Pelaksanaan pembelajaran diadakan mengikuti rencana perbaikan yang telah dibuat bersama (kolaboratif).

c. Observasi dan evaluasi

Observasi terhadap kegiatan belajar dilakukan pada saat implementasi tindakan untuk mengetahui jalannya proses pembelajaran dengan memfokuskan pada aktivitas siswa dalam kelompok. Kegiatan pengamat lainnya dalam tahap ini sebagaimana pada siklus pertama.

d. Refleksi

Setelah hasil observasi, wawancara, dan hasil tes dianalisis secara kolaboratif oleh semua anggota penelitian, langkah selanjutnya adalah melakukan refleksi. Apabila hasil belum sesuai dengan indikator yang telah ditetapkan maka penelitian diputuskan untuk dilanjutkan pada siklus ketiga.

3. Siklus ke-3

Siklus ketiga dilakukan untuk memperbaiki segala sesuatu yang belum baik dan berakhir pada siklus kedua. Adapun tahapan pada siklus ketiga juga sama dengan tahapan yang ada pada siklus sebelumnya. Perbaikan dilakukan berdasarkan hasil pada siklus kedua.

a. Perencanaan

- Menyempurnakan rencana pembelajaran dengan menggunakan strategi pembelajaran kooperatif.
- Menyempurnakan alat peraga dan menggunakan animasi komputer.
- Memperbaiki bentuk kelompok-kelompok siswa, agar hiterogen.
- Menyiapkan penghargaan yang akan diberikan kepada masing-msing kelompok
- Memperbaiki soal yang kontekstual dan terkait dengan kehidupan sehari-hari.
- Memperbaiki bentuk pertanyaan-pertanyaannya.
- Menyiapkan LCD menyelesaikan permasalahan, beserta alat-alat tulis yang lainnya.
- Memperbaiki alat evaluasi yang berupa tes, pedoman observasi, dan pedoman wawancara.

b. Implementasi tindakan

Dalam tahap ini apa yang telah direncanakan pada tahap perencanaan akan dilaksanakan sesuai dengan jadwal yang dibuat. Penggunaan alat peraga awalnya didemontrasikan dengan benda manipulatif berupa kerangka kubus atau balok. Selanjutnya untuk

memperoleh pemahaman disajikan tayangan animasi komputer dengan menggunakan LCD.

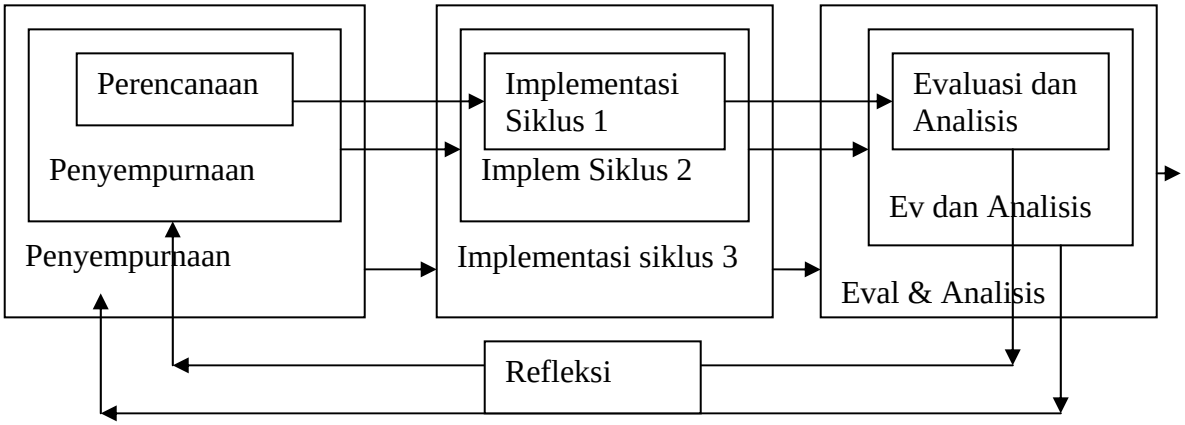
c. Observasi dan Evaluasi.

Observasi terhadap kegiatan belajar dilakukan pada saat implementasi untuk mengetahui jalannya proses pembelajaran. Fokus pengamatan pada aktivitas siswa dalam berdiskusi dalam kelompoknya. Kegiatan pengamat lainnya sama dengan pada siklus kedua. Pada akhir siklus ketiga diakhiri dengan tes. Berdasarkan hasil observasi, hasil wawancara dan hasil tes, maka tahap berikutnya dapat dilaksanakan.

d. Refleksi

Setelah hasil observasi, wawancara, dan hasil tes dianalisis secara kolaboratif oleh semua anggota penelitian, maka langkah selanjutnya adalah melakukan refleksi apakah pembelajaran berhasil. Apabila hasil belum sesuai dengan indikator yang telah ditetapkan maka penelitian diputuskan untuk dilanjutkan pada siklus ketiga. Apabila sudah sesuai dengan yang diharapkan maka penelitian selesai.

Secara garis besar dapat digambarkan sebagai berikut.



I. JADWAL PENELITIAN

Jadwal kegiatan penelitian ini dirancang dalam bentuk bar-chart sebagai berikut.

No	Jenis Kegiatan	Bulan ke							
		Mrt	Apr	Mei	Jn	Jl	Ag	Sep	Okt
1	Persiapan, Perijinan								
2	Mempersiapkan Alat Peraga dan animasi dalam komputer								
3	Persiapan Rencana Pembelajaran (RPP) dan Lembar Kerja Siswa (LKS)								
4	Implementasi tindakan siklus pertama								
5	Pelaksanaan siklus kedua								
6	Pelaksanaan siklus ketiga								
7	Pembuatan Laporan sementara								
8	Seminar dan pembuatan Laporan								

J. BIAYA PENELITIAN

1. Honorarium
2. Biaya operasional
3. Biaya pembelian ATK
4. Lain-lain

K. PERSONALIA PENELITIAN

1. Ketua Peneliti

Nama dan gelar lengkap	:
Jenis Kelamin	:
Pangkat/Gol/NIP	:
Jabatan	:
Bidang Keahlian	:
Fakultas/Program Studi	:
Waktu yang disediakan	: 10 jam per minggu

2. Anggota Peneliti 1 :

   Anggota Peneliti 2 :

DAFTAR PUSTAKA

Sadiman, A.S. dkk. 1994. *Media Pendidikan*. Jakarta: CV Rajawali.

Dirjen Dikdasmen. 2002. *Pendekatan Kontekstual (Contextual Teaching and Learning*). Jakarta: Depdiknas.

Winarti, E.R. 2004*. Meningkatkan Hasil Belajar Matematika dengan Menggunakan Alat Peraga*. Laporan Penelitian.

Hidayah, I. 2004. *Uji Coba Penerapan Alat Perga Matematika dalam Pembelajaran Matematika di Sekolah Dasar*. Laporan Penelitian

Hudojo, H. 2003. *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika.* JICA. Jakarta: IMSTEP.

Movshovits, Nitsa & Zaslavsky, orit. 1987. An Empirical Classification Model for error in High School Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*. Volume 18. 3-14.

Ibrahim, M. dkk. 2001. Pembelajaran Kooperatif. Surabaya: University Press.

Outhred, L. N & Mitchelmore, M.C. 2000. Young Children's Intuitive Understanding of Rectangular Area Measurement. *Journal for Research in Mathematics Education*. Volume 31. 144-167.

Rinaldi, M. 2003. Algoritma dan Pemrograman. Bandung: Informatika.

Silberman, Mel, 2001. *Active Learning, 101 Strategi Pembelajaran Aktif*. (terjemahan Sarjuli dkk): Yogyakarta: Yappendis.

Slavin, R.E. 2000. *Educational Psychology: Theory and Practice.* Boston: Allyn & Bacon.

Soedjadi, R. 2003. *Pemanfaatan Realitas dan Lingkungan dalam Pembelajaran Matematika.* Makalah Seminar.

Soedjadi, R. 2000. *Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia: Konstatasi Keadaan Masa Kini Menuju Harapan Masa Depan.* Jakarta: Depdiknas.

M. LAMPIRAN-LAMPIRAN

1. Riwayat Hidup Ketua Peneliti

   Nama dan gelar lengkap :

   Jenis Kelamin :

   Pangkat/Gol/NIP :

   Jabatan Fungsional :

   Bidang Keahlian :

   Fakultas/Program Studi :

   Riwayat Pendidikan :

   Penelitian tindakan kelas yang pernah dilakukan antara lain:

2. Riwayat Hidup Anggota Peneliti 1
3. Riwayat Hidup anggota Peneliti 2

BAB I PENDAHULUAN

A. Deskripsi

Buku Ajar mengenai “Penulisan Karya Tulis Ilmiah” ini meliputi materi pembelajaran tentang penulisan artikel ilmiah, jenis dan struktur artikel ilmiah,m artikel hasil pemikiran, artikel hasil penelitian, format tulisan, serta praktik penulisan artikel ilmiah. Secara garis besar, buku ajar ini mengantarkan peserta PLPG untuk memahami materi-materi tersebut di atas, namun demikian peserta juga diminta untuk menyusun draft penulisan artikel ilmiah di bidang kompetensi masing-masing. Hal ini mempunyai tujuan agar setelah pelaksanaan matapelajaran ini peserta PLPG mempunyai kemampuan dalam menyusun artikel ilmiah yang siap dimasukkan ke dalam jurnal ilmiah yang tidak maupun terakreditasi.

Buku ajar “Penulisan Karya Tulis Ilmiah” ini mempunyai standar kompetensi dasar (1) mengenal penulisan artikel ilmiah; (2) mengenal perbedaan penulisan artikel ilmiah yang konseptual dan yang non konseptual; (3) mengenal format penulisan artikel ilmiah; dan (4) menyusun draft artikel ilmiah. Buku ajar ini mempunyai hubungan dengan buku ajar yang terutama adalah penelitian tindakan kelas. Karena standar kompetensi penelitian tindakan kelas adalah (1) mengenal metode penelitian tindakan kelas; (2) mengenal format laporan penelitian tindakan kelas, (3) menyusun draft proposal penelitian tindakan kelas. Jelas bahwa kompetensi dasar kedua mata pelajaran ini akan bersngkut paut, pada saat peserta PLPG berkeinginan untuk menuliskan hasil penelitian tindakan kelas ke dalam jurnal penelitian pendidikan.

B. Petunjuk Pembelajaran

Peserta PLPG harus selalu aktif mengikuti proses pembelajaran di kelas. Peserta PLPG aktif berdiskusi dengan pelatih, menanyakan hal-hal yang belum dipahami, selanjutnya mendiskusikan dengan teman lainnya. Di samping itu, peserta pelatihan mencermati contoh-contoh yang telah disajikan oleh pelatih dan yang tersaji di dalam buku ajar ini. Kemudian peserta PLPG harus belajar menyusun suatu draft artikel ilmiah yang selaras dengan format yang tersaji di dalam buku ajar ini. Hasil draft itu selanjutnya digunakan untuk memenuhi tugas mata pelajaran ini, serta dimintakan pendapat dari pelatih. Saran-saran dari pelatih yang belum dipahami perlu ditanyakan kembali kepada pelatih jika perlu meminta perbandingan dengan artikel yang telah termuat di dalam jurnal.

C. Kompetensi dan Indikator

1. Peserta mempunyai kemampuan dalam memahami kriteria penulisan artikel ilmiah;
2. Peserta mempunyai kemampuan dalam memahami jenis dan struktur artikel ilmiah;
3. Peserta mempunyai kemampuan dalam memahami artikel penulisan hasil pemikiran konseptual;
4. Peserta mempunyai kemampuan dalam memahami artikel penulisan hasil penelitian;
5. Peserta mempunyai kemampuan dalam memahami format penulisan enumeratif;
6. Peserta mempunyai kemampuan dalam memahami format penulisan esai;
7. Peserta mempunyai kemampuan dan keterampilan dalam menyusun draft artikel ilmiah.

BAB II KEGIATAN BELAJAR I
JENIS DAN STRUKTUR ARTIKEL ILMIAH

A. Kompetensi dan Indikator

Karya ilmiah tentu sudah merupakan bacaan yang sangat akrab dengan peserta PLPG. Sebagai guru, bapak dan ibu sudah sering membaca berbagai artikel, baik yang bersifat populer, ilmiah populer maupun yang memang benar-benar merupakan karya ilmiah. Berbekal pengalaman bapak dan ibu dalam memahami artikel ilmiah, bapak dan ibu akan mengkaji bentuk, sifat dan struktur karya tulis ilmiah. Berkaitan uraian di atas, maka setelah menyelesaikan kegiatan berlajar pertama ini, bapak dan ibu diharapkan mempunyai kemampuan dalam:

1. Menjelaskan sifat artikel ilmiah;
2. Menjelaskan sikap ilmiah;
3. Menjelaskan bentuk, struktur dan sifat-sifat artikel ilmiah
4. Menjelaskan perbedaan artikel hasil pemikian konseptual dengan hasil penelitian

B. Uraian Materi

Sesuai dengan namanya, artikel ilmiah yang dimuat dalam jurnal diharapkan memenuhi kriteria sebagai sebuah karya ilmiah. Kriteria ini adalah cerminan sifat karya ilmiah yang berupa norma dan nilai yang berakar pada tradisi ilmiah yang diterima secara luas dan diikuti secara sungguh-sungguh oleh para ilmuwan (Taryadi, 1993:5). Oleh karena itu, penerbitan ilmiah secara *inherent* harus menampilkan sifat-sifat dan ciri-ciri khas karya ilmiah tersebut yang mungkin tidak selalu harus dipenuhi di dalam jenis penerbitan yang lain. Pertama, penerbitan ilmiah bersifat objektif, artinya isi penerbitan ilmiah hanya dapat dikembangkan dari fenomena yang memang *exist*, walaupun

kriteria eksistensi fenomena yang menjadi fokus bahasannya dapat berbeda antaa satu bidang ilmu dengan bidang ilmu yang lain.

Selain objektif, sifat lain karya ilmiah adalah rasional. Rasional menurut Karl Popper adalah tradisi berpikir kritis para ilmuwan. Oleh karena itu, penerbitan ilmiah juga membawa ciri khas ini yang sekaligus berfungsi sebagai wahana penyampaian kritik timbal-balik yang berkaitan dengan masalah yang dipersoalkan (Taryadi, 1993:6). Lain daripada itu, karena jurnal merupakan sarana komunikasi yang berada di garis depan dalam pengembangan IPTEKS, ia juga mengemban sifat pembaharu dan *up-to-date* atau tidak ketinggalan jaman.

Selanjutnya, dalam menulis artikel ilmiah penulis hendaknya juga tidak mengabaikan komponen sikap ilmiah yang lain seperti menahan diri *(reserved),* hati-hati dan tidak *over-claiming*, jujur, lugas, dan tidak menyertakan motif-motif pribadi atau kepentingan-kepantingan tertentu dalam menyampaikan pendapatnya. Semua sikap di atas, dilengkapi dengan keterbukaan dalam menyebutkan sumber bahan yang menjadi rujukannya, juga dipandang sebagai upaya penulis untuk memenuhi etika penulisan ilmiah.

Artikel ilmiah mempunyai bentuk, struktur, dan sifat-sifat tertentu. Oleh karena itu, penulisannya harus mengikuti pola, teknik, dan kaidah-kaidah tertentu juga. Pola dan teknik penulisan artikel ilmiah ini relatif konsisten diikuti oleh penerbitan ilmiah pada umumnya yang biasa dikenal sebagai jurnal atau majalah ilmiah. Walaupun demikian, setiap majalah ilmiah biasanya memiliki gaya selingkung yang berusaha dipertahankan konsistensinya sebagai penciri dan kriteria kualitas teknik dan penampilan majalah yang bersangkutan. Gaya selingkung itu secara rinci mungkin berbeda antara satu majalah ilmiah dan majalah ilmiah yang lain, tetapi biasanya semuanya masih mengikuti semua pedoman yang berlaku secara umum. Sementara itu kaidah-kaidah penulisan artikel ilmiah diharapkan diikuti oleh para

penulis artikel sebagaimana sikap ilmiah diharapkan diikuti oleh para ilmuwan atau kode etik profesi oleh para profesional dalam bidangnya masing-masing. Dalam perspektif tertentu pemenuhan kaidah-kaidah penulisan artikel ilmiah ini dapat dipandang sebagai etika yang harus dipenuhi oleh para penulis artikel.

Sesuai dengan tujuan penerbitannya, majalah ilmiah pada umumnya memuat salah satu dari hal-hal berikut: (1) kumpulan atau akumulasi pengetahuan baru, (2) pengamatan empirik, dan (3) gagasan atau usulan baru (Pringgoadisurjo, 1993). Dalam praktik hal-hal tersebut akan diwujudkan atau dimuat di dalam salah satu dari dua bentuk artikel, yaitu artikel hasil pemikiran atau artikel non penelitian dan artikel hasil penelitian. Ada beberapa jurnal yang hanya memuat artikel hasil penelitian, misalnya *Journal of Research in Science Teaching* yang terbit di Amerika Serikat dan *Jurnal Penelitian Kependidikan* terbitan Lembaga Penelitian Unversitas Negeri Malang. Akan tetapi sebagian jurnal biasanya memuat kedua jenis artikel: hasil pemikiran dan hasil penelitian. Selain itu, seringkali majalah ilmiah juga memuat resensi buku dan obituari. Pemuatan artikel hasil penelitian, artikel hasi pemikiran, resensi dan obituari ini sejalan dengan rekomendasi Direktorat Pembinaan Penelitian dan Pengabdian Kepada Masyarakat, Direktorat Jendral Pendidikan Tinggi (2000). Di dalam tulisan ini pembahasan akan dibatasi pada struktur dan anatomi dua jenis artikel saja yaitu artikel hasil pemikiran dan artikel hasil penelitian.

C. Lembar Kegiatan

1. Alat dan Bahan

a. Alat tulis;
b. Laptop
c. LCD proyektor;
d. Buku teks tentang teknik menulis karya ilmiah.

2. Langkah Kegiatan

No.	Kegiatan	Waktu	Metode
1.	Persiapan		
	Sebelum pembelajaran dimulai, Fasilitator perlu melakukan persiapan yaitu mempersiapkan semua peralatan dan bahan yang diperlukan dalam pembelajaran	5 menit	Mempersiapkan alat dan bahan
2.	Kegiatan Awal/Pendahuluan		
	2.1 Berdoa bersama untuk mengawali pembelajaran; 2.2 Presensi peserta pelatihan, jika ada yang tidak masuk karena sakit misalnya, maka peserta diajak berdoa kembali agar teman yang sakit dapat segera sembuh dan berkumpul untuk bersekolah kembali; 2.3 Fasilitator menyampaikan tujuan pembelajaran yang akan dikembangkan; 2.4 Selanjutnya fasilitator menyajikan bentuk, struktur dan sifat karya tulis ilmiah.	5 menit	Curah pendapat, ceramah pemecahan masalah
3.	Kegiatan Inti		
	3.1 Fasilitator memberikan ceramah tentang pengertian sifat artikel ilmiah; 3.2 Fasilitator memberikan ceramah	35 menit	Metode pemberian tugas dan pendampingan

	tentang sikap ilmiah; 3.3 Fasilitator memberikan ceramah tentang bentuk dan struktur artikel ilmiah 3.4 Fasilitator berdiskusi dengan peserta pelatihan; 3.5 *Sharing* dalam kelas mengenai sikap ilmiah, sifat, bentuk, dan struktur artikel ilmiah; 3.6 Fasilitator menekankan kembali kesimpulan yang tepat.		
4.	Kegiatan Akhir		
	4.1 Fasilitator bersama-sama dengan peserta mengadakan refleksi terhadap proses pembelajaran hari itu, tentang beberapa hal yang perlu mendapat perhatian dari sikap ilmiah, sifat, bentuk, dan struktur artikel ilmiah; 4.2 Fasilitator memberi kesempatan peserta untuk mengungkapkan pengalaman setelah dilakukan *sharing*; 4.3 Berdoa bersama-sama sebagai menutup pelatihan	10 menit	Refleksi

3. Hasil

a. Peserta PLPG mempunyai kemampuan dalam menjelaskan kembali secara terurai mengenai sifat artikel ilmiah;

b. Peserta PLPG mempunyai kemampuan dalam menjelaskan kembali secara terurai mengenai karakter sikap ilmiah; yang selanjutnya mempunyai kecenderungan positif jika dihadapkan pada kasus plagiariasme misalnya;
c. Peserta PLPG mempunyai kemampuan dalam menjelaskan kembali secara terurai mengenai bentuk, dan struktur karya tulis ilmiah.

D. Rangkuman

Artikel ilmiah mempunyai bentuk, struktur, dan sifat-sifat tertentu. Oleh karena itu, penulisannya harus mengikuti pola, teknik, dan kaidah-kaidah tertentu juga. Pola dan teknik penulisan artikel ilmiah ini relatif konsisten diikuti oleh penerbitan ilmiah pada umumnya yang biasa dikenal sebagai jurnal atau majalah ilmiah. Walaupun demikian, setiap majalah ilmiah biasanya memiliki gaya selingkung yang berusaha dipertahankan konsistensinya sebagai penciri dan kriteria kualitas teknik dan penampilan majalah yang bersangkutan. Gaya selingkung itu secara rinci mungkin berbeda antara satu majalah ilmiah dan majalah ilmiah yang lain, tetapi biasanya semuanya masih mengikuti semua pedoman yang berlaku secara umum. Sementara itu kaidah-kaidah penulisan artikel ilmiah diharapkan diikuti oleh para penulis artikel sebagaimana sikap ilmiah diharapkan diikuti oleh para ilmuwan atau kode etik profesi oleh para profesional dalam bidangnya masing-masing. Dalam perspektif tertentu pemenuhan kaidah-kaidah penulisan artikel ilmiah ini dapat dipandang sebagai etika yang harus dipenuhi oleh para penulis artikel.

E. Tes Formatif

1. Tes Obyektif

Pilihlah salah satu jawaban yang paling tepat

1. Aspek-aspek yang menentukan karakteristik karya tulis, kecuali
   a. sikap penulis
   b. panjang tulisan
   c. struktur sajian
   d. penggunaan bahasa
2. Struktur sajian suatu karya tulis ilmiah pada umumnya terdiri dari
   a. pendahuluan, inti (pokok pembahasan), dan penutup
   b. pendahuluan, abstrak, bagian inti, simpulan
   c. abstrak, pendahuluan, bagian inti, simpulan
   d. abstrak, bagian inti, penutup
3. Bagian penutup suatu karya tulis ilmia, pada umumnya menyajikan tentang
   a. rangkuman dan tindak lanjut
   b. simpulan umum
   c. rekomendasi penulis
   d. simpulan dan saran
4. Substansi suatu karya tulis ilmiah dapat mencakup berbagai hal, dari yang paling sederhana sampai dengan yang paling kompleks. Berikut ini adalah contoh-contoh subatansi karya tulis ilmiah, kecuali
   a. pendidikan
   b. kebudayaan
   c. pemulung
   d. informatika
5. Dalam karya tulis ilmiah, penulis bersikap netral, obyektif, dan tidak memihak. Sikap ini sesuai dengan hakikat karya tulis ilmiah yang merupakan kajian berdasarkan pada, kecuali
   a. fakta atau kenyataan
   b. argumentasi
   c. teori yang diakui kebenarannya
   d. data empirik/hasil penelitian

6. Keobyektifan penulis karya tulis ilmiahdicerminkan dalam gaya bahasa yang bersifat
   a. resmi
   b. baku
   c. impersonal
   d. personal
7. Komponen suatu karya tulis ilmiah bervariasi sesuai dengan jenis karya tulis ilmiah dan tujuan penulisannya, namun pada um,umnya semua karya tulis ilmiah mempunayi komponen
   a. daftar pustaka
   b. abstrak
   c. daftar tabel
   d. lampiran
8. Berikut ini adalah ciri-ciri suatu karya tulis ilmiah, kecuali
   a. memaparkan bidang ilmu tertentu
   b. merupakan deskripsi suatu kejadian
   c. menggunakan gaya bahasa resmi
   d. disajikan secara sistematis
9. Di antara judul berikut, yang manakah yang paling sesuai untuk judul karya tulis ilmiah?
   a. senjata makan tuan
   b. kumbang cantik pengisap madu
   c. pengaruh gizi pada pertumbuhan anak
   d. pengaruh obat bius yang menghebohkan
10. Untuk membedakan karya tulis ilmiah dan karya tulis bukan ilmiah, seseorang dapat mengkaji berbagai aspek tulisan. Salah satu aspek yang dapat digunakan sebagai pembeda adalah
    a. sistematika tulisan
    b. panjang tulisan
    c. ragam bahasa yang digunakan
    d. pengarang

2. Tes Uraian

1. Setelah membaca uraian di atas, coba bapak dan ibu simpulkan bagaimana caranya mengenal karakteristik karya tulis ilmiah. Jelaskan mengapa bapak dan ibu menyimpulkan seperti itu?
2. Sebutkan asspek-aspek yang dapat menggambarkan karakteristik suatu karya tulis ilmiahdan berikan penjelasan singkat untuk setiap aspek. Berdasarkan uraian itu, coba simpulkan karakteristik karya tulis ilmiah!
3. Secara umum, struktur sajian suatu karya tulis ilmiah terdiri dari bagian awal, inti, dan bagian penutup. Coba jelaskan deskripsi masing-masing bagian dan apa bedanya dengan struktur sajian karya non ilmiah?

BAB III KEGIATAN BELAJAR II
ARTIKEL HASIL PEMIKIRAN DAN HASIL PENELITIAN

A. Kompetensi dan Indikator

Pada kegiatan belajar yang kedua ini akan dibahas bagaimana menentukan kelayakan ide untuk dituangkan ke dalam tulisan serta struktur tulisan konseptual. Pembahasan mengenai materi ini akan bermanfaat pada saat bapak dan ibu menulis artikel konseptual. Di samping itu akan dibahas juga teknik menulis karya tulis ilmiah atas dasar hasil penelitian. Berkaitan uraian di atas, maka setelah menyelesaikan kegiatan berlajar kedua ini, bapak dan ibu diharapkan mempunyai kemampuan dalam:

1. Menjelaskan pembuatan judul karya tulis yang bersifat konseptual maupun atas dasar hasil penelitian;
2. Menjelaskan abstrak dan kata kunci karya tulis yang bersifat konseptual maupun atas dasar hasil penelitian;
3. Menjelaskan penulisan pendahuluan karya tulis yang bersifat konseptual maupun atas dasar hasil penelitian
4. Menjelaskan penulisan metode karya tulis yang bersifat konseptual maupun atas dasar hasil penelitian;
5. Menjelaskan penulisan hasil penelitian karya tulis yang bersifat konseptual maupun atas dasar hasil penelitian;
6. Menjelaskan penulisan pembahasan karya tulis yang bersifat konseptual maupun atas dasar hasil penelitian
7. Menjelaskan penulisan simpulan dan saran karya tulis yang bersifat konseptual maupun atas dasar hasil penelitian;
8. Menjelaskan penulisan daftar pustaka karya tulis yang bersifat konseptual maupun atas dasar hasil penelitian

B. Uraian Materi

1. Artikel Hasil Pemikiran

Artikel hasil pemikiran adalah hasil pemikiran penulis atas suatu permasalahan, yang dituangkan dalam bentuk tulisan. Dalam upaya untuk menghasilkan artikel jenis ini penulis terlebih dahulu mengkaji sumber-sumber yang relevan dengan permasalahannya, baik yang sejalan maupun yang bertentangan dengan apa yang dipikirkannya. Sumber-sumber yang dianjurkan untuk dirujuk dalam rangka menghasilkan artikel hasil pemikiran adalah juga artikel-artikel hasil pemikiran yang relevan, hasil-hasil penelitian terdahulu, di samping teori-teori yang dapat digali dari buku-buku teks.

Bagian paling vital dari artikel hasil pemikiran adalah pendapat atau pendirian penulis tentang hal yang dibahas, yang dikembangkan dari analisis terhadap pikiran-pikiran mengenai masalah yang sama yang telah dipublikasikan sebelumnya, dan pikiran baru penulis tentang hal yang dikaji, jika memang ada. Jadi, artikel hasil pemikiran bukanlah sekadar kolase atu tempelan cuplikan dari sejumlah artikel, apalagi pemindahan tulisan dari sejumlah sumber, tetapi adalah hasil pemikiran analitis dan kritis penulisnya.

Artikel hasil pemikiran biasanya terdiri dari beberapa unsur pokok, yaitu judul, nama penulis, abstrak dan kata kunci, pendahuluan, bagian inti atau pembahasan, penutup, dan daftar rujukan. Uraian singkat tentang unsur-unsur tersebut disampaikan di bawah ini.

a. Judul

Judul artikel hasil pemikiran hendaknya mencerminkan dengan tepat masalah yang dibahas. Pilihan kata-kata harus tepat, mengandung unsur-unsur utama masalah, jelas, dan setelah disusun dalam bentuk judul harus memiliki daya tarik yang kuat

bagi calon pembaca. Judul dapat ditulis dalam bentuk kalimat berita atau kalimat tanya. Salah satu ciri penting judul artikel hasil pemikiran adalah bersifat ”provokatif”, dalam arti merangsang pembaca untuk membaca artikel yang bersangkutan. Hal ini penting karena artikel hasil pemkiran pada dasarnya bertujuan untuk membuka wacana diskusi, argumentasi, analisis, dan sintesis pendapat-pendapat para ahli atau pemerhati bidang tertentu. Perhatikan judul-judul artikel di bawah ini, dan lakukan evaluasi terhadap judul-judul tersebut untuk melihat apakah kriteria yang disebutkan di atas terpenuhi.

- *Membangun Teori melalui Pendekatan Kualitatif* (Forum Penelitian Kependidikan Tahun 7, No. 1)
- *Repelita IV: A Cautious Development Plan for Steady Growth* (Kaleidoscope International Vol. IX No.1)
- *Interpreting Student’s and Teacher’s Discourse in Science Classes: An Underestimated Problem?* (Journal of Research in Science Teaching Vol. 33, No.2.)

Di dalam contoh-contoh judul di atas seharusnya tercermin ciri-ciri yang diharapkan ditunjukan oleh artikel hasil pemikiran seperti provokatif, argumentative, dan analitik.

b. Nama Penulis

Untuk menghindari bias terhadap senioritas dan wibawa atau inferioritas penulis, nama penulis artikel ditulis tanpa disertai gelar akademik atau gelar profesional yang lain. Jika dikehendaki gelar kebangsawanan atau keagamaan boleh disertakan. Nama lembaga tempat penulis bekerja sebagai catatan kaki di halaman pertama. Jika penulis lebih dari dua orang, hanya nama penulis utama saja yang dicantumkan disertai tambahan dkk. (dan kawan-kawan). Nama penulis lain ditulis dalam catatan kaki atau dalam catatan

akhir jika tempat pada catatan kaki atau di dalam catatan akhir jika tempat pada catatan kaki tidak mencukupi.

c. Abstrak dan Kata Kunci

Abstrak artikel hasil pemikiran adalah ringkasan dari artikel yang dituangkan secara padat; bukan komentar atau pengantar penulis. Panjang abstrak biasanya sekitar 50-75 kata yang disusun dalam satu paragraf, diketik dengan spasi tunggal. Format lebih sempit dari teks utama (margin kanan dan margin kiri menjorok masuk beberapa ketukan).

Dengan membaca abstrak diharapkan (calon) pembaca segera memperoleh gambaran umum dari masalah yang dibahas di dalam artikel. Ciri-ciri umum artikel hasil pemikiran seperti kritis dan provokatif hendaknya juga sudah terlihat di dalam abstrak ini, sehingga (calon) pembaca tertarik untuk meneruskan pembacaannya.

Abstrak hendaknya juga disertai dengan 3-5 kata kunci, yaitu istilah-istilah yang mewakili ide-ide atau konsep-konsep dasar yang terkait dengan ranah permasalahan yang dibahas dalam artikel. Jika dapat diperoleh, kata-kata kunci hendaknya diambil dari tesaurus bidang ilmu terkait. Perlu diperhatikan bahwa kata-kata kunci tidak hanya dapat dipetik dari judul artikel, tetapi juga dari tubuh artikel walaupun ide-ide atau konsep-konsep yang diwakili tidak secara eksplisit dinyatakan atau dipaparkan di dalam judul atau tubuh artikel. Perhatikan contoh abstrak dan kata-kata kunci berikut ini.

> **Abstract:** Theory Generation through Qualitative Study. A qualitative study is often contrasted with its quantitative counterpart. These two approaches are more often inappropriately considered as two different schools of thought than as two different tools. In fact these two approaches serve different purposes. A qualitative study

takes several stage in generating theories. Business transaction pattern and market characteristic, for example, can be investigated through qualitative study, while their tendencies, frequencies, and other related quantitative values can be more appropriately investigated through quantitative study.

Key words: qualitative study, theory development

d. Pendahuluan

Bagian ini menguraikan hal-hal yang dapat menarik perhatian pembaca dan memberikan acuan (konteks) bagi permasalahan yang akan dibahas, misalnya dengan menonjolkan hal-hal yang kontroversial atau belum tuntas dalam pembahasan permasalahan yang terkait dengan artikel-artikel atau naskah-naskah lain yang telah dipublikasikan terdahulu. Bagian pendahuluan ini hendaknya diakhiri dengan rumusan singkat (1-2 kalimat) tentang hal-hal pokok yang akan dibahas dan tujuan pembahasan. Perhatikan tiga segmen bagian pendahuluan dalam contoh di bawah ini.

> Partisipasi masyarakat merupakan unsur yang paling penting sekali bagi keberhasilan program pendidikan. Catatan sejarah pendidikan di negara-negara maju dan dikelompok-kelompok masyarakat yang telah berkembang kegiatan pendidikan menunjukan bahwa keadaan dunia pendidikan mereka sekarang ini telah dicapai dengan partisipasi masyarakat yang sangat signifikan di dalam berbagai bentuk. Di Amerika Serikat dalam tingkat pendidikan tinggi dikenal apa yang disebut “Land-Grant Universities...”dst.
>
> Terdapat perbedaan pendapat di kalangan para ahli yang berkaitan dengan menurunnya partisipasi masyarakat dalam pengembangan pendidikan. Sebagian ahli berpendapat bahwa sistem politik yang kurang demokratis dan budaya masyarakat paternalistik telah menyebabkan rendahnya partisipasi. Sementara itu penulis-penulis lain lebih memfokus pada faktor-faktor ekonomi...

> Dari kajian terhadap berbagai tulisan dan hasil penelitian disebutkan di muka terlihat masih terdapat beberapa hal yang belum jelas benar atau setidak-tidaknya masih menimbulkan keraguan mengenai sebab-sebab menurunnya mutu partisipasi masyarakat dalam pengembangan pendidikan. Dalam artikel-artikel ini akan dibahas kemungkinan-kemungkinan menurunnya partisipasi masyarakat tersebut berdasarkan analisis ekonomi pendidikan. Diharapka, dengan analisis ini kekurangan analisis terdahulu dapat dikurangi dan dapat disusun penjelasan baru yang lebih komprehensif.

Di dalam petikan bagian pendahuluan di atas dapat dilihat alur argumentasi yang diikuti penulis untuk menunjukan masih adanya perbedaan pandangan tentang menurunnya partisipasi masyarakat di dalam pengembangan pendidikan. Tinjauan dari berbagai sudut pandang telah menghasilkan kesimpulan yang beragam, yang membuka kesempatan bagi penulis untuk menampilkan wacana penurunan partisipasi masyarakat dalam pengembangan pendidikan dari sudut pandang yang lan.

e. Bagian Inti

Isi bagian ini sangat bervariasi, lazimnya berisi kupasan, analisis, argumentasi, komparasi, keputusan, dan pendirian atau sikap penulis mengenai masalah yang dibicarakan. Banyaknya subbagian juga tidak ditentukan, tergantung kepada kecukupan kebutuhan penulis untuk menyampaikan pikiran-pikirannya. Di antara sifat-sifat artikel terpenting yang seharusnya ditampilkan di dalam bagian ini adalah kupasan yang argumentatif, analitik, dan kritis dengan sistematika yang runtut dan logis, sejauh mungkin juga berciri komparatif dan menjauhi sikap tertutup dan instruktif. Walaupun dmikian, perlu dijaga agar tampilan bagian ini tidak terlalu panjang dan menjadi bersifat enumeratif seperti diktat. Penggunaan subbagian dan sub-subbagian yang terlalu banyak

juga akan menyebabkan artikel tampil seperti diktat. Perhatikan contoh-contoh petikan bagian inti artikel berikut ini.

> Science earns its place on the curriculum because there is cultural commitment to the value of the knowledge and the practices by which this body of ideas has been derived. Hence, any consideration of the theoretical implementation must start by attempting to resolve the aims and intentions of this cultural practice…(Dari Osborne, 1996:54).

> Dalam situasi yang dicontohkan di atas perubahan atau penyesuaian paradigma dan praktik-praktik pendidikan adalah suatu keharusan jika dunia pendidikan Indonesia tidak ingin tertinggal dan kehilangan perannya sebagai wahana untuk menyiapkan generasi masa datang ironisnya, kalangan pendidikan sendiri tidak dengan cepat mengantisipasi, mengembangkan dan mengambil inisiatif inovasi yang diperlukan, walaupun kesadaran akan perlunya perubahan-perubahan tertentu sudah secara luas dirasakan. Hesrh dan McKibbin (1983:3) menyatakan bahwa sebenarnya banyak pihak telah menyadari perlunya inovasi…(Dari Ibnu, 1996:2)

> John Hassard (1993) suggested that, ‘Unlike modern industrial society, where production was the cornerstone, in the post modern society simulation structure and control social affairs. We, at witnesses, are producing simulation whitin discorses. We are fabricating words, not because we are “falsyfaying” data, or “lying” about what we have learned, but because we are constructing truth within a shifting, but always limited discourse.’ (Dari Ropers-Huilman, 1997:5)

Di dalam contoh-contoh bagian inti artikel hasil pemikiran di atas dapat dilihat dengan jelas bagian yang paling vital dari jenis artikel ini yaitu posisi atau pendirian penulis, seperti terlihat di dalam kalimat-kalimat: (1) Hence, any consideration of the theoretical base of science and its practical implementation must start by…, (2) Dalam situasi yang dicontohkan di atas perubahan atau penyesuaian paradigma dan praktek-praktek pendidikan, adalah suatu keharusan jika…, (3)…We are fabricating words not because …, or ‘lying’ about…, but…dan seterusnya.

f. Penutup atau Simpulan

Penutup biasanya diisi dengan simpulan atau penegasan pendirian penulis atas masalah yang dibahas pada bagian sebelumnya. Banyak juga penulis yang berusaha menampilkan segala apa yang telah dibahas di bagian terdahulu, secara ringkas. Sebagian penulis menyertakan saran-saran atau pendirian alternative. Jika memang dianggap tepat bagian terakhir ini dapat dilihat pada berbagai artikel jurnal. Walaupun mungkin terdapat beberapa perbedaan gaya penyampaian, misi bagian akhir ini pada dasarnya sama: mengakhir diskusi dengan suatu pendirian atau menyodorkan beberapa alternative penyelesaian. Perhatikan contoh-contoh berikut.

> Konsep pemikiran tentang Demokrasi Ekonomi pada prinsipnya adalah khas Indonesia. menurut Dr. M. Hatta dalam konsep Demokrasi Ekonomi berlandaskan pada tiga hal, yaitu: (a) etika sosial yang tersimpul dalam nilai-nilai Pancasila; (b) rasionalitas ekonomi yang diwujudkan dengan perencanaan ekonomi oleh negara; dan (c) organisasi ekonomi yang mendasarkan azas bersama/koperasi.
>
> Isu tentang pelaksanaan Demokrasi Ekonomi dalam sistem perekonomian Indonesia menjadi menarik dan ramai pada era tahun 90-an. Hal tersebut terjadi sebagai reaksi atas permasalahan konglomerasi di Indonesia. Perlu diupayakan hubungan kemitraan yang baik antara pelaku ekonomi dalam sistem perekonomian Indonesia. Pada saat ini nampak sudah ada *political will* dari pemerintah kita terhadap kegiatan ekonomi berskala menengah dan kecil. Namun demikian kemampuan politik saja tidak cukup tanpa disertai keberanian politik. Semangat untuk berpihak pada pengembangan usaha berskala menengah dan kecil perlu terus digalakkan, sehingga tingkat kesejahteraan seluruh msyarakat dapat ditingkatkan.
>
> (Dari Supriyanto, 1994:330-331)

> if, as has been discussed in this article, argumentation has a central role play in science and learning about science, then its current omission is a problem that needs to be seriously addressed. For in the light of our emerging understanding of science as social practice, with rhetoric and argument as a central feature, to continue with current approaches to the teaching of science would be to misrepresent science and its nature. If his pattern is to change, then it seems crucial that any intervention should pay attention not only to ways of enhancing the argument skills of young people, but also improving teachers' knowledge, awareness, and competence in managing student participation in discussion and argument. Given that, for good or for ill, science and technology have ascended to ascended to a position of cultural dominance, studying the role of argument in science offers a means of prying open the black box that is science. Such an effort would seem well advised-both for science and its relationship with the public, and the public and its relationship with science.
>
> (Dari Driver, Newton & Osborne, 2000:309)

g. Daftar Rujukan

Bahan rujukan yang dimasukan dalam daftar rujukan hanya yang benar-benar dirujuk di dalam tubuh artikel. Sebaliknya, semua rujukan yang telah disebutkan dalam tubuh artikel harus tercatat di dalam daftar rujukan. Tata aturan penulisan daftar rujukan bervariasi, tergantung gaya selingkung yang dianut. Walaupun demikian, harus senantiasa diperhatikan bahwa tata aturan ini secara konsisten diikuti dalam setiap nomor penelitian.

2. Artikel Hasil Penelitian

Artikel hasil penelitian sering merupakan bagian yang paling dominan dari sebuah jurnal. Berbagai jurnal bahkan 100% berisi artikel jenis ini. *Jurnal Penelitian Kependidikan* yang diterbitkan oleh Lembaga Penelitian Universitas Negeri Malang, misalnya, dan *Journal of Research in Science Teaching*; termasuk kategori jurnal

yang semata-mata memuat hasil penelitian. Sebelum ditampilkan dalam sebagai artikel dalam jurnal, laporan penelitian harus disusun kembali agar memenuhi tata tampilan karangan sebagaimana yang dianjurkan oleh dewan penyunting jurnal yang bersangkutan dan tidak melampaui batas panjang karangan. Jadi, artikel hasil penelitian bukan sekadar bentuk ringkas atau ”pengkerdilan” dari laporan teknis, tetapi merupakan hasil kerja penulisan baru, yang dipersiapkan dan dilakukan sedemikian rupa sehingga tetap menampilkan secara lengkap semua aspek penting penelitian, tetapi dalam format artikel yang jauh lebih kompak dan ringkas daripada laporan teknis aslinya.

Bagian-bagian artikel hasil penelitian yang dimuat dalam jurnal adalah judul, nama penulis, abstrak dan kata kunci, bagian pendahuluan, metode, hasil penelitian, pembahasan, kesimpulan dan saran, dan daftar rujukan.

a. Judul

Judul artikel hasil penelitian diharapkan dapat dengan tepat memberikan gambaran mengenai penelitian yang telah dilakukan. Variabel-variabel penelitian dan hubungan antar variabel serta informasi lain yang dianggap penting hendaknya terlihat dalam judul artikel. Walaupun demikian, harus dijaga agar judul artikel tidak menjadi terlalu panjang. Sebagaimana judul penelitian, judul artikel umumnya terdiri dari 5-15 kata. Berikut adalah beberapa contoh.

- *Pengaruh Metode Demonstrasi Ber-OHP terhadap Hasil Belajar Membuat Pakaian Siswa SMKK Negeri Malang* (Forum Penelitian Kependidikan Tahun 7, No.1).
- *Undergraduate Science Students’ Images of the Nature of Science* (Research presented at the American Educational

Research Association Annual Conference, Chicago, 24-28 March 1997).

- *Effect of Knowledge and Persuasion on High-School Students' Attitudes towards Nuclear Power Plants* (Journal of Research in Science Teaching Vol.32, Issue 1).

Jika dibandingkan judul-judul di atas, akan sgera tampak perbedaannya dengan judul artikel hasil pemikiran, terutama dengan terlihatnya variabel-variabel utama yang diteliti seperti yang diperlihatkan pada judul yang pertama dan ketiga.

b. Nama Penulis

Pedoman penulisan nama penulis untuk artikel hasil pemikiran juga berlaku untuk penulisan artikel hasil penelitian.

c. Abstrak dan Kata Kunci

Dalam artikel hasil penelitian abstrak secara ringkas memuat uraian mengenai masalah dan tujuan penelitian, metode yang digunakan, dan hasil penelitian. Tekanan terutama diberikan kepada hasil penelitian. Panjang abstrak lebih kurang sama dengan panjang artikel hasil pemikiran dan juga dilengkapi dengan kata-kata kunci (3-5 buah). Kata-kata kunci menggambarkan ranah masalah yang diteliti. Masalah yang diteliti ini sering tercermin dalam variable-variabel penelitian dan hubungan antara variable-variabel tersebut. Walaupun demikian, tidak ada keharusan kata-kata kunci diambil dari variabel-variabel penelitian atau dari kata-kata yang tercantum di dalam judul artikel.

Contoh abstrak:

Abstract: The aim of this study was to asses the readiness of elementary school teachers in mathematic teaching, from the point of view of the teacher mastery of the subject. Forty two

elementary school teachers from Kecamatan Jabung, Kabupaten Malang were given a test in mathematic which was devided in to two part, arithmatics and geometry. A minimum mastery score of 65 was set for those who would be classified as in adequate readiness as mathematics teachers. Those who obtained scores of less than 65 were classified as not in adequate readiness in teaching. The result of the study indicated that 78,8% of the teachers obtained scores of more than 65 in geometry. Sixty nine point five percent of the teachers got more than 65 arithmetic, and 69,5% gained scores of more than 65 scores in both geometry and arithmetics.

Key words: mathematic teaching, teaching readiness, subject mastery.

d. Pendahuluan

Banyak jurnal tidak mencantumkan subjudul untuk pendahuluan. Bagian ini terutama berisi paparan tentang permasalaha penelitian, wawasan, dan rencana penulis dalam kaitan dengan upaya pemecahan masalah, tujuan penelitian, dan rangkuman kajian teoretik yang berkaitan dengan masalah yang diteliti. Kadang-kadang juga dimuat harapan akan hasil dan manfaat penelitian.

Penyajian bagian pendahuluan dilakukan secara naratif, dan tidak perlu pemecahan (fisik) dari satu subbagin ke subbagian lain. Pemisahan dilakukan dengan penggantian paragraf.

e. Metode

Bagian ini menguraikan bagaimana penelitian dilakukan. Materi pokok bagian ini adalah rancangan atau desain penelitian, sasaran atau target penelitian (populasi dan sampel), teknik pengumpulan data dan pengembangan instrumen, dan teknik analisis data. Sub-subbagian di atas umumnya (atau sebaiknya) disampaikan dalam format esei dan sesedikit mungkin menggunakan format enumeratif, misalnya:

Penelitian ini dilakukan dengan menggunakan pendekatan kualitatif dengan rancangan observasi partisipatori. Peneliti terjun langsung ke dalam keidupan masyarakat desa, ikut serta melakukan berbagai aktivitas sosial sambil mengumpulkan data yang dapat diamati langsung di lapangan atau yang diperoleh dari informan kunci. Pencatatan dilakukan tidak langsung tetapi ditunda sampai peneliti dapat ”mengasingkan diri” dari anggota masyarakat sasaran. Informasi yang diberikan dari informan kunci diuji dengan membandingkannya dengan pendapat nara sumber yang lain. Analisis dengan menggunakan pendekatan...

Rancangan eksperimen *pretest-posttest control group design* digunakan dalam penelitian ini. Subjek penelitian dipilih secara random dari seluruh siswa kelas 3 kemudian secara random pula ditempatkan ke dalam kelompok percobaan dan kelompok control. Data diambil dengan menggunakan tes yang telah dikembangkan dan divalidasi oleh Lembaga Pengembangan Tes Nasional. Analisis data dilakukan dengan...

f. Hasil Penelitian

Bagian ini memuat hasil penelitian, tepatnya hasil analisis data. Hasil yang disajikan adalah hasil bersih. Pengujian hipotesis dan penggunaan statistic tidak termasuk yang disajikan.

Penyampaian hasil penelitian dapat dibantu dengan pengguaan tabel dan grafik (atau bentuk/format komunikasi yang lain). Grafik dan tabel harus dibahas dalam tubuh artikel tetapi tidak dengan cara pembahasan yang rinci satu per satu. Penyajian hasil yang cukup panjang dapat dibagi dalam beberapa subbagian

Contoh:

Jumlah tulisan dari tiga suku ranah utama yang dimuat di dalam berbagai jurnal, dalam kurun waktu satu sampai empat tahun dapat dilihat dalam Tabel 1.

Tabel 3.1 Distribusi Jumlah Tulisan dari Tiga Suku Ranah Pendidikan Sains yang Dimuat dalam Berbagai Jurnal antara Januari 1994-Juli 1997

Suku ranah	1994	1995	1996	1997	Jumlah
Konsep	7	7	13	6	32
Sci. Literacy	5	3	14	6	28
Teori & Pengaj.	2	12	1	5	20
Jumlah 3 suku ranah					80
Lain-lain					46

Dari tabel 3.1 di atas terlihat bahwa frekuensi pemunculan artikel dari tiga suku ranah tersebut di atas jauh melebihi suku-suku ranah yang lain, yaitu 80:46. hal ini menunjukan bahwa...dst.

g. Pembahasan

Bagian ini merupakan bagian terpenting dari artikel hasil penelitian. Penulis artikel dalam bagian ini menjawab pertanyaan-pertanyaan penelitian dan menunjukan bagaimana temuan-temuan tersebut diperoleh, mengintepretasikan temuan, mengaitkan temuan penelitian dengan struktur pengetahuan yang telah mapan, dan memunculkan ”teori-teori” baru atau modifikasi teori yang telah ada.

Contoh:

Dari temuan penelitian yang diuraikan dalam artikel ini dapat dilihat bahwa berbagai hal yang berkaitan dengan masalah kenakalan remaja yang selama ini diyakini kebenarannya menjadi goyah. Kebenaran dari berbagai hal tersebut ternyata tidak berlaku secara universal tetapi kondisional. Gejala-gejala kenakalan remaja tertentu hanya muncul apabila kondisi lingkungan sosial setempat mendukung akan terjadinya bentuk-bentuk kenalan terkait.

Hal ini sesuai dengan teori *selektive cases* dari Lincoln (1987:13) yang menyatakan bahwa...

h. Simpulan dan Saran

Simpulan menyajikan ringkasan dari uraian mengenai hasil penelitian dan pembahasan. Dari kedua hal ini dikembangakan pokok-pokok pikiran (baru) yang merupakan esensi dari temuan penelitian. Saran hendaknya dikembangkan berdasarkan temuan penelitian. Saran dapat mengacu kepada tindakan praktis, pengembangan teori baru, dan penelitian lanjutan.

i. Daftar Rujukan

Daftar rujukan ditulis dengan menggunakan pedoman umum yang juga berlaku bagi penulis artikel nonpenelitian.

3. Penutup

Perbedaan dasar antara artilkel hasil pemikiran dan artikel hasil penelitian terletak pada bahan dasar yang kemudian dikembangkan dan dituangkan ke dalam artikel. Bahan dasar artikel hasil pemikiran adalah hasil kajian atau analisis penulis atas suatu masalah. Bagian terpenting dari artikel jenis ini adalah pendirian penulis tentang masalah yang dibahas dan diharapkan memicu wahana baru mengenai masalah tersebut. Artikel hasil penelitian, dilain pihak, dikembangkan dari laporan teknis penelitian dengan tujuan utama untuk memperluas penyebarannya dan secara akumulatif-dengan hasil penelitian peneliti-peneliti lain-memperkaya khasanah pengetahuan tentang masalah yang diteliti.

Perbedaan isi kedua jenis artikel memerlukan struktur dan sistematika penulisan yang berbeda untuk menjamin kelancaran dan keparipurnaan komunikasi. Walaupun demikian, dipandang tidak perlu dikembangkan aturan-aturan yang terlalu mengikat dan baku, sehingga gaya selingkung masing-masing jurnal dapat

terakomodasikan dengan baik di dalam struktur dan sistematika penulisan yang disepakati.

Satu hal yang harus diupayakan oleh penulis, baik untuk artikel hasil pemikiran ataupun artikel hasil penelitian, adalah tercapainya maksud penulisan artikel tersebut, yaitu komunikasi yang efektif dan efisien tetapi tetap mempunyai daya tarik yang cukup tinggi. Selain itu, kaidah-kaidah komunikasi ilmiah yang lain seperti objektif, jujur, rasional, kritis, *up to date*, dan tidak arogan hendaknya juga diusahakan sekuat tenaga untuk dapat dipenuhi oleh penulis.

C. Lembar Kegiatan

1. Alat dan Bahan

a. Alat tulis;
b. Laptop
c. LCD proyektor;
d. Buku teks tentang teknik menulis karya ilmiah.

2. Langkah Kegiatan

No.	Kegiatan	Waktu	Metode
1.	Persiapan		
	Sebelum pembelajaran dimulai, Fasilitator perlu melakukan persiapan yaitu mempersiapkan semua peralatan dan bahan yang diperlukan dalam pembelajaran	5 menit	Mempersiapkan alat dan bahan
2.	Kegiatan Awal/Pendahuluan		
	2.5 Berdoa bersama untuk mengawali pembelajaran;	5 menit	Curah pendapat,

	2.6 Presensi peserta pelatihan, jika ada yang tidak masuk karena sakit misalnya, maka peserta diajak berdoa kembali agar teman yang sakit dapat segera sembuh dan berkumpul untuk bersekolah kembali; 2.7 Fasilitator menyampaikan tujuan pembelajaran yang akan dikembangkan; 2.8 Selanjutnya fasilitator menyajikan artikel ilmiah dalam bentuk hasil pemikiran konseptual dan hasil penelitian.		ceramah pemecahan masalah
3.	Kegiatan Inti		
	3.7 Fasilitator memberikan ceramah tentang pengertian penulisan karya tulis ilmiah hasil pemikiran konseptual 3.8 Fasilitator memberikan ceramah tentang penulisan karya tulis ilmiah hasil penelitian; 3.9 Fasilitator berdiskusi dengan peserta pelatihan; 3.10 *Sharing* dalam kelas mengenai karya tulis ilmiah hasil pemikiran konseptual; 3.11 *Sharing* dalam kelas mengenai karya tulis ilmiah hasil penelitian 3.12 Fasilitator menekankan kembali	35 menit	Metode pemberian tugas dan pendampingan

	kesimpulan yang tepat.		
4.	Kegiatan Akhir		
	4.4 Fasilitator bersama-sama dengan peserta mengadakan refleksi terhadap proses pembelajaran hari itu, tentang beberapa hal yang perlu mendapat perhatian 4.5 Fasilitator memberi kesempatan peserta untuk mengungkapkan pengalaman setelah dilakukan *sharing*; 4.6 Berdoa bersama-sama sebagai menutup pelatihan	10 menit	Refleksi

3. Hasil

a. Peserta PLPG mempunyai kemampuan dalam menjelaskan kembali secara terurai mengenai penulisan karya tulis ilmiah hasil pemikiran;

b. Peserta PLPG mempunyai kemampuan dalam menjelaskan kembali secara terurai mengenai penulisan karya tulis ilmiah hasil penelitian;

D. Rangkuman

Perbedaan dasar antara artilkel hasil pemikiran dan artikel hasil penelitian terletak pada bahan dasar yang kemudian dikembangkan dan dituangkan ke dalam artikel. Bahan dasar artikel hasil pemikiran adalah hasil kajian atau analisis penulis atas suatu masalah. Bagian terpenting dari artikel jenis ini adalah pendirian penulis tentang masalah yang dibahas dan diharapkan memicu wahana baru mengenai masalah tersebut. Artikel hasil penelitian, dilain pihak,

dikembangkan dari laporan teknis penelitian dengan tujuan utama untuk memperluas penyebarannya dan secara akumulatif-dengan hasil penelitian peneliti-peneliti lain-memperkaya khasanah pengetahuan tentang masalah yang diteliti.

Perbedaan isi kedua jenis artikel memerlukan struktur dan sistematika penulisan yang berbeda untuk menjamin kelancaran dan keparipurnaan komunikasi. Walaupun demikian, dipandang tidak perlu dikembangkan aturan-aturan yang terlalu mengikat dan baku, sehingga gaya selingkung masing-masing jurnal dapat terakomodasikan dengan baik di dalam struktur dan sistematika penulisan yang disepakati.

Satu hal yang harus diupayakan oleh penulis, baik untuk artikel hasil pemikiran ataupun artikel hasil penelitian, adalah tercapainya maksud penulisan artikel tersebut, yaitu komunikasi yang efektif dan efisien tetapi tetap mempunyai daya tarik yang cukup tinggi. Selain itu, kaidah-kaidah komunikasi ilmiah yang lain seperti objektif, jujur, rasional, kritis, *up to date*, dan tidak arogan hendaknya juga diusahakan sekuat tenaga untuk dapat dipenuhi oleh penulis.

E. Tes Formatif

1. Tes Obyektif

Pilihlah salah satu jawaban yang paling tepat

1. Artikel dapat dikelompokkan menjadi
   a. artikel laporan dan artikel rujukan
   b. artikel konseptual dan artikel teoritis
   c. artikel hasil telaahan dan artikel teoritis
   d. artikel hasil laporan dan artikel hasil telaahan
2. Dari sudut ide, salah satu dari empat faktor yang harus diperhatikan untuk menghasilkan tulisan ilmiah yang berkualitas tinggi adalah
   a. kelayakan ide untuk dipublikasikan

b. wacana tentang ide yang sedang berkembang
c. kesiapan ide untuk didiskusikan
d. persamaan persepsi para ahli di bidang yang sama

3. Tulisan analisis konseptual terdiri dari
   a. judul, abstrak, data, pembahasan, dan referensi
   b. judul, abstrak, pendahuluan, diskusi, referensi
   c. judul pendahuluan, diskusi, kesimpulan referensi
   d. judul, pendahuluan, temuan, pembahasan, referensi
4. Dalam suatu artikel konseptual, bagaimana teori/konsep yang ditawarkan dapat berkontribusi dalam peta pengetahuan dimuat pada bagian
   a. abstrak
   b. pendahuluan
   c. diskusi
   d. referensi
5. Referensi memuat semua rujukan yang
   a. pernah dibaca penulis
   b. perlu dibaca pembaca
   c. dimuat dalam badan tulisan
   d. diperlukan dalam pengembangan tulisan
6. Salah satu dari tiga pertanyaan yang harus dijawab di bagian pendahuluan adalah berikut ini
   a. apa inti teori/konsep yang dibahas?
   b. mengapa konsep itu dibahas?
   c. Apa kesimpulan yang dapat ditarik?
   d. Apa tindak lanjut yang perlu dilakukan?
7. Salah satu hal yang harus dihindari pada saat menulis hasil penelitian adalah
   a. menjelaskan partisipan
   b. menulis masalah yang sudah pernah dibahas
   c. memecah satu penelitian menjadi beberapa artikel

d. melaporkan korelasi yang dibahas dalam penelitian

8. Pemilihan penggunaan kata dan kalimat yang tidak provokatif dalam laporan atau artikel merupakan salah satu contoh upaya untuk menjaga kualitasdari aspek
   a. panjang tulisan
   b. nada tulisan
   c. gaya tulisan
   d. bahasa tulisan
9. Rekomendasi untuk judul adalah
   a. 8-10 kata
   b. 10-12 kata
   c. 12-15 kata
   d. 15-30 kata
10. Dalam suatu laporan atau artikel hasil penelitian, kontribusi penelitian dapat dilihat di bagian
    a. pendahuluan
    b. metode
    c. hasil
    d. diskusi

2. Tes Uraian

1. Jelaskan mengapa abstrak merupakan bagian terpenting dalam laporan dan artikel penelitian
2. Sebut dan jelaskan perbedaan karya tulis ilmiah hasil pemikian dan hasil penelitian!
3. Carilah salah satu artikel hasil penelitian, telaah unsur-unsur yang terdapat pada artikel itu!

BAB IV KEGIATAN BELAJAR III
PRAKTIK PENULISAN KARYA TULIS ILMIAH

A. Kompetensi dan Indikator

Pada kegiatan belajar kedua telah disajikan bagaimana teknik menulis karya tulis ilmiah yang bersifat hasil pemikiran dan hasil penelitian. Pada kegiatan belajar yang ketiga ini berisi mengenai latihan peserta PLPG dalam menulis karya tulis ilmiah baik yang bersifat hasil pemikiran maupun hasil penelitian. Dengan demikian peserta PLPG diharapkan mempunyai keterampilan dalam menyusun karya tulis ilmiah yang dapat dikirimkan kepada pengelola jurnal penelitian pendidikan (JIP). Pada kesempatan ini akan dicontohkan beberapa petunjuk bagi penulis ilmu pendidikan. Oleh karena itu, indikator kegiatan belajar ketiga ini adalah:

1. mengenal format penulisan enumeratif;
2. mengenal format penulisan esay;
3. membuat karya tulis ilmiah baik yang bersifat hasil pemikiran maupun hasil penelitian.

B. Uraian Materi

1. Mengenai Format Tulisan

Semua bagian artikel yang dibicarakan di atas ditulis dalam format esai. Penggunaan format esai dalam penulisan artikel jurnal bertujuan untuk menjaga kelancaran pembacaan dan menjamin keutuhan ide yang ingin disampaikan. Dengan digunakannya format esai diharapkan pembaca memperoleh kesan seolah-olah berkomunikasi langsung, dan secara aktif berdialog dengan penulis. Bandingkan dua format petikan berikut:

Format Enumeratif

Sesuai dengan lingkup penyebaran jurnal yang bersangkutan maka *record* ISSN dilaporkan kepada pihak-pihak berikut:

(a) International Serials Data System di Paris untuk jurnal internasional
(b) Regional Center for South East Asia bagi wilayah Asia Teggara, dan
(c) PDII-LIPI untuk wilayah Indonesia.

Format Esei

Setiap *record* ISSNdilaporkan kepada internasional *Serial Data System* yang berkedudukan di Paris. Untuk kawasan Asia Tenggara dilaporkan melalui *Regional Center for South East Asia* dan untuk wilayah Indonesia dilaporkan kepada PDII-LIPI.

Di dalam hal-hal tertentu format *enumeratif* boleh digunakan, terutama apabila penggunaan format enumeratif tersebut benar-benar fungsional dan tidak tepat apabila diganti dengan format esei seperti dalam menyatakan urutan dan jadwal. Jika format esai masih dapat digunakan “penandaan” sejumlah elemen dapat dilakukan dengan format esei bernomor, seperti (1)…, (2)…, (3)…., dan seterusnya.

2. Petunjuk bagi Penulis Ilmu Pendidikan

a. Naskah diketik spasi ganda pada kertas kuarto sepanjang maksimal 20 halaman, dan diserahkan dalam bentuk cetakan (*print out*) komputer sebanyak 2 eksemplar beserta disketnya. Berkas (*file*) pada naskah pada disket dibuat dengan program olah kata *WordStar*, *WordPerfect* atau *MicroSoft Word*.

b. Artikel yang dimuat meliputi hasil penelitian dan kajian analitis-kritis setara dengan hasil penelitian di bidang filsafat kependidikan, teori kependidikan, dan praktik kependidikan.

c. Artikel ditulis dalam bahasa Indonesia atau Inggris dengan format

esai, disertai judul (*heading*), masing-masing bagian, kecuali bagian pendahuluan yang disajikan tanpa judul bagian. Peringkat judul bagian dinyatakan dengan jenis huruf yang berbeda (semua judul bagian dicetak **tebal** atau ***tebal miring***), dan *tidak menggunakan angka/nomor bagian*.

PERINGKAT 1 (HURUF BESAR SEMUA, RATA DENGAN TEPI KIRI)

Peringkat 2 (Huruf Besar Kecil, Rata dengan Tepi Kiri)

Peringkat 3 (Huruf Besar Kecil, Miring, Rata dengan tepi Kiri)

d. Sistematika artikel setara hasil penelitian: judul; nama penulis (tanpa gelar akademik); abstrak (maksimum 100 kata); kata-kata kunci; pendahuluan (tanpa sub judul) yang berisi latar belakang dan tujuan atau ruang lingkup tulisan; bahasan utama (dibagi ke dalam subjudul-subjudul); penutup atau kesimpulan; daftar rujukan (berisi pustaka yang dirujuk saja).

e. Sistematika artikel hasil penelitian: judul, nama penulis (tanpa gelar akademik); abstrak (maksimum 100 kata) yang berisi tujuan, metode, dan hasil penelitian; kata-kata kunci; pendahuluan (tanpa sub judul) yang berisi latar belakang, sedikit tinjauan pustaka, dan tujuan penelitian; metode; hasil; pembahasan; kesimpulan dan saran; daftar rujukan (berisi pustaka yang dirujuk saja).

f. Daftar Rujukan disusun dengan mengikuti tata cara seperti contoh berikut dan diurutkan secara alfabetis dan kronologis.

Anderson, D.W., Vault, V.D. & Dickson, C.E. 1993. Problems and Prospects for the Decades Ahead: Competency based Teacher Education. Berkeley: McCutchan Publishing Co.

Hanurawan, F. 1997. Pandangan Aliran Humanistik tentang Filsafat Pendidikan Orang Dewasa. *Ilmu Pendidikan: Jurnal Filsafat, Teori, dan Praktik Kependidikan*, Tahun 24, Nomor 2, Juli 1997, hlm. 127-137.

Huda, N. 1991. *Penulisan Laporan Penelitian untuk Jurnal*. Makalah

disajikan dalam Lokakarya Penelitian Tingkat Dasar bagi Dosen PTN dan PTS di malang Angkataan XIV, Pusat Penelitian IKIP MALANG, Malang, 12 Juli.

g. Tata cara penyajian kutipan, rujukan, tabel, dan gambar mengikuti ketentuan dalam *Pedoman Penulisan Karya Ilmiah: Skripsi, Tesis, Disertasi, Makalah, Artikel dan Laporan Penelitian* (Universitas Negeri Malang, 200). Artikel berbahasa Indonesia mengikuti aturan tentang penggunaan tanda baca dan ejaan yang dimuat dalam *Pedoman Umum Ejaan bahasa Indonesia yang Disempurnakan* (Depdikbud, 1987). Artikel berbahasa Inggris menggunakan ragam baku.

h. Pemeriksaan dan penyuntingan cetak-coba dilakukan oleh penyunting dan/atau melibatkan penulis. Artikel yang sudah dalam bentuk cetak-coba tidak dapat ditarik kembali oleh penulis.

i. Penulis yang artikelnya dimuat wajib memberi kontribusi biaya cetak *minimal sebesar Rp. 200.000,00* (*dua ratus ribu rupiah*) perjudul. Sebagai imbalannya, penulis menerima nomor bukti pemuatan sebanyak 2 (dua) eksemplar dan cetak lepas sebanyak 5 (lima) eksemplar yang akan diberikan jiuka kontribusi biaya cetak telah dibayar lunas.

C. Lembar Kegiatan

1. Alat dan Bahan

a. Alat tulis;
b. Laptop
c. LCD proyektor;
d. Buku teks tentang teknik menulis karya ilmiah
e. Kamera digital

2. Langkah Kegiatan

No.	Kegiatan	Waktu	Metode
1.	Persiapan		
	Sebelum pembelajaran dimulai, Fasilitator perlu melakukan persiapan yaitu mempersiapkan semua peralatan dan bahan yang diperlukan dalam pembelajaran	5 menit	Mempersiapkan alat dan bahan
2.	Kegiatan Awal/Pendahuluan		
	2.1 Berdoa bersama untuk mengawali pembelajaran; 2.2 Presensi peserta pelatihan, jika ada yang tidak masuk karena sakit misalnya, maka peserta diajak berdoa kembali agar teman yang sakit dapat segera sembuh dan berkumpul untuk bersekolah kembali; 2.3 Fasilitator menyampaikan tujuan pembelajaran yang akan dikembangkan; 2.4 Selanjutnya fasilitator menyajikan petunjuk bagi penulis ilmu pendidikan	5 menit	Curah pendapat, ceramah pemecahan masalah
3.	Kegiatan Inti		
	3.1 Fasilitator memberikan ceramah tentang format penulisan karya tulis ilmiah 3.2 Fasilitator memberikan ceramah	130 menit	Metode pemberian tugas dan pendampingan

	tentang salah satu contoh petunjuk bagi penulis ilmu pendidikan ; 3.3 Fasilitator berdiskusi dengan peserta pelatihan; 3.4 *Sharing* dalam kelas mengenai karya tulis ilmiah hasil pemikiran konseptual; 3.5 *Sharing* dalam kelas mengenai karya tulis ilmiah hasil penelitian 3.6 Fasilitator memberikan tugas menyusun karya tulis ilmiah baik dalam bentu pemikiran maupun hasil penelitian.		
4.	Kegiatan Akhir		
	4.1 Fasilitator bersama-sama dengan peserta mengadakan refleksi terhadap proses pembelajaran hari itu, tentang beberapa hal yang perlu mendapat perhatian 4.2 Fasilitator memberi kesempatan peserta untuk mengungkapkan pengalaman setelah dilakukan *sharing*; 4.3 Berdoa bersama-sama sebagai menutup pelatihan	10 menit	Refleksi

3. Hasil

a. Peserta PLPG mempunyai kemampuan dalam dalam menyusun karya tulis ilmiah dalam bentuk hasil pemikiran;

b. Peserta PLPG mempunyai kemampuan dalam dalam menyusun karya tulis ilmiah dalam bentuk hasil penelitian.

D. Rangkuman

1. Artikel (hasil penelitian) memuat:

   Judul
   Nama Penulis
   Abstrak dalam bahasa Indonesia dan bahasa Inggris
   Kata-kata kunci
   Pendahuluan (tanpa sub judul, memuat latar belakang masalah dan sedikit tinjauan pustaka, dan masalah/tujuan penelitian)
   Metode
   Hasil
   Pembahasan
   Kesimpulan dan Saran
   Daftar Rujukan (berisi pustaka yang *dirujuk* dalam uaraian saja)

2. Artikel (setara hasil penelitian) memuat:

   Judul
   Nama Penulis
   Abstrak dalam bahasa Indonesia dan bahasa Inggris
   Kata-kata kunci
   Pendahuluan (tanpa subjudul)
   Subjudul
   Subjudul } sesuai dengan kebutuhan
   Subjudul
   Penutup (atau Kesimpulan dan Saran)
   Daftar Rujukan (berisi pustaka *yang dirujuk* dalam uraian saja)

E. Tes Formatif

Peserta PLPG ditugasi menyusun karya tulis ilmiah dengan cara memilih salah satunya yaitu hasil pemikiran konseptual atau hasil penelitian. Tugas ini sifatnya individual. Fasilitator memberikan bimbingan dan pendampingan pada saat peserta PLPG menyusun karya tulis ilmiah. Tugas dapat ditulis menggunakan komputer atau tulis tangan. Ruangan bebas, tidak harus terkekang di dalam kelas.

KUNCI JAWABAN TES FORMATIF

Kegiatan Belajar 1

1. b
2. a
3. d
4. c
5. b
6. b
7. a
8. b
9. c
10. a

Kegiatan Belajar 2

1. c
2. a
3. b
4. c
5. c
6. a
7. c
8. b
9. b
10. d

DAFTAR PUSTAKA

Ditbinlitabmas Ditjen Dikti Depdikbud. 2000. *Instrumen Evaluasi untuk Akreditasi Berkala Ilmiah*. Ditbinlitabmas Dikti, LIPI, Ikapindo, dan Kantor Menristek: Jakarta.

Direktorat Profesi Pendidik, 2008. *Sistematika Penulisan Laporan KTI On-line*. Depdiknas: Jakarta.

Saukah, A. dan Waseso, G.M. 2001. *Menulis Artikel untuk Jurnal Ilmiah. Penerbit Universitas Negeri Malang (UM Press): Malang.*

Wardani, I.G.A.K. 2007. *Teknik Menulis Karya Ilmiah*. Penerbit Universitas Terbuka: Jakarta.

BUKU AJAR

PENULISAN KARYA TULIS ILMIAH

BAB I. PENDAHULUAN

A. Deskripsi

Buku Ajar mengenai “Penulisan Karya Tulis Ilmiah” ini meliputi materi pembelajaran tentang penulisan artikel ilmiah, jenis dan struktur artikel ilmiah, artikel hasil pemikiran, artikel hasil penelitian, format tulisan, serta praktik penulisan artikel ilmiah. Secara garis besar, buku ajar ini mengantarkan peserta PLPG untuk memahami materi-materi tersebut di atas, namun demikian peserta juga diminta untuk menyusun draft penulisan artikel ilmiah di bidang kompetensi masing-masing. Hal ini mempunyai tujuan agar setelah pelaksanaan matapelajaran ini peserta PLPG mempunyai kemampuan dalam menyusun artikel ilmiah yang siap dimasukkan ke dalam jurnal ilmiah yang tidak maupun terakreditasi.

Buku ajar “Penulisan Karya Tulis Ilmiah” ini mempunyai standar kompetensi dasar (1) mengenal penulisan artikel ilmiah; (2) mengenal perbedaan penulisan artikel ilmiah yang konseptual dan yang non konseptual; (3) mengenal format penulisan artikel ilmiah; dan (4) menyusun draft artikel ilmiah. Buku ajar ini mempunyai hubungan dengan buku ajar yang terutama adalah penelitian tindakan kelas. Karena standar kompetensi penelitian tindakan kelas adalah (1) mengenal metode penelitian tindakan kelas; (2) mengenal format laporan penelitian tindakan kelas, (3) menyusun draft proposal penelitian tindakan kelas. Jelas bahwa kompetensi dasar kedua mata pelajaran ini akan bersngkut paut, pada saat peserta PLPG berkeinginan untuk menuliskan hasil penelitian tindakan kelas ke dalam jurnal penelitian pendidikan.

B. Petunjuk Pembelajaran

Peserta PLPG harus selalu aktif mengikuti proses pembelajaran di kelas. Peserta PLPG aktif berdiskusi dengan pelatih, menanyakan hal-hal yang belum dipahami, selanjutnya mendiskusikan dengan teman lainnya. Di samping itu, peserta pelatihan mencermati contoh-contoh yang telah disajikan oleh pelatih dan yang tersaji di dalam buku ajar ini. Kemudian peserta PLPG harus belajar menyusun suatu draft artikel ilmiah yang selaras dengan format yang tersaji di dalam buku ajar ini. Hasil draft itu selanjutnya digunakan untuk memenuhi tugas mata pelajaran ini, serta dimintakan pendapat dari pelatih. Saran-saran dari pelatih yang belum dipahami perlu ditanyakan kembali kepada pelatih jika perlu meminta perbandingan dengan artikel yang telah termuat di dalam jurnal.

C. Kompetensi dan Indikator

1. Peserta mempunyai kemampuan dalam memahami kriteria penulisan artikel ilmiah;
2. Peserta mempunyai kemampuan dalam memahami jenis dan struktur artikel ilmiah;
3. Peserta mempunyai kemampuan dalam memahami artikel penulisan hasil pemikiran konseptual;
4. .Peserta mempunyai kemampuan dalam memahami artikel penulisan hasil penelitian;
5. Peserta mempunyai kemampuan dalam memahami format penulisan enumeratif;
6. Peserta mempunyai kemampuan dalam memahami format penulisan esai;
7. Peserta mempunyai kemampuan dan keterampilan dalam menyusun draft artikel ilmiah.

BAB II. KEGIATAN BELAJAR I
JENIS DAN STRUKTUR ARTIKEL ILMIAH

A. KOMPETENSI DAN INDIKATOR

Karya ilmiah tentu sudah merupakan bacaan yang sangat akrab dengan peserta PLPG. Sebagai guru, bapak dan ibu sudah sering membaca berbagai artikel, baik yang bersifat populer, ilmiah populer maupun yang memang benar-benar merupakan karya ilmiah. Berbekal pengalaman bapak dan ibu dalam memahami artikel ilmiah, bapak dan ibu akan mengkaji bentuk, sifat dan struktur karya tulis ilmiah. Berkaitan uraian di atas, maka setelah menyelesaikan kegiatan berlajar pertama ini, bapak dan ibu diharapkan mempunyai kemampuan dalam:

1. Menjelaskan sifat artikel ilmiah;
2. Menjelaskan sikap ilmiah;
3. Menjelaskan bentuk, struktur dan sifat-sifat artikel ilmiah
4. Menjelaskan perbedaan artikel hasil pemikian konseptual dengan hasil penelitian

B. URAIAN MATERI

Sesuai dengan namanya, artikel ilmiah yang dimuat dalam jurnal diharapkan memenuhi kriteria sebagai sebuah karya ilmiah. Kriteria ini adalah cerminan sifat karya ilmiah yang berupa norma dan nilai yang berakar pada tradisi ilmiah yang diterima secara luas dan diikuti secara sungguh-sungguh oleh para ilmuwan. Oleh karena itu, penerbitan ilmiah secara *inherent* harus menampilkan sifat-sifat dan ciri-ciri khas karya ilmiah tersebut yang mungkin tidak selalu harus dipenuhi di dalam jenis penerbitan yang lain. Pertama, penerbitan ilmiah bersifat objektif, artinya isi penerbitan ilmiah hanya dapat dikembangkan dari fenomena yang memang *exist*, walaupun kriteria

eksistensi fenomena yang menjadi fokus bahasannya dapat berbeda antara satu bidang ilmu dengan bidang ilmu yang lain.

Selain objektif, sifat lain karya ilmiah adalah rasional. Rasional menurut Karl Popper adalah tradisi berpikir kritis para ilmuwan. Oleh karena itu, penerbitan ilmiah juga membawa ciri khas ini yang sekaligus berfungsi sebagai wahana penyampaian kritik timbal-balik yang berkaitan dengan masalah yang dipersoalkan. Lain daripada itu, karena jurnal merupakan sarana komunikasi yang berada di garis depan dalam pengembangan IPTEKS, ia juga mengemban sifat pembaharu dan *up-to-date* atau tidak ketinggalan jaman.

Selanjutnya, dalam menulis artikel ilmiah penulis hendaknya juga tidak mengabaikan komponen sikap ilmiah yang lain seperti menahan diri *(reserved),* hati-hati dan tidak *over-claiming*, jujur, lugas, dan tidak menyertakan motif-motif pribadi atau kepentingan-kepantingan tertentu dalam menyampaikan pendapatnya. Semua sikap di atas, dilengkapi dengan keterbukaan dalam menyebutkan sumber bahan yang menjadi rujukannya, juga dipandang sebagai upaya penulis untuk memenuhi etika penulisan ilmiah.

Artikel ilmiah mempunyai bentuk, struktur, dan sifat-sifat tertentu. Oleh karena itu, penulisannya harus mengikuti pola, teknik, dan kaidah-kaidah tertentu juga. Pola dan teknik penulisan artikel ilmiah ini relatif konsisten diikuti oleh penerbitan ilmiah pada umumnya yang biasa dikenal sebagai jurnal atau majalah ilmiah. Walaupun demikian, setiap majalah ilmiah biasanya memiliki gaya selingkung yang berusaha dipertahankan konsistensinya sebagai penciri dan kriteria kualitas teknik dan penampilan majalah yang bersangkutan. Gaya selingkung itu secara rinci mungkin berbeda antara satu majalah ilmiah dan majalah ilmiah yang lain, tetapi biasanya semuanya masih mengikuti semua pedoman yang berlaku secara umum. Sementara itu kaidah-kaidah penulisan artikel ilmiah diharapkan diikuti oleh para penulis artikel sebagaimana sikap ilmiah diharapkan diikuti oleh para

ilmuwan atau kode etik profesi oleh para profesional dalam bidangnya masing-masing. Dalam perspektif tertentu pemenuhan kaidah-kaidah penulisan artikel ilmiah ini dapat dipandang sebagai etika yang harus dipenuhi oleh para penulis artikel.

Sesuai dengan tujuan penerbitannya, majalah ilmiah pada umumnya memuat salah satu dari hal-hal berikut: (1) kumpulan atau akumulasi pengetahuan baru, (2) pengamatan empirik, dan (3) gagasan atau usulan baru (Pringgoadisurjo, 1993). Dalam praktik hal-hal tersebut akan diwujudkan atau dimuat di dalam salah satu dari dua bentuk artikel, yaitu artikel hasil pemikiran atau artikel non penelitian dan artikel hasil penelitian. Ada beberapa jurnal yang hanya memuat artikel hasil penelitian, misalnya *Journal of Research in Science Teaching* yang terbit di Amerika Serikat dan *Jurnal Penelitian Kependidikan* terbitan Lembaga Penelitian Unversitas Negeri Malang. Akan tetapi sebagian jurnal biasanya memuat kedua jenis artikel: hasil pemikiran dan hasil penelitian. Selain itu, seringkali majalah ilmiah juga memuat resensi buku dan obituari. Pemuatan artikel hasil penelitian, artikel hasi pemikiran, resensi dan obituari ini sejalan dengan rekomendasi Direktorat Pembinaan Penelitian dan Pengabdian Kepada Masyarakat, Direktorat Jendral Pendidikan Tinggi (2000). Di dalam tulisan ini pembahasan akan dibatasi pada struktur dan anatomi dua jenis artikel saja yaitu artikel hasil pemikiran dan artikel hasil penelitian.

C. LEMBAR KEGIATAN

1. Alat dan Bahan

a. Alat tulis;
b. Laptop
c. LCD proyektor;
d. Buku teks tentang teknik menulis karya ilmiah.

2. Langkah Kegiatan

No.	Kegiatan	Waktu	Metode
1.	Persiapan		
	Sebelum pembelajaran dimulai, Fasilitator perlu melakukan persiapan yaitu mempersiapkan semua peralatan dan bahan yang diperlukan dalam pembelajaran	5 menit	Mempersiapkan alat dan bahan
2.	Kegiatan Awal/Pendahuluan		
	2.1 Berdoa bersama untuk mengawali pembelajaran; 2.2 Presensi peserta pelatihan, jika ada yang tidak masuk karena sakit misalnya, maka peserta diajak berdoa kembali agar teman yang sakit dapat segera sembuh dan berkumpul untuk bersekolah kembali; 2.3 Fasilitator menyampaikan tujuan pembelajaran yang akan dikembangkan; 2.4 Selanjutnya fasilitator menyajikan bentuk, struktur dan sifat karya tulis ilmiah.	5 menit	Curah pendapat, ceramah pemecahan masalah
3.	Kegiatan Inti		
	3.1 Fasilitator memberikan ceramah tentang pengertian sifat artikel ilmiah;	35 menit	Metode pemberian tugas dan

	3.2 Fasilitator memberikan ceramah tentang sikap ilmiah; 3.3 Fasilitator memberikan ceramah tentang bentuk dan struktur artikel ilmiah 3.4 Fasilitator berdiskusi dengan peserta pelatihan; 3.5 *Sharing* dalam kelas mengenai sikap ilmiah, sifat, bentuk, dan struktur artikel ilmiah; 3.6 Fasilitator menekankan kembali kesimpulan yang tepat.		pendampingan
4.	Kegiatan Akhir		
	4.1 Fasilitator bersama-sama dengan peserta mengadakan refleksi terhadap proses pembelajaran hari itu, tentang beberapa hal yang perlu mendapat perhatian dari sikap ilmiah, sifat, bentuk, dan struktur artikel ilmiah; 4.2 Fasilitator memberi kesempatan peserta untuk mengungkapkan pengalaman setelah dilakukan *sharing*; 4.3 Berdoa bersama-sama sebagai menutup pelatihan	10 menit	Refleksi

3. Hasil

a. Peserta PLPG mempunyai kemampuan dalam menjelaskan kembali secara terurai mengenai sifat artikel ilmiah;
b. Peserta PLPG mempunyai kemampuan dalam menjelaskan kembali secara terurai mengenai karakter sikap ilmiah; yang selanjutnya mempunyai kecenderungan positif jika dihadapkan pada kasus plagiariasme misalnya;
c. Peserta PLPG mempunyai kemampuan dalam menjelaskan kembali secara terurai mengenai bentuk, dan struktur karya tulis ilmiah.

D. RANGKUMAN

Artikel ilmiah mempunyai bentuk, struktur, dan sifat-sifat tertentu. Oleh karena itu, penulisannya harus mengikuti pola, teknik, dan kaidah-kaidah tertentu juga. Pola dan teknik penulisan artikel ilmiah ini relatif konsisten diikuti oleh penerbitan ilmiah pada umumnya yang biasa dikenal sebagai jurnal atau majalah ilmiah. Walaupun demikian, setiap majalah ilmiah biasanya memiliki gaya selingkung yang berusaha dipertahankan konsistensinya sebagai penciri dan kriteria kualitas teknik dan penampilan majalah yang bersangkutan. Gaya selingkung itu secara rinci mungkin berbeda antara satu majalah ilmiah dan majalah ilmiah yang lain, tetapi biasanya semuanya masih mengikuti semua pedoman yang berlaku secara umum. Sementara itu kaidah-kaidah penulisan artikel ilmiah diharapkan diikuti oleh para penulis artikel sebagaimana sikap ilmiah diharapkan diikuti oleh para ilmuwan atau kode etik profesi oleh para profesional dalam bidangnya masing-masing. Dalam perspektif tertentu pemenuhan kaidah-kaidah penulisan artikel ilmiah ini dapat dipandang sebagai etika yang harus dipenuhi oleh para penulis artikel.

F. TES FORMATIF

1. Tes Obyektif

Pilihlah salah satu jawaban yang paling tepat

1. Aspek-aspek yang menentukan karakteristik karya tulis, kecuali
   a. sikap penulis
   b. panjang tulisan
   c. struktur sajian
   d. penggunaan bahasa
2. Struktur sajian suatu karya tulis ilmiah pada umumnya terdiri dari
   a. pendahuluan, inti (pokok pembahasan), dan penutup
   b. pendahuluan, abstrak, bagian inti, simpulan
   c. abstrak, pendahuluan, bagian inti, simpulan
   d. abstrak, bagian inti, penutup
3. Bagian penutup suatu karya tulis ilmia, pada umumnya menyajikan tentang
   a. rangkuman dan tindak lanjut
   b. simpulan umum
   c. rekomendasi penulis
   d. simpulan dan saran
4. Substansi suatu karya tulis ilmiah dapat mencakup berbagai hal, dari yang paling sederhana sampai dengan yang paling kompleks. Berikut ini adalah contoh-contoh subatansi karya tulis ilmiah, kecuali
   a. pendidikan
   b. kebudayaan
   c. pemulung
   d. informatika
5. Dalam karya tulis ilmiah, penulis bersikap netral, obyektif, dan tidak memihak. Sikap ini sesuai dengan hakikat karya tulis ilmiah yang merupakan kajian berdasarkan pada, kecuali
   a. fakta atau kenyataan
   b. argumentasi

c. teori yang diakui kebenarannya
d. data empirik/hasil penelitian

6. Keobyektifan penulis karya tulis ilmiahdicerminkan dalam gaya bahasa yang bersifat
   a. resmi
   b. baku
   c. impersonal
   d. personal
7. Komponen suatu karya tulis ilmiah bervariasi sesuai dengan jenis karya tulis ilmiah dan tujuan penulisannya, namun pada umumnya semua karya tulis ilmiah mempunayi komponen
   a. daftar pustaka
   b. abstrak
   c. daftar tabel
   d. lampiran
8. Berikut ini adalah ciri-ciri suatu karya tulis ilmiah, kecuali
   a. memaparkan bidang ilmu tertentu
   b. merupakan deskripsi suatu kejadian
   c. menggunakan gaya bahasa resmi
   d. disajikan secara sistematis
9. Di antara judul berikut, yang manakah yang paling sesuai untuk judul karya tulis ilmiah?
   a. senjata makan tuan
   b. kumbang cantik pengisap madu
   c. pengaruh gizi pada pertumbuhan anak
   d. pengaruh obat bius yang menghebohkan
10. Untuk membedakan karya tulis ilmiah dan karya tulis bukan ilmiah, seseorang dapat mengkaji berbagai aspek tulisan. Salah satu aspek yang dapat digunakan sebagai pembeda adalah
   a. sistematika tulisan
   b. panjang tulisan

c. ragam bahasa yang digunakan
d. pengarang

2. Tes Uraian

1. Setelah membaca uraian di atas, coba bapak dan ibu simpulkan bagaimana caranya mengenal karakteristik karya tulis ilmiah. Jelaskan mengapa bapak dan ibu menyimpulkan seperti itu?
2. Sebutkan aspek-aspek yang dapat menggambarkan karakteristik suatu karya tulis ilmiahdan berikan penjelasan singkat untuk setiap aspek. Berdasarkan uraian itu, coba simpulkan karakteristik karya tulis ilmiah!
3. Secara umum, struktur sajian suatu karya tulis ilmiah terdiri dari bagian awal, inti, dan bagian penutup. Coba jelaskan deskripsi masing-masing bagian dan apa bedanya dengan struktur sajian karya non ilmiah?

BAB III. KEGIATAN BELAJAR II
ARTIKEL HASIL PEMIKIRAN DAN HASIL PENELITIAN

A. KOMPETENSI DAN INDIKATOR

Pada kegiatan belajar yang kedua ini akan dibahas bagaimana menentukan kelayakan ide untuk dituangkan ke dalam tulisan serta struktur tulisan konseptual. Pembahasan mengenai materi ini akan bermanfaat pada saat bapak dan ibu menulis artikel konseptual. Di samping itu akan dibahas juga teknik menulis karya tulis ilmiah atas dasar hasil penelitian. Berkaitan uraian di atas, maka setelah menyelesaikan kegiatan berlajar kedua ini, bapak dan ibu diharapkan mempunyai kemampuan dalam:

1. Menjelaskan pembuatan judul karya tulis yang bersifat konseptual maupun atas dasar hasil penelitian;
2. Menjelaskan abstrak dan kata kunci karya tulis yang bersifat konseptual maupun atas dasar hasil penelitian;
3. Menjelaskan penulisan pendahuluan karya tulis yang bersifat konseptual maupun atas dasar hasil penelitian
4. Menjelaskan penulisan metode karya tulis yang bersifat konseptual maupun atas dasar hasil penelitian;
5. Menjelaskan penulisan hasil penelitian karya tulis yang bersifat konseptual maupun atas dasar hasil penelitian;
6. Menjelaskan penulisan pembahasan karya tulis yang bersifat konseptual maupun atas dasar hasil penelitian
7. Menjelaskan penulisan simpulan dan saran karya tulis yang bersifat konseptual maupun atas dasar hasil penelitian;
8. Menjelaskan penulisan daftar pustaka karya tulis yang bersifat konseptual maupun atas dasar hasil penelitian

B. URAIAN MATERI

1. Atikel Hasil Pemikiran

Artikel hasil pemikiran adalah hasil pemikiran penulis atas suatu permasalahan, yang dituangkan dalam bentuk tulisan. Dalam upaya untuk menghasilkan artikel jenis ini penulis terlebih dahulu mengkaji sumber-sumber yang relevan dengan permasalahannya, baik yang sejalan maupun yang bertentangan dengan apa yang dipikirkannya. Sumber-sumber yang dianjurkan untuk dirujuk dalam rangka menghasilkan artikel hasil pemikiran adalah juga artikel-artikel hasil pemikiran yang relevan, hasil-hasil penelitian terdahulu, di samping teori-teori yang dapat digali dari buku-buku teks.

Bagian paling vital dari artikel hasil pemikiran adalah pendapat atau pendirian penulis tentang hal yang dibahas, yang dikembangkan dari analisis terhadap pikiran-pikiran mengenai masalah yang sama yang telah dipublikasikan sebelumnya, dan pikiran baru penulis tentang hal yang dikaji, jika memang ada. Jadi, artikel hasil pemikiran bukanlah sekadar kolase atu tempelan cuplikan dari sejumlah artikel, apalagi pemindahan tulisan dari sejumlah sumber, tetapi adalah hasil pemikiran analitis dan kritis penulisnya.

Artikel hasil pemikiran biasanya terdiri dari beberapa unsur pokok, yaitu judul, nama penulis, abstrak dan kata kunci, pendahuluan, bagian inti atau pembahasan, penutup, dan daftar rujukan. Uraian singkat tentang unsur-unsur tersebut disampaikan di bawah ini.

a. Judul

Judul artikel hasil pemikiran hendaknya mencerminkan dengan tepat masalah yang dibahas. Pilihan kata-kata harus tepat, mengandung unsur-unsur utama masalah, jelas, dan setelah disusun dalam bentuk judul harus memiliki daya tarik yang kuat bagi calon pembaca. Judul dapat ditulis dalam bentuk kalimat berita atau kalimat tanya. Salah satu ciri penting judul artikel hasil pemikiran adalah

bersifat ”provokatif”, dalam arti merangsang pembaca untuk membaca artikel yang bersangkutan. Hal ini penting karena artikel hasil pemkiran pada dasarnya bertujuan untuk membuka wacana diskusi, argumentasi, analisis, dan sintesis pendapat-pendapat para ahli atau pemerhati bidang tertentu. Perhatikan judul-judul artikel di bawah ini, dan lakukan evaluasi terhadap judul-judul tersebut untuk melihat apakah kriteria yang disebutkan di atas terpenuhi.

- *Membangun Teori melalui Pendekatan Kualitatif* (Forum Penelitian Kependidikan Tahun 7, No. 1)
- *Repelita IV: A Cautious Development Plan for Steady Growth* (Kaleidoscope International Vol. IX No.1)
- *Interpreting Student’s and Teacher’s Discourse in Science Classes: An Underestimated Problem?* (Journal of Research in Science Teaching Vol. 33, No.2.)

Di dalam contoh-contoh judul di atas seharusnya tercermin ciri-ciri yang diharapkan ditunjukan oleh artikel hasil pemikiran seperti provokatif, argumentative, dan analitik.

b. Nama Penulis

Untuk menghindari bias terhadap senioritas dan wibawa atau inferioritas penulis, nama penulis artikel ditulis tanpa disertai gelar akademik atau gelar profesional yang lain. Jika dikehendaki gelar kebangsawanan atau keagamaan boleh disertakan. Nama lembaga tempat penulis bekerja sebagai catatan kaki di halaman pertama. Jika penulis lebih dari dua orang, hanya nama penulis utama saja yang dicantumkan disertai tambahan dkk. (dan kawan-kawan). Nama penulis lain ditulis dalam catatan kaki atau dalam catatan akhir jika tempat pada catatan kaki atau di dalam catatan akhir jika tempat pada catatan kaki tidak mencukupi.

c. Abstrak dan Kata Kunci

Abstrak artikel hasil pemikiran adalah ringkasan dari artikel yang dituangkan secara padat; bukan komentar atau pengantar penulis. Panjang abstrak biasanya sekitar 50-75 kata yang disusun dalam satu paragraf, diketik dengan spasi tunggal. Format lebih sempit dari teks utama (margin kanan dan margin kiri menjorok masuk beberapa ketukan).

Dengan membaca abstrak diharapkan (calon) pembaca segera memperoleh gambaran umum dari masalah yang dibahas di dalam artikel. Ciri-ciri umum artikel hasil pemikiran seperti kritis dan provokatif hendaknya juga sudah terlihat di dalam abstrak ini, sehingga (calon) pembaca tertarik untuk meneruskan pembacaannya.

Abstrak hendaknya juga disertai dengan 3-5 kata kunci, yaitu istilah-istilah yang mewakili ide-ide atau konsep-konsep dasar yang terkait dengan ranah permasalahan yang dibahas dalam artikel. Jika dapat diperoleh, kata-kata kunci hendaknya diambil dari *tresaurus* bidang ilmu terkait. Perlu diperhatikan bahwa kata-kata kunci tidak hanya dapat dipetik dari judul artikel, tetapi juga dari tubuh artikel walaupun ide-ide atau konsep-konsep yang diwakili tidak secara eksplisit dinyatakan atau dipaparkan di dalam judul atau tubuh artikel. Perhatikan contoh abstrak dan kata-kata kunci berikut ini.

Abstract: Theory Generation through Qualitative Study. A qualitative study is often contrasted with its quantitative counterpart. These two approaches are more often inappropriately considered as two different schools of thought than as two different tools. In fact these two approaches serve different purposes. A qualitative study takes several stage in generating theories. Business transaction pattern and market characteristic, for example, can be investigated through qualitative study, while their tendencies, frequencies, and other related quantitative values can be more appropriately investigated through quantitative study.

Key words: qualitative study, quantitative study, theory development

d. Pendahuluan

Bagian ini menguraikan hal-hal yang dapat menarik perhatian pembaca dan memberikan acuan (konteks) bagi permasalahan yang akan dibahas, misalnya dengan menonjolkan hal-hal yang kontroversial atau belum tuntas dalam pembahasan permasalahan yang terkait dengan artikel-artikel atau naskah-naskah lain yang telah dipublikasikan terdahulu. Bagian pendahuluan ini hendaknya diakhiri dengan rumusan singkat (1-2 kalimat) tentang hal-hal pokok yang akan dibahas dan tujuan pembahasan. Perhatikan tiga segmen bagian pendahuluan dalam contoh di bawah ini.

> Partisipasi masyarakat merupakan unsur yang paling penting sekali bagi keberhasilan program pendidikan. Catatan sejarah pendidikan di negara-negara maju dan dikelompok-kelompok masyarakat yang telah berkembang kegiatan pendidikan menunjukan bahwa keadaan dunia pendidikan mereka sekarang ini telah dicapai dengan partisipasi masyarakat yang sangat signifikan di dalam berbagai bentuk. Di Amerika Serikat dalam tingkat pendidikan tinggi dikenal apa yang disebut “Land-Grant Universities...”dst.
>
> Terdapat perbedaan pendapat di kalangan para ahli yang berkaitan dengan menurunnya partisipasi masyarakat dalam pengembangan pendidikan. Sebagian ahli berpendapat bahwa sistem politik yang kurang demokratis dan budaya masyarakat paternalistik telah menyebabkan rendahnya partisipasi. Sementara itu penulis-penulis lain lebih memfokus pada faktor-faktor ekonomi...
>
> Dari kajian terhadap berbagai tulisan dan hasil penelitian disebutkan di muka terlihat masih terdapat beberapa hal yang belum jelas benar atau setidak-tidaknya masih menimbulkan keraguan mengenai sebab-sebab menurunnya mutu partisipasi masyarakat dalam pengembangan pendidikan. Dalam artikel-artikel ini akan dibahas kemungkinan-kemungkinan menurunnya partisipasi masyarakat tersebut berdasarkan analisis ekonomi pendidikan. Diharapkan, dengan analisis ini kekurangan analisis terdahulu dapat dikurangi dan dapat disusun penjelasan baru yang lebih komprehensif.

Di dalam petikan bagian pendahuluan di atas dapat dilihat alur argumentasi yang diikuti penulis untuk menunjukan masih adanya perbedaan pandangan tentang menurunnya partisipasi masyarakat di dalam pengembangan pendidikan. Tinjauan dari berbagai sudut pandang telah menghasilkan kesimpulan yang beragam, yang membuka kesempatan bagi penulis untuk menampilkan wacana penurunan partisipasi masyarakat dalam pengembangan pendidikan dari sudut pandang yang lan.

e. Bagian Inti

Isi bagian ini sangat bervariasi, lazimnya berisi kupasan, analisis, argumentasi, komparasi, keputusan, dan pendirian atau sikap penulis mengenai masalah yang dibicarakan. Banyaknya subbagian juga tidak ditentukan, tergantung kepada kecukupan kebutuhan penulis untuk menyampaikan pikiran-pikirannya. Di antara sifat-sifat artikel terpenting yang seharusnya ditampilkan di dalam bagian ini adalah kupasan yang argumentatif, analitik, dan kritis dengan sistematika yang runtut dan logis, sejauh mungkin juga berciri komparatif dan menjauhi sikap tertutup dan instruktif. Walaupun demikian, perlu dijaga agar tampilan bagian ini tidak terlalu panjang dan menjadi bersifat enumeratif seperti diktat. Penggunaan subbagian dan sub-subbagian yang terlalu banyak juga akan menyebabkan artikel tampil seperti diktat. Perhatikan contoh-contoh petikan bagian inti artikel berikut ini.

> Science earns its place on the curriculum because there is cultural commitment to the value of the knowledge and the practices by which this body of ideas has been derived. Hence, any consideration of the theoretical implementation must start by attempting to resolve the aims and intentions of this cultural practice…(Dari Osborne, 1996:54).

> Dalam situasi yang dicontohkan di atas perubahan atau penyesuaian paradigma dan praktik-praktik pendidikan adalah suatu keharusan jika dunia pendidikan Indonesia tidak ingin tertinggal dan kehilangan perannya sebagai wahana untuk menyiapkan generasi masa datang ironisnya, kalangan pendidikan sendiri tidak dengan cepat mengantisipasi, mengembangkan dan mengambil inisiatif inovasi yang diperlukan, walaupun kesadaran akan perlunya perubahan-perubahan tertentu sudah secara luas dirasakan. Hesrh dan McKibbin (1983:3) menyatakan bahwa sebenarnya banyak pihak telah menyadari perlunya inovasi…(Dari Ibnu, 1996:2)

> John Hassard (1993) suggested that, ‘Unlike modern industrial society, where production was the cornerstone, in the post modern society simulation structure and control social affairs. We, at witnesses, are producing simulation whitin discorses. We are fabricating words, not because we are “falsyfaying” data, or “lying” about what we have learned, but because we are constructing truth within a shifting, but always limited discourse.’ (Dari Ropers-Huilman, 1997:5)

Di dalam contoh-contoh bagian inti artikel hasil pemikiran di atas dapat dilihat dengan jelas bagian yang paling vital dari jenis artikel ini yaitu posisi atau pendirian penulis, seperti terlihat di dalam kalimat-kalimat: (1) Hence, any consideration of the theoretical base of science and its practical implementation must start by…, (2) Dalam situasi yang dicontohkan di atas perubahan atau penyesuaian paradigma dan praktek-praktek pendidikan, adalah suatu keharusan jika…, (3)…We are fabricating words not because …, or ‘lying’ about…, but…dan seterusnya.

f. Penutup atau Simpulan

Penutup biasanya diisi dengan simpulan atau penegasan pendirian penulis atas masalah yang dibahas pada bagian sebelumnya. Banyak juga penulis yang berusaha menampilkan segala apa yang telah dibahas di bagian terdahulu, secara ringkas. Sebagian penulis menyertakan saran-saran atau pendirian alternatif. Jika memang dianggap tepat bagian terakhir ini dapat dilihat pada berbagai

artikel jurnal. Walaupun mungkin terdapat beberapa perbedaan gaya penyampaian, misi bagian akhir ini pada dasarnya sama: mengakhir diskusi dengan suatu pendirian atau menyodorkan beberapa alternatif penyelesaian. Perhatiakan contoh-contoh berikut.

> Konsep pemikiran tentang Demokrasi Ekonomi pada prinsipnya adalah khas Indonesia. menurut Dr. M. Hatta dalam konsep Demokrasi Ekonomi berlandaskan pada tiga hal, yaitu: (a) etika sosial yang tersimpul dalam nilai-nilai Pancasila; (b) rasionalitas ekonomi yang diwujudkan dengan perencanaan ekonomi oleh negara; dan (c) organisasi ekonomi yang mendasarkan azas bersama/koperasi.
>
> Isu tentang pelaksanaan Demokrasi Ekonomi dalam sistem perekonomian Indonesia menjadi menarik dan ramai pada era tahun 90-an. Hal tersebut terjadi sebagai reaksi atas permasalahan konglomerasi di Indonesia. Perlu diupayakan hubungan kemitraan yang baik antara pelaku ekonomi dalam sistem perekonomian Indonesia. Pada saat ini nampak sudah ada *political will* dari pemerintah kita terhadap kegiatan ekonomi berskala menengah dan kecil. Namun demikian kemampuan politik saja tidak cukup tanpa disertai keberanian politik. Semangat untuk berpihak pada pengembangan usaha berskala menengah dan kecil perlu terus digalakkan, sehingga tingkat kesejahteraan seluruh msyarakat dapat ditingkatkan.
>
> (Dari Supriyanto, 1994:330-331)
>
> if, as has been discussed in this article, argumentation has a central role play in science and learning about science, then its current omission is a problem that needs to be seriously addressed. For in the light of our emerging understanding of science as social practice, with rhetoric and argument as a central feature, to continue with current approaches to the teaching of science would be to misrepresent science and its nature. If his pattern is to change, then it seems crucial that any intervention should pay attention not only to ways of enhancing the argument skills of young people, but also improving teachers' knowledge, awareness, and competence in managing student participation in discussion and argument. Given that, for good or for ill, science and technology have ascended to ascended to a position of cultural dominance, studying the role of

> argument in science offers a means of prying open the black box that is science. Such an effort would seem well advised-both for science and its relationship with the public, and the public and its relationship with science.
>
> (Dari Driver, Newton & Osborne, 2000:309)

g. Daftar Rujukan

Bahan rujukan yang dimasukan dalam daftar rujukan hanya yang benar-benar dirujuk di dalam tubuh artikel. Sebaliknya, semua rujukan yang telah disebutkan dalam tubuh artikel harus tercatat di dalam daftar rujukan. Tata aturan penulisan daftar rujukan bervariasi, tergantung gaya selingkung yang dianut. Walaupun demikian, harus senantiasa diperhatikan bahwa tata aturan ini secara konsisten diikuti dalam setiap nomor penelitian.

2. Artikel Hasil Penelitian

Artikel hasil penelitian sering merupakan bagian yang paling dominan dari sebuah jurnal. Berbagai jurnal bahkan 100% berisi artikel jenis ini. *Jurnal Penelitian Kependidikan* yang diterbitkan oleh Lembaga Penelitian Universitas Negeri Malang, misalnya, dan *Journal of Research in Science Teaching*; termasuk kategori jurnal yang semata-mata memuat hasil penelitian. Sebelum ditampilkan sebagai artikel dalam jurnal, laporan penelitian harus disusun kembali agar memenuhi tata tampilan karangan sebagaimana yang dianjurkan oleh dewan penyunting jurnal yang bersangkutan dan tidak melampaui batas panjang karangan. Jadi, artikel hasil penelitian bukan sekadar bentuk ringkas atau ”pengkerdilan” dari laporan teknis, tetapi merupakan hasil kerja penulisan baru, yang dipersiapkan dan dilakukan sedemikian rupa sehingga tetap menampilkan secara lengkap semua aspek penting penelitian, tetapi dalam format artikel yang jauh lebih kompak dan ringkas daripada laporan teknis aslinya.

Bagian-bagian artikel hasil penelitian yang dimuat dalam jurnal adalah judul, nama penulis, abstrak dan kata kunci, bagian pendahuluan, metode, hasil penelitian, pembahasan, kesimpulan dan saran, dan daftar rujukan.

a. Judul

Judul artikel hasil penelitian diharapkan dapat dengan tepat memberikan gambaran mengenai penelitian yang telah dilakukan. Variabel-variabel penelitian dan hubungan antar variabel serta informasi lain yang dianggap penting hendaknya terlihat dalam judul artikel. Walaupun demikian, harus dijaga agar judul artikel tidak menjadi terlalu panjang. Sebagaimana judul penelitian, judul artikel umumnya terdiri dari 5-15 kata. Berikut adalah beberapa contoh.

- *Pengaruh Metode Demonstrasi Ber-OHP terhadap Hasil Belajar Membuat Pakaian Siswa SMKK Negeri Malang* (Forum Penelitian Kependidikan Tahun 7, No.1).
- *Undergraduate Science Students' Images of the Nature of Science* (Research presented at the American Educational Research Association Annual Conference, Chicago, 24-28 March 1997).
- *Effect of Knowledge and Persuasion on High-School Students' Attitudes towards Nuclear Power Plants* (Journal of Research in Science Teaching Vol.32, Issue 1).

Jika dibandingkan judul-judul di atas, akan sgera tampak perbedaannya dengan judul artikel hasil pemikiran, terutama dengan terlihatnya variabel-variabel utama yang diteliti seperti yang diperlihatkan pada judul yang pertama dan ketiga.

b. Nama Penulis

Pedoman penulisan nama penulis untuk artikel hasil pemikiran juga berlaku untuk penulisan artikel hasil penelitian.

c. Abstrak dan Kata Kunci

Dalam artikel hasil penelitian abstrak secara ringkas memuat uraian mengenai masalah dan tujuan penelitian, metode yang digunakan, dan hasil penelitian. Tekanan terutama diberikan kepada hasil penelitian. Panjang abstrak lebih kurang sama dengan panjang artikel hasil pemikiran dan juga dilengkapi dengan kata-kata kunci (3-5 buah). Kata-kata kunci menggambarkan ranah masalah yang diteliti. Masalah yang diteliti ini sering tercermin dalam variable-variabel penelitian dan hubungan antara variable-variabel tersebut. Walaupun demikian, tidak ada keharusan kata-kata kunci diambil dari variabel-variabel penelitian atau dari kata-kata yang tercantum di dalam judul artikel.

Contoh abstrak:

> **Abstract**: The aim of this study was to asses the readiness of elementary school teachers in mathematic teaching, from the point of view of the teacher mastery of the subject. Forty two elementary school teachers from Kecamatan Jabung, Kabupaten Malang were given a test in mathematic which was devided in to two part, arithmatics and geometry. A minimum mastery score of 65 was set for those who would be classified as in adequate readiness as mathematics teachers. Those who obtained scores of less than 65 were classified as not in adequate readiness in teaching. The result of the study indicated that 78,8% of the teachers obtained scores of more than 65 in geometry. Sixty nine point five percent of the teachers got more than 65 arithmetic, and 69,5% gained scores of more than 65 scores in both geometry and arithmetics.
>
> **Key words**: mathematic teaching, teaching readiness, subject mastery.

d. Pendahuluan

Banyak jurnal tidak mencantumkan subjudul untuk pendahuluan. Bagian ini terutama berisi paparan tentang permasalaha penelitian, wawasan, dan rencana penulis dalam kaitan dengan upaya pemecahan masalah, tujuan penelitian, dan rangkuman kajian teoretik yang berkaitan dengan masalah yang diteliti. Kadang-kadang juga dimuat harapan akan hasil dan manfaat penelitian.

Penyajian bagian pendahuluan dilakukan secara naratif, dan tidak perlu pemecahan (fisik) dari satu subbagin ke subbagian lain. Pemisahan dilakukan dengan penggantian paragraf.

e. Metode

Bagian ini menguraikan bagaimana penelitian dilakukan. Materi pokok bagian ini adalah rancangan atau desain penelitian, sasaran atau target penelitian (populasi dan sampel), teknik pengumpulan data dan pengembangan instrumen, dan teknik analisis data. Sub-subbagian di atas umumnya (atau sebaiknya) disampaikan dalam format esei dan sesedikit mungkin menggunakan format enumeratif, misalnya:

> Penelitian ini dilakukan dengan menggunakan pendekatan kualitatif dengan rancangan observasi partisipatori. Peneliti terjun langsung ke dalam keidupan masyarakat desa, ikut serta melakukan berbagai aktivitas sosial sambil mengumpulkan data yang dapat diamati langsung di lapangan atau yang diperoleh dari informan kunci. Pencatatan dilakukan tidak langsung tetapi ditunda sampai peneliti dapat ”mengasingkan diri” dari anggota masyarakat sasaran. Informasi yang diberikan dari informan kunci diuji dengan membandingkannya dengan pendapat nara sumber yang lain. Analisis dengan menggunakan pendekatan...
>
> Rancangan eksperimen *pretest-posttest control group design* digunakan dalam penelitian ini. Subjek penelitian dipilih secara random dari seluruh siswa kelas 3 kemudian

secara random pula ditempatkan ke dalam kelompok percobaan dan kelompok control. Data diambil dengan menggunakan tes yang telah dikembangkan dan divalidasi oleh Lembaga Pengembangan Tes Nasional. Analisis data dilakukan dengan...

f. Hasil Penelitian

Bagian ini memuat hasil penelitian, tepatnya hasil analisis data. Hasil yang disajikan adalah hasil bersih. Pengujian hipotesis dan penggunaan statistik tidak termasuk yang disajikan.

Penyampaian hasil penelitian dapat dibantu dengan penggunaan tabel dan grafik (atau bentuk/format komunikasi yang lain). Grafik dan tabel harus dibahas dalam tubuh artikel tetapi tidak dengan cara pembahasan yang rinci satu per satu. Penyajian hasil yang cukup panjang dapat dibagi dalam beberapa subbagian

Contoh:

Jumlah tulisan dari tiga suku ranah utama yang dimuat di dalam berbagai jurnal, dalam kurun waktu satu sampai empat tahun dapat dilihat dalam Tabel 1.

Tabel 1 Distribusi Jumlah Tulisan dari Tiga Suku Ranah Pendidikan Sains yang Dimuat dalam Berbagai Jurnal antara Januari 1994-Juli 1997

Suku ranah	***1994***	***1995***	***1996***	***1997***	***Jumlah***
Konsep	7	7	13	6	32
Sci. Literacy	5	3	14	6	28
Teori & Pengaj.	2	12	1	5	20
Jumlah 3 suku ranah					80
Lain-lain					**46**

Dari Tabel 1 di atas terlihat bahwa frekuensi pemunculan artikel dari tiga suku ranah tersebut di atas jauh melebihi suku-suku ranah yang lain, yaitu 80:46. hal ini menunjukan bahwa...dst.

g. Pembahasan

Bagian ini merupakan bagian terpenting dari artikel hasil penelitian. Penulis artikel dalam bagian ini menjawab pertanyaan-pertanyaan penelitian dan menunjukan bagaimana temuan-temuan tersebut diperoleh, mengintepretasikan temuan, mengaitkan temuan penelitian dengan struktur pengetahuan yang telah mapan, dan memunculkan ”teori-teori” baru atau modifikasi teori yang telah ada.

Contoh:

> Dari temuan penelitian yang diuraikan dalam artikel ini dapat dilihat bahwa berbagai hal yang berkaitan dengan masalah kenakalan remaja yang selama ini diyakini kebenarannya menjadi goyah. Kebenaran dari berbagai hal tersebut ternyata tidak berlaku secara universal tetapi kondisional. Gejala-gejala kenakalan remaja tertentu hanya muncul apabila kondisi lingkungan sosial setempat mendukung akan terjadinya bentuk-bentuk kenalan terkait. Hal ini sesuai dengan teori *selektive cases* dari Lincoln (1987:13) yang menyatakan bahwa...

h. Simpulan dan Saran

Simpulan menyajikan ringkasan dari uraian mengenai hasil penelitian dan pembahasan. Dari kedua hal ini dikembangkan pokok-pokok pikiran (baru) yang merupakan esensi dari temuan penelitian. Saran hendaknya dikembangkan berdasarkan temuan penelitian. Saran dapat mengacu kepada tindakan praktis, pengembangan teori baru, dan penelitian lanjutan.

i. Daftar Rujukan

Daftar rujukan ditulis dengan menggunakan pedoman umum yang juga berlaku bagi penulis artikel nonpenelitian.

3. Penutup

Perbedaan dasar antara artilkel hasil pemikiran dan artikel hasil penelitian terletak pada bahan dasar yang kemudian dikembangkan dan dituangkan ke dalam artikel. Bahan dasar artikel hasil pemikiran adalah hasil kajian atau analisis penulis atas suatu masalah. Bagian terpenting dari artikel jenis ini adalah pendirian penulis tentang masalah yang dibahas dan diharapkan memicu wahana baru mengenai masalah tersebut. Artikel hasil penelitian, dilain pihak, dikembangkan dari laporan teknis penelitian dengan tujuan utama untuk memperluas penyebarannya dan secara akumulatif dengan hasil penelitian peneliti-peneliti lain dalam memperkaya khasanah pengetahuan tentang masalah yang diteliti.

Perbedaan isi kedua jenis artikel memerlukan struktur dan sistematika penulisan yang berbeda untuk menjamin kelancaran dan keparipurnaan komunikasi. Walaupun demikian, dipandang tidak perlu dikembangkan aturan-aturan yang terlalu mengikat dan baku, sehingga gaya selingkung masing-masing jurnal dapat terakomodasikan dengan baik di dalam struktur dan sistematika penulisan yang disepakati.

Satu hal yang harus diupayakan oleh penulis, baik untuk artikel hasil pemikiran ataupun artikel hasil penelitian, adalah tercapainya maksud penulisan artikel tersebut, yaitu komunikasi yang efektif dan efisien tetapi tetap mempunyai daya tarik yang cukup tinggi. Selain itu, kaidah-kaidah komunikasi ilmiah yang lain seperti objektif, jujur, rasional, kritis, *up to date*, dan tidak arogan hendaknya juga diusahakan sekuat tenaga untuk dapat dipenuhi oleh penulis.

C. LEMBAR KEGIATAN

1. Alat dan Bahan

a. Alat tulis;
b. Laptop
c. LCD proyektor;
d. Buku teks tentang teknik menulis karya ilmiah.

2. Langkah Kegiatan

No.	Kegiatan	Waktu	Metode
1.	Persiapan		
	Sebelum pembelajaran dimulai, Fasilitator perlu melakukan persiapan yaitu mempersiapkan semua peralatan dan bahan yang diperlukan dalam pembelajaran	5 menit	Mempersiapkan alat dan bahan
2.	Kegiatan Awal/Pendahuluan		
	2.1 Berdoa bersama untuk mengawali pembelajaran; 2.2 Presensi peserta pelatihan, jika ada yang tidak masuk karena sakit misalnya, maka peserta diajak berdoa kembali agar teman yang sakit dapat segera sembuh dan berkumpul untuk bersekolah kembali; 2.3 Fasilitator menyampaikan tujuan pembelajaran yang akan dikembangkan;	5 menit	Curah pendapat, ceramah pemecahan masalah

	2.4 Selanjutnya fasilitator menyajikan artikel ilmiah dalam bentuk hasil pemikiran konseptual dan hasil penelitian.		
3.	Kegiatan Inti		
	3.1 Fasilitator memberikan ceramah tentang pengertian penulisan karya tulis ilmiah hasil pemikiran konseptual 3.2 Fasilitator memberikan ceramah tentang penulisan karya tulis ilmiah hasil penelitian; 3.3 Fasilitator berdiskusi dengan peserta pelatihan; 3.4 *Sharing* dalam kelas mengenai karya tulis ilmiah hasil pemikiran konseptual; 3.5 *Sharing* dalam kelas mengenai karya tulis ilmiah hasil penelitian 3.6 Fasilitator menekankan kembali kesimpulan yang tepat.	35 menit	Metode pemberian tugas dan pendampingan
4.	Kegiatan Akhir		
	Fasilitator bersama-sama dengan peserta mengadakan refleksi terhadap proses pembelajaran hari itu, tentang beberapa hal yang perlu mendapat perhatian; Fasilitator memberi kesempatan peserta untuk mengungkapkan	10 menit	Refleksi

	pengalaman setelah dilakukan *sharing*; Berdoa bersama-sama sebagai menutup pelatihan		

3. Hasil

a. Peserta PLPG mempunyai kemampuan dalam menjelaskan kembali secara terurai mengenai penulisan karya tulis ilmiah hasil pemikiran;
b. Peserta PLPG mempunyai kemampuan dalam menjelaskan kembali secara terurai mengenai penulisan karya tulis ilmiah hasil penelitian;

D. RANGKUMAN

Perbedaan dasar antara artilkel hasil pemikiran dan artikel hasil penelitian terletak pada bahan dasar yang kemudian dikembangkan dan dituangkan ke dalam artikel. Bahan dasar artikel hasil pemikiran adalah hasil kajian atau analisis penulis atas suatu masalah. Bagian terpenting dari artikel jenis ini adalah pendirian penulis tentang masalah yang dibahas dan diharapkan memicu wahana baru mengenai masalah tersebut. Artikel hasil penelitian, dilain pihak, dikembangkan dari laporan teknis penelitian dengan tujuan utama untuk memperluas penyebarannya dan secara akumulatif dengan hasil penelitian peneliti-peneliti lain dalam memperkaya khasanah pengetahuan tentang masalah yang diteliti.

Perbedaan isi kedua jenis artikel memerlukan struktur dan sistematika penulisan yang berbeda untuk menjamin kelancaran dan keparipurnaan komunikasi. Walaupun demikian, dipandang tidak perlu dikembangkan aturan-aturan yang terlalu mengikat dan baku, sehingga gaya selingkung masing-masing jurnal dapat

terakomodasikan dengan baik di dalam struktur dan sistematika penulisan yang disepakati.

Satu hal yang harus diupayakan oleh penulis, baik untuk artikel hasil pemikiran ataupun artikel hasil penelitian, adalah tercapainya maksud penulisan artikel tersebut, yaitu komunikasi yang efektif dan efisien tetapi tetap mempunyai daya tarik yang cukup tinggi. Selain itu, kaidah-kaidah komunikasi ilmiah yang lain seperti objektif, jujur, rasional, kritis, *up to date*, dan tidak arogan hendaknya juga diusahakan sekuat tenaga untuk dapat dipenuhi oleh penulis.

F. TES FORMATIF

1. Tes Obyektif

Pilihlah salah satu jawaban yang paling tepat

1. Artikel dapat dikelompokkan menjadi
   a. artikel laporan dan artikel rujukan
   b. artikel konseptual dan artikel teoritis
   c. artikel hasil telaahan dan artikel teoritis
   d. artikel hasil laporan dan artikel hasil telaahan
2. Dari sudut ide, salah satu dari empat faktor yang harus diperhatikan untuk menghasilkan tulisan ilmiah yang berkualitas tinggi adalah
   a. kelayakan ide untuk dipublikasikan
   b. wacana tentang ide yang sedang berkembang
   c. kesiapan ide untuk didiskusikan
   d. persamaan persepsi para ahli di bidang yang sama
3. Tulisan analisis konseptual terdiri dari
   a. judul, abstrak, data, pembahasan, dan referensi
   b. judul, abstrak, pendahuluan, diskusi, referensi
   c. judul pendahuluan, diskusi, kesimpulan referensi

d. judul, pendahuluan, temuan, pembahasan, referensi

4. Dalam suatu artikel konseptual, bagaimana teori/konsep yang ditawarkan dapat berkontribusi dalam peta pengetahuan dimuat pada bagian
   a. abstrak
   b. pendahuluan
   c. diskusi
   d. referensi
5. Referensi memuat semua rujukan yang
   a. pernah dibaca penulis
   b. perlu dibaca pembaca
   c. dimuat dalam badan tulisan
   d. diperlukan dalam pengembangan tulisan
6. Salah satu dari tiga pertanyaan yang harus dijawab di bagian pendahuluan adalah berikut ini
   a. apa inti teori/konsep yang dibahas?
   b. mengapa konsep itu dibahas?
   c. Apa kesimpulan yang dapat ditarik?
   d. Apa tindak lanjut yang perlu dilakukan?
7. Salah satu hal yang harus dihindari pada saat menulis hasil penelitian adalah
   a. menjelaskan partisipan
   b. menulis masalah yang sudah pernah dibahas
   c. memecah satu penelitian menjadi beberapa artikel
   d. melaporkan korelasi yang dibahas dalam penelitian
8. Pemilihan penggunaan kata dan kalimat yang tidak provokatif dalam laporan atau artikel merupakan salah satu contoh upaya untuk menjaga kualitasdari aspek
   a. panjang tulisan
   b. nada tulisan
   c. gaya tulisan

   d. bahasa tulisan
9. Rekomendasi untuk judul adalah
   a. 8-10 kata
   b. 10-12 kata
   c. 12-15 kata
   d. 15-30 kata
10. Dalam suatu laporan atau artikel hasil penelitian, kontribusi penelitian dapat dilihat di bagian
   a. pendahuluan
   b. metode
   c. hasil
   d. diskusi

2. Tes Uraian

1. Jelaskan mengapa abstrak merupakan bagian terpenting dalam laporan dan artikel penelitian
2. Sebut dan jelaskan perbedaan karya tulis ilmiah hasil pemikian dan hasil penelitian!
3. Carilah salah satu artikel hasil penelitian, telaah unsur-unsur yang terdapat pada artikel itu!

BAB IV. KEGIATAN BELAJAR III
PRAKTIK PENULISAN KARYA TULIS ILMIAH

A. KOMPETENSI DAN INDIKATOR

Pada kegiatan belajar kedua telah disajikan bagaimana teknik menulis karya tulis ilmiah yang bersifat hasil pemikiran dan hasil penelitian. Pada kegiatan belajar yang ketiga ini berisi mengenai latihan peserta PLPG dalam menulis karya tulis ilmiah baik yang bersifat hasil pemikiran maupun hasil penelitian. Dengan demikian peserta PLPG diharapkan mempunyai keterampilan dalam menyusun karya tulis ilmiah yang dapat dikirimkan kepada pengelola jurnal penelitian pendidikan (JIP). Pada kesempatan ini akan dicontohkan beberapa petunjuk bagi penulis ilmu pendidikan. Oleh karena itu, indikator kegiatan belajar ketiga ini adalah:

1. mengenal format penulisan enumeratif;
2. mengenal format penulisan esay;
3. membuat karya tulis ilmiah baik yang bersifat hasil pemikiran maupun hasil penelitian.

B. URAIAN MATERI

1. Mengenai Format Tulisan

Semua bagian artikel yang dibicarakan di atas ditulis dalam format esai. Penggunaan format esai dalam penulisan artikel jurnal bertujuan untuk menjaga kelancaran pembacaan dan menjamin keutuhan ide yang ingin disampaikan. Dengan digunakannya format esai diharapkan pembaca memperoleh kesan seolah-olah berkomunikasi langsung, dan secara aktif berdialog dengan penulis. Bandingkan dua format petikan berikut:

Format Enumeratif

Sesuai dengan lingkup penyebaran jurnal yang bersangkutan maka *record* ISSN dilaporkan kepada pihak-pihak berikut:

(a) International Serials Data System di Paris untuk jurnal internasional
(b) Regional Center for South East Asia bagi wilayah Asia Tenggara, dan
(c) PDII-LIPI untuk wilayah Indonesia.

Format Esei

Setiap *record* ISSN dilaporkan kepada internasional *Serial Data System* yang berkedudukan di Paris. Untuk kawasan Asia Tenggara dilaporkan melalui *Regional Center for South East Asia* dan untuk wilayah Indonesia dilaporkan kepada PDII-LIPI.

Di dalam hal-hal tertentu format *enumeratif* boleh digunakan, terutama apabila penggunaan format enumeratif tersebut benar-benar fungsional dan tidak tepat apabila diganti dengan format esei seperti dalam menyatakan urutan dan jadwal. Jika format esai masih dapat digunakan “penandaan” sejumlah elemen dapat dilakukan dengan format esei bernomor, seperti (1)…, (2)…, (3)…., dan seterusnya.

2. Petunjuk bagi Penulis Ilmu Pendidikan

a. Naskah diketik spasi ganda pada kertas kuarto sepanjang maksimal 20 halaman, dan diserahkan dalam bentuk cetakan (*print out*) komputer sebanyak 2 eksemplar beserta disketnya. Berkas (*file*) pada naskah pada disket dibuat dengan program olah kata *WordStar*, *WordPerfect* atau *MicroSoft Word*.
b. Artikel yang dimuat meliputi hasil penelitian dan kajian analitis-kritis setara dengan hasil penelitian di bidang filsafat kependidikan, teori kependidikan, dan praktik kependidikan.
c. Artikel ditulis dalam bahasa Indonesia atau Inggris dengan format

esai, disertai judul (*heading*), masing-masing bagian, kecuali bagian pendahuluan yang disajikan tanpa judul bagian. Peringkat judul bagian dinyatakan dengan jenis huruf yang berbeda (semua judul bagian dicetak **tebal** atau ***tebal miring***), dan *tidak menggunakan angka/nomor bagian*.

PERINGKAT 1 (HURUF BESAR SEMUA, RATA DENGAN TEPI KIRI)

Peringkat 2 (Huruf Besar Kecil, Rata dengan Tepi Kiri)

Peringkat 3 (Huruf Besar Kecil, Miring, Rata dengan tepi Kiri)

d. Sistematika artikel setara hasil penelitian: judul; nama penulis (tanpa gelar akademik); abstrak (maksimum 100 kata); kata-kata kunci; pendahuluan (tanpa sub judul) yang berisi latar belakang dan tujuan atau ruang lingkup tulisan; bahasan utama (dibagi ke dalam subjudul-subjudul); penutup atau kesimpulan; daftar rujukan (berisi pustaka yang dirujuk saja).

e. Sistematika artikel hasil penelitian: judul, nama penulis (tanpa gelar akademik); abstrak (maksimum 100 kata) yang berisi tujuan, metode, dan hasil penelitian; kata-kata kunci; pendahuluan (tanpa sub judul) yang berisi latar belakang, sedikit tinjauan pustaka, dan tujuan penelitian; metode; hasil; pembahasan; kesimpulan dan saran; daftar rujukan (berisi pustaka yang dirujuk saja).

f. Daftar Rujukan disusun dengan mengikuti tata cara seperti contoh berikut dan diurutkan secara alfabetis dan kronologis.

Anderson, D.W., Vault, V.D. & Dickson, C.E. 1993. Problems and Prospects for the Decades Ahead: Competency based Teacher Education. Berkeley: McCutchan Publishing Co.

Hanurawan, F. 1997. Pandangan Aliran Humanistik tentang Filsafat Pendidikan Orang Dewasa. *Ilmu Pendidikan: Jurnal Filsafat, Teori, dan Praktik Kependidikan*, Tahun 24, Nomor 2, Juli 1997, hlm. 127-137.

Huda, N. 1991. *Penulisan Laporan Penelitian untuk Jurnal*. Makalah disajikan dalam Lokakarya Penelitian Tingkat Dasar bagi Dosen PTN dan PTS di malang Angkataan XIV, Pusat Penelitian IKIP MALANG, Malang, 12 Juli.

g. Tata cara penyajian kutipan, rujukan, tabel, dan gambar mengikuti ketentuan dalam *Pedoman Penulisan Karya Ilmiah: Skripsi, Tesis, Disertasi, Makalah, Artikel dan Laporan Penelitian* (Universitas Negeri Malang, 200). Artikel berbahasa Indonesia mengikuti aturan tentang penggunaan tanda baca dan ejaan yang dimuat dalam *Pedoman Umum Ejaan bahasa Indonesia yang Disempurnakan* (Depdikbud, 1987). Artikel berbahasa Inggris menggunakan ragam baku.
h. Pemeriksaan dan penyuntingan cetak-coba dilakukan oleh penyunting dan/atau melibatkan penulis. Artikel yang sudah dalam bentuk cetak-coba tidak dapat ditarik kembali oleh penulis.
i. Penulis yang artikelnya dimuat wajib memberi kontribusi biaya cetak *minimal sebesar Rp. 200.000,00* (*dua ratus ribu rupiah*) perjudul. Sebagai imbalannya, penulis menerima nomor bukti pemuatan sebanyak 2 (dua) eksemplar dan cetak lepas sebanyak 5 (lima) eksemplar yang akan diberikan jika kontribusi biaya cetak telah dibayar lunas.

C. LEMBAR KEGIATAN

1. Alat dan Bahan

a. Alat tulis;
b. Laptop
c. LCD proyektor;
d. Buku teks tentang teknik menulis karya ilmiah
e. Kamera digital

2. Langkah Kegiatan

No.	Kegiatan	Waktu	Metode
1.	Persiapan		
	Sebelum pembelajaran dimulai, Fasilitator perlu melakukan persiapan yaitu mempersiapkan semua peralatan dan bahan yang diperlukan dalam pembelajaran	5 menit	Mempersiapkan alat dan bahan
2.	Kegiatan Awal/Pendahuluan		
	2.1 Berdoa bersama untuk mengawali pembelajaran; 2.2 Presensi peserta pelatihan, jika ada yang tidak masuk karena sakit misalnya, maka peserta diajak berdoa kembali agar teman yang sakit dapat segera sembuh dan berkumpul untuk bersekolah kembali; 2.3 Fasilitator menyampaikan tujuan pembelajaran yang akan dikembangkan; 2.4 Selanjutnya fasilitator menyajikan petunjuk bagi penulis ilmu pendidikan	5 menit	Curah pendapat, ceramah pemecahan masalah
3.	Kegiatan Inti		
	Fasilitator memberikan ceramah tentang format penulisan karya tulis ilmiah; Fasilitator memberikan	130 menit	Metode pemberian tugas dan pendampingan

	ceramah tentang salah satu contoh petunjuk bagi penulis ilmu pendidikan ; Fasilitator berdiskusi dengan peserta pelatihan; *Sharing* dalam kelas mengenai karya tulis ilmiah hasil pemikiran konseptual; *Sharing* dalam kelas mengenai karya tulis ilmiah hasil penelitian; Fasilitator memberikan tugas menyusun karya tulis ilmiah baik dalam bentu pemikiran maupun hasil penelitian.		
4.	Kegiatan Akhir		
	4.1 Fasilitator bersama-sama dengan peserta mengadakan refleksi terhadap proses pembelajaran hari itu, tentang beberapa hal yang perlu mendapat perhatian; 4.2 Fasilitator memberi kesempatan peserta untuk mengungkapkan pengalaman setelah dilakukan *sharing*; 4.3 Berdoa bersama-sama sebagai menutup pelatihan	10 menit	Refleksi

3. Hasil

a. Peserta PLPG mempunyai kemampuan dalam dalam menyusun karya tulis ilmiah dalam bentuk hasil pemikiran;

b. Peserta PLPG mempunyai kemampuan dalam dalam menyusun karya tulis ilmiah dalam bentuk hasil penelitian.

D. RANGKUMAN

1. Artikel (hasil penelitian) memuat:

   Judul

   Nama Penulis

   Abstrak dalam bahasa Indonesia dan bahasa Inggris

   Kata-kata kunci

   Pendahuluan (tanpa sub judul, memuat latar belakang masalah dan sedikit tinjauan pustaka, dan masalah/tujuan penelitian)

   Metode

   Hasil

   Pembahasan

   Kesimpulan dan Saran

   Daftar Rujukan (berisi pustaka yang *dirujuk* dalam uaraian saja)

2. Artikel (setara hasil penelitian) memuat:

   Judul

   Nama Penulis

   Abstrak dalam bahasa Indonesia dan bahasa Inggris

   Kata-kata kunci

   Pendahuluan (tanpa subjudul)

   Subjudul
   Subjudul } sesuai dengan kebutuhan
   Subjudul

   Penutup (atau Kesimpulan dan Saran)

   Daftar Rujukan (berisi pustaka *yang dirujuk* dalam uraian saja)

E. TES FORMATIF

Peserta PLPG ditugasi menyusun karya tulis ilmiah dengan cara memilih salah satunya yaitu hasil pemikiran konseptual atau hasil penelitian. Tugas ini sifatnya individual. Fasilitator memberikan bimbingan dan pendampingan pada saat peserta PLPG menyusun karya tulis ilmiah. Tugas dapat ditulis menggunakan komputer atau tulis tangan. Ruangan bebas, tidak harus terkekang di dalam kelas.

KUNCI JAWABAN TES FORMATIF

Kegiatan Belajar 1

1. b
2. a
3. d
4. c
5. b
6. b
7. a
8. b
9. c
10. a

Kegiatan Belajar 2

1. c
2. a
3. b
4. c
5. c
6. a
7. c
8. b
9. b
10. d

DAFTAR PUSTAKA

Ditbinlitabmas Ditjen Dikti Depdikbud. 2000. *Instrumen Evaluasi untuk Akreditasi Berkala Ilmiah*. Ditbinlitabmas Dikti, LIPI, Ikapindo, dan Kantor Menristek: Jakarta.

Direktorat Profesi Pendidik, 2008. *Sistematika Penulisan Laporan KTI On-line*. Depdiknas: Jakarta.

Saukah, A. dan Waseso, G.M. 2001. *Menulis Artikel untuk Jurnal Ilmiah. Penerbit Universitas Negeri Malang (UM Press): Malang.*

Wardani, I.G.A.K. 2007. *Teknik Menulis Karya Ilmiah*. Penerbit Universitas Terbuka: Jakarta.

SERTIFIKASI GURU

PENDIDIKAN DAN LATIHAN PROFESI GURU (PLPG)
SERTIFIKASI GURU DALAM JABATAN
TAHUN 2008

PANITIA SERTIFIKASI GURU RAYON XII
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG
TAHUN 2008

REKTOR
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

SAMBUTAN REKTOR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh
Salam sejahtera untuk kita semua.

Puji syukur tidak putus selalu kami panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa, dzat yang maha tinggi, atas rakhmat dan ilmuNya yang diturunkan kepada umat manusia.

Sertifikasi guru sebagai upaya peningkatan mutu guru yang diikuti dengan peningkatan kesejahteraan guru, diharapkan dapat meningkatkan mutu pembelajaran yang pada akhirnya meningkatkan mutu pendidikan di Indonesia secara berkelanjutan. Sesuai dengan Peraturan Menteri Pendidikan Nasional No. 18 Tahun 2007, pelaksanaan uji sertifikasi bagi guru dalam jabatan dilaksanakan melalui portofolio.

Berdasarkan prosedur pelaksanaan portofolio, bagi peserta yang belum dinyatakan lulus, LPTK Rayon merekomendasikan alternatif : (1) melakukan kegiatan mandiri untuk melengkapi kekurangan dokumen portofolio atau (2) mengikuti Pendidikan dan Pelatihan Profesi Guru (PLPG) yang diakhiri dengan ujian.

Penyelenggaraan PLPG telah distandardisasikan oleh Konsorsium Sertifikasi Guru (KSG) Jakarta dalam bentuk pedoman PLPG secara Nasional. Berbagai upaya telah dilakukan oleh Panitia Sertifikasi Guru (PSG) Rayon 12 dalam rangka standardisasi penyelenggaraan PLPG mulai penyediaan tempat, ruang kelas, jumlah jam, sistem penilaian, kualitas instruktur dan ketersediaan bahan ajar. Bahan ajar yang ada di tangan Saudara ini salah satu upaya PSG Rayon 12 dalam memenuhi

standard pelaksanaan PLPG secara nasional untuk itu saya menyambut dengan baik atas terbitnya Bahan Ajar PLPG ini.

Sukses PLPG tidak hanya tergantung ketersediaan buku, kualitas instruktur, sarana prasarana yang disediakan namun lebih daripada itu adalah kesiapan peserta baik mental maupun fisik, untuk itu harapan saya para peserta PLPG telah menyiapkannya dengan baik sejak keberangkatannya dari rumah masing-masing.

Pada kesempatan ini ijinkan saya, memberikan penghargaan yang tinggi kepada Dosen/Instruktur yang telah berkontribusi dan berusaha menyusun buku ini, agar dapat membantu guru menempuh program PLPG dalam rangka sertifikasi guru. Buku ini menggunakan pilihan bahasa yang sederhana dan mudah dipahami sehingga pembaca dapat menikmatinya dengan seksama.

Akhirnya kepada khalayak pembaca saya ucapkan selamat menikmati buku ini, semoga dapat memperoleh manfaat yang sebanyak-banyaknya.

Rektor Universitas Negeri Semarang

Sudijono Sastroatmodjo